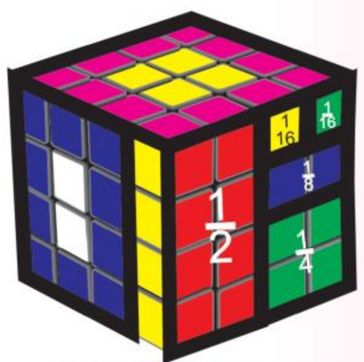
a(b+c)=ab+ac



ಪ್ರಚುರಣೆ :

ತೆಲಂಗಾಣ ಸರ್ಕಾರ, ಹೈದರಾಬಾದು

ತೆಲಂಗಾಣ ಸರ್ಕಾರದಿಂದ ಉಚಿತ ವಿತರಣೆ

ಗಣಿತ

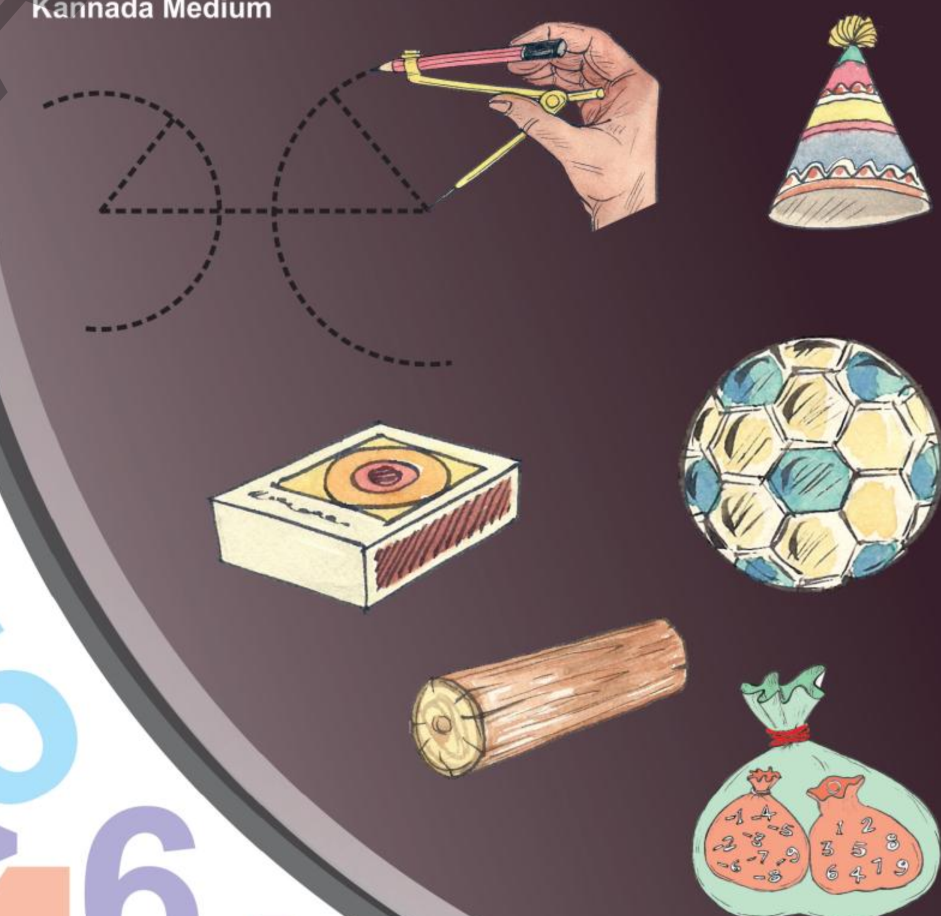
ತರಗತಿ - VII

FREE

ಗಣಿತ

Mathematics
Class VII
Kannada Medium

ತರಗತಿ - VII



ಪ್ರಚುರಣೆ :

ತೆಲಂಗಾಣ ಸರ್ಕಾರ, ಹೈದರಾಬಾದು

ತೆಲಂಗಾಣ ಸರ್ಕಾರದಿಂದ ಉಚಿತ ವಿತರಣೆ

ÊáPÙà! ¯ÊáWÝXÁáà D Óãa®WÙá . . .

- ±sÂ ±âÓP¨È ±£ »ÝÊ® £ÙáÊÚPWÝX Óí¨»ì CÆÊà E¨ÝÖÃOWÙá CÆÊà ÓÊáÓÂWÙá CÆÊà BoWÙá Êã¨ÇÝ¨ÊáWÚW ÓíÝí–Ô¨ bñWÙá/±oWÙá PãvÇÝX¨. Óí¨»ìÊ®á ±o¨ãí©W/ bñWÙãí©W K© »ÝÊ®¿á®á A¥ìÊÞwPãÙÆá ±¿á£Ó¸àPá.
- »ÝÊ®WÙ®á A¥ìçÔPãÙÆá ¯Êì×Óá£ÃáÊ aoáÊqPWÙÈ ±ÝÇãÙá£ÃáÊ Óí¨»ì¨È ¯ÊáW ŸÃáÊ A®áÊÞ®WÙ®á ñP|Êà ¯Êá ÎPPÃ®á PàÚ £Ú¨á PãÙ¸àPá.
- »ÝÊ® A¥ìÊÝX¨ Gí¨á £Ú¨áPãÙÆá “CÊâ ÊÞwÄ” ¿áÈ® ÓÊáÓÂWÙ®á ¯àÊâ ÓíñÊÝX ¹wÓ¸àPá. Jí¨á ÊàÙ ¹wÓÆá PÐrÊÝ¨Ã ÊÞ¨Ä ÓÊáÓÂWÙ®á ±ÄÎàÈÔ A¥ìÊÞwPãÙ¸àPá. CÆÊà ÎPPÃ®á, ¯Êá Óà×ñÃãí©W abìÔ ±ÄÖÝÃÊ®á £Ú¨áPãÙ¸àPá.
- “±¿á£ÔÄ” ÎàÑìP PÙW CÃáÊ ÓÊáÓÂWÙá ¯Êá BÇãàa®WÙ®á aáÃáPáW ãÚÓÆá E±Áãàa WÊÝWáñÊ. Aí¨Ã ¯ÊáW BÇãàa®Ý ®ç±â|ÂWÙ®á A¼Ê© ÊÞváñÊ. CÊáWÙ®á ÓñÊÝX ÓÝ–ÓÇÝW©¨ÝW ÓÖ±Ý tWÙãí©W ÓàÄ Wáí±áWÙÝX ÓÝ–ÓáÊâ¨P ±¿á£Ó¸àPá. CÆÊà ÎPPÃãí©W abìÔ ±ÄÖÝÃÊ®á £Ú¨áPãÙ¸àPá.
- “BÇãàbÔÄ& abìÔÄ”®È® aoáÊqPWÙá ¯Êá »ÝÊ®¿á®á ÊáñÐár BÙÊÝX ËÓõñÊÝX A¥ìÊÞwPãÙÆá ÓÖÝ¿á±váñÊ. B¨Äí¨ CÊáWÙ®á ¯Êá Óà×ñÃãí©W ÓàÄ abìÓáñÝ, ±ÎÓáñÝ A¥ìÊÞwPãÙ¸àPá.
- A«ÝÂ¿á¨Pã®W Pãor A»ÝÂÓWÙÈ® ÓÊáÓÂWÙá ¯àÊâ A«ÝÂ¿á¨È PÈñáPãívGÇÝ »ÝÊ®WÙW ÓíÝí«Ô¨Êâ. D ÓÊáÓÂWÙÆÊä Jí¨à Ë«ÊÝXÃáÊâ©Æ, CÊáWÙ®á ¯àÊâ Óñ@ Êá®PÆÓÊÝX CÆÊà ËÃÝÊá ÓÊá¿á¨ÇÝWÈà ¹wÓŸÖá¨á.
- “CÊâ ÊÞwÄ, ±¿á£ÔÄ ”WÙÈ® ÓÊáÓÂWÙ®á ÊÞñ ±ÝsÍÝÇ¿áÈ ÎPPÃ ÓÊáPÊá¨È Áàà ÓÊáÓÂWÙ®á ¹wÓ¸àPá.
- ±sÂ±âÓP¨È GÈ Áãàg®WÙ®á Pãq rÃáÊÃãà AÈ ¯àÊâ ÓÊáãÖWÙÝX PÆÓ ÊÞv¸àPÝXÃáñ¨. B¨Ã CÊáWÙ ÊÃ©WÙ®á ÊÂQWñÊÝX ŸÃ¨á Pãv¸àPÝXÃáñ¨.
- »ÝÊ®WÙ®á A¥ìÊÞwPãÙÆá ¯Êì×ÓáÊ aoáÊqPWÙá, A»ÝÂÓWÙÈÃáÊ ÓÊáÓÂWÙ®á , ¯Êá ±£Óí¨®WÙ®á ±sÂ±âÓP¨È ŸÃ¿á¸àPÝX¨Ã AÊáWÙ®á AÈÁàà ŸÃÀáÄ.
- ¯àÊâ ¿ÞÊ ©®¨È ¹wÓ¸àPÝ¨ ÓÊáÓÂWÙ®á B©®Êà ±ä£ìÊÞw ¯Êá ÎPPÃ Ö£Ã ñ±¨à ÓÄ±wÔPãÙ¸àPá.
- ±sÂ ±âÓP¨È ¯àÊâ A¥çìÔPãív »ÝÊ®WÚW ÓíÝí–Ô¨ ÓÊáÓÂWÙ®á ÍàSÃOÊÞw ÓíñÊÝW ¹wÔ ¯Êá ÎPPÄW ÓÖ±Ý tWÚW ñãàÄÔÄ. GÆÃã ÓàÄ AÊáWÙ®á ¹wÔÄ.
- W~ñ »ÝÊ®WÚW ÓíÝí–Ô¨ ±sÂ±âÓP¨È Pãor BoWÙá, ±i Ç...', BÓQPÃÊÝ¨ ËÐ¿áWÙ®á A¥ìÊÞwPãívá AíñÖÊáWÙ®á ÊáñÐár ÍàSÄÔ ¹wÓ¸àPá.
- W~ñ¨È ¯àÊâ ÊááSÂÊÝX ÓÊáÓÝÂ ÓÝ«®, PÝÃ|WÙ®á £ÚÓáÊâ¨á, ÓÝ«®WÙá ÊÞváÊâ¨á, W~ñ ¸ÝÐ¿áÈ ÊáP ±wÓáÊâ¨á, W~ñ »ÝÊ®WÙá A¥ìÊÞwPãÙáÊâ¨®á ËË«Óí¨»ìWÙÈ, ËÐ¿áWÙÈ ¯ñÂ iàÊ®¨È A®áÓí«Ý® ÊÞváÊâ¨á, ±£¯–ñWÙíñÖ ÓÝÊá¥ÂìWÙ®á ÓÝ–Ó¸àPá.
- ÊáàÈ® W~ñ ÓÝÊá¥ìÂWÙ®á ÓÝ–ÓáÊâ¨ÃÈ »ÝÊ®WÙ®á A¥ìçÔPãÙáÊâ¨ÃÈ ¿ÞÊâ¨à ÓÊáÓÂWÙá G¨áÃÝ¨Ã ÎPPÃ ÊÞWì¨Íì® ñW¨áPãÙ¸àPá.

ನಕ್ಷೆಯ ಕಾಗದ

ಗಣಿತ

7ನೇ ತರಗತಿ

Mathematics Class-VII (Kannada Medium)

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮತ್ತು ಪ್ರಚುರಣಾ ಸಮಿತಿ

ಪ್ರಧಾನ ನಿರ್ವಹಣಾಧಿಕಾರಿ
ಶ್ರೀಮತಿ ಬಿ. ಶೇಷುಕುಮಾರಿ
ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ, ಹೈದರಾಬಾದ್.

ಪ್ರಧಾನ ವ್ಯವಹಾರ ನಿರ್ವಾಹಕರು
ಶ್ರೀ ಬಿ. ಸುಧಾಕರ, ನಿರ್ದೇಶಕರು,
ಸರ್ಕಾರಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮುದ್ರಣ, ಹೈದರಾಬಾದ್.

ವ್ಯವಹಾರ ನಿರ್ವಾಹಕರು
ಡಾ॥ ನನ್ನೂರು ಉಪೇಂದರ್ ರೆಡ್ಡಿ
ಪ್ರೋಫೆಸರ್ ಕರಿಕುಲಮ್ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ವಿಭಾಗ
ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ., ಹೈದರಾಬಾದ್.

ಸಹಾಯಕ ನಿರ್ವಾಹಕರು
ಶ್ರೀ ಕೆ. ಯಾದಗಿರಿ, ಉಪನ್ಯಾಸಕರು,
ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ, ಹೈದರಾಬಾದ್.

ಕೋಆರ್ಡಿನೇಟರ್

ಶ್ರೀ ಕೆ. ಬ್ರಹ್ಮಯ್ಯ, ಪ್ರೋಫೆಸರ್,
ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ, ಹೈದರಾಬಾದ್.

ಶ್ರೀ ಕಾಕುಳವರಂ ರಾಜೇಂದರ್ ರೆಡ್ಡಿ,
ಕೋಆರ್ಡಿನೇಟರ್, ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ. ಹೈದರಾಬಾದ್.

ಸಂಪಾದಕರು

ಶ್ರೀಮತಿ ಬಿ. ಶೇಷುಕುಮಾರಿ, ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ, ಹೈದರಾಬಾದ್.
ಶ್ರೀ ಕೆ. ಬ್ರಹ್ಮಯ್ಯ, ಪ್ರೋಫೆಸರ್, ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ, ಹೈದರಾಬಾದ್.
ಶ್ರೀ ಪಿ. ಆದಿನಾರಾಯಣ, ರಿಟೈರ್ಡ್ ಲೆಕ್ಚರರ್, ನ್ಯೂಸೈನ್ಸ್ ಕಾಲೇಜ್, ಅಮೀರಪೇಟ್, ಹೈದರಾಬಾದ್.

ಚೈರ್ಮನ್, ಗಣಿತ ಆಧಾರ ಪತ್ರ, ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ, ಪಾಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಕಮಿಟಿ
ಪ್ರೋಫೆಸರ್. ವಿ. ಕನ್ನನ್, ಗಣಿತ – ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ವಿಭಾಗ, ಹೈದರಾಬಾದ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ.

ಮುಖ್ಯ ಸಲಹೆದಾರರು
ಡಾ॥ ಹೆಚ್.ಕೆ. ದಿವಾನ್, ವಿದ್ಯಾ ಸಲಹಾದಾರರು, ವಿದ್ಯಾಭವನ್ ಸೊಸೈಟಿ, ರಿಸೋರ್ಸ್ ಸೆಂಟರ್,
ಉದಯಪುರ, ರಾಜಸ್ಥಾನ.

ಮುದ್ರಣ

ತೆಲಂಗಾಣ ಸರ್ಕಾರದ, ಹೈದರಾಬಾದ್

ಕಾನೂನನ್ನು ಗೌರವಿಸಿ
ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಳ್ಳಿ

ಶಿಕ್ಷಣದಿಂದ ಬೆಳೆಯಿರಿ
ವಿನಯಶೀಲರಾಗಿ ನಡೆದುಕೊಳ್ಳಿ

First Published 2012

New Impressions 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

ತೆಲಂಗಾಣ ಸರ್ಕಾರದ ಉಚಿತ ವಿತರಣೆ 2019-20

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

— o —

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಸಮಿತಿ

ಸದಸ್ಯರು

ಡಾ॥ ಪಿ.ರಮೇಶ್, ಉಪನ್ಯಾಸಕರು, ಸರ್ಕಾರಿ ಐ.ಎ.ಎಸ್.ಇ, ನೆಲ್ಲೂರು.

ಶ್ರೀ ಎಂ. ರಾಮಾಂಜನೇಯಲು, ಉಪನ್ಯಾಸಕರು, ಡಯಟ್, ವಿಕಾರಾಬಾದ್, ರಂಗಾರೆಡ್ಡಿ.

ಶ್ರೀ ಟಿ.ವಿ. ರಾಮ್ ಕುಮಾರ್, ಮುಖ್ಯಗುರುಗಳು, ಜಡ್.ಪಿ.ಹೆಚ್.ಎಸ್., ಮುಲುಮುಡಿ, ನೆಲ್ಲೂರು.

ಶ್ರೀ ಪಿ. ಅಶೋಕ್, ಮುಖ್ಯಗುರುಗಳು, ಜಡ್.ಪಿ.ಹೆಚ್.ಎಸ್., ಕುಮಾರಿ, ಆದಿಲಾಬಾದ್.

ಶ್ರೀ ಪಿ. ಆಂಥೋನಿ ರೆಡ್ಡಿ, ಮುಖ್ಯಗುರುಗಳು, ಸೆಂಟ್ ಪೀಟರ್ಸ್ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಆರ್.ಎಸ್.ಪೇಟ, ನೆಲ್ಲೂರು.

ಶ್ರೀ ಎಸ್. ಪ್ರಸಾದ್‌ಬಾಬು, ಪಿ.ಜಿ.ಟಿ, ಎ.ಪಿ.ಟಿ.ಡಬ್ಲ್ಯೂ.ಆರ್ ಶಾಲೆ, ಚಂದ್ರಶೇಖರಪುರಂ, ನೆಲ್ಲೂರು.

ಶ್ರೀ ಜಿ.ವಿ.ಬಿ. ಸೂರ್ಯನಾರಾಯಣರಾಜು, ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು, ಮುನಿಸಿಪಲ್ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಕಸ್ಬಾ, ವಿಜಯನಗರಂ.

ಶ್ರೀ ಎಸ್. ನರಸಿಂಹಮೂರ್ತಿ, ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು, ಜಡ್.ಪಿ.ಹೆಚ್.ಎಸ್, ಮುದಿವರ್ತಿಪಾಲೆಂ,ನೆಲ್ಲೂರು.

ಶ್ರೀ ಪಿ. ಸುರೇಶ್‌ಕುಮಾರ್, ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು, ಜಿ.ಹೆಚ್.ಎಸ್, ವಿಜಯನಗರ ಕಾಲೋನಿ, ಹೈದರಾಬಾದ್.

ಶ್ರೀ ಕೆ.ವಿ.ಸುಂದರ್‌ರೆಡ್ಡಿ,ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು, ಜಡ್.ಪಿ.ಹೆಚ್.ಎಸ್, ತಕ್ಕಶಿಲಾ ಅಲಂಪುರ್ ಮಂಡಲ, ಮಹಬೂಬ್‌ನಗರ್.

ಶ್ರೀ ಜಿ.ವೆಂಕಟೇಶ್ವರುಲು, ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು, ಜಡ್.ಪಿ.ಹೆಚ್.ಎಸ್, ವೇಮುಲಕೋಟ, ಪ್ರಕಾಶಂ.

ಶ್ರಿ ಸಿ.ಎಚ್.ರಮೇಶ್, ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು,ಯು.ಪಿ.ಎಸ್, ನಾಗಾರಂ ಮಂಡಲ, ಗುಂಟೂರು.

ಶ್ರೀ ಪಿ.ಡಿ.ಎಲ್. ಗಣಪತಿ ಶರ್ಮ, ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು, ಜಿ.ಹೆಚ್.ಎಸ್, ಜಮಿಸ್ತಾನ್‌ಪುರ್, ಮಾಣಿಕೇಶ್ವರ್‌ನಗರ, ಹೈದರಾಬಾದ್.

ಶ್ರೀ ಕಾಕುಳಂ ರಾಜೇಂದರ್ ರೆಡ್ಡಿ, ಕೋಆರ್ಡಿನೇಟರ್, ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ.ಹೈದರಾಬಾದ್.

ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಹಾಯ ಸಮಿತಿ ಸದಸ್ಯರು

ಶ್ರೀಮತಿ ನಮ್ರಿತಾ ಬಾತ್ರಾ, ವಿದ್ಯಾಭವನ್ ಸೊಸೈಟಿ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರ, ಉದಯಪುರ್, ರಾಜಸ್ಥಾನ.

ಶ್ರೀ ಇಂದ್ರಮೋಹನ್, ವಿದ್ಯಾಭವನ್ ಸೊಸೈಟಿ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರ, ಉದಯಪುರ್, ರಾಜಸ್ಥಾನ.

ಶ್ರೀ ಯಶವಂತ್ ಕುಮಾರ್ ದವೆ, ವಿದ್ಯಾಭವನ್ ಸೊಸೈಟಿ, ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರ, ಉದಯಪುರ್, ರಾಜಸ್ಥಾನ.

ಶ್ರೀಮತಿ ಪದ್ಮಪ್ರಿಯ ಶಿರಾಲಿ, ಗಣಿತ ಸಮೂಹ ಕೇಂದ್ರ, ರಿಷಿವ್ಯಾಲಿ ಶಾಲೆ, ಚಿತ್ತೂರು.

ಕು॥ ಎಂ. ಅರ್ಚನಾ, ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ವಿಭಾಗ, ಹೈದರಾಬಾದ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ

ಶ್ರೀ ಶರಣ್‌ಗೋಪಾಲ್, ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ವಿಭಾಗ, ಹೈದರಾಬಾದ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ

ಶ್ರೀ ಪಿ. ಚಿರಂಜೀವಿ, ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ವಿಭಾಗ, ಹೈದರಾಬಾದ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ

ಶ್ರೀ ಅಬ್ಬರಾಜು ಕಿಶೋರ್, ಎಸ್.ಜಿ.ಟಿ, ಎಂ.ಪಿ.ಯು.ಪಿ.ಎಸ್, ಚಮಳ್ಳಮೂಡಿ, ಗುಂಟೂರು.

ಕನ್ನಡ ಅನುವಾದಕರು

ಶ್ರೀ ಪಿ. ನಾಗರಾಜ, ಎಸ್.ಎ., ಜಡ್.ಪಿ.ಹೆಚ್.ಎಸ್. ಕೃಷ್ಣ, ಜಿಲ್ಲಾ ಮಹಬೂಬನಗರ್.

ಶ್ರೀ ಸೋಮನಾಥ ರೆಡ್ಡಿ, ಎಸ್.ಎ., ಜಡ್.ಪಿ.ಹೆಚ್.ಎಸ್. ಕೃಷ್ಣ, ಜಿಲ್ಲಾ ಮಹಬೂಬನಗರ್.

ಶ್ರೀ ಹೆಚ್.ಕೆ. ರಂಗಾರಾವು, ಎಸ್.ಎ., ಎಮ್.ಪಿ.ಯು.ಪಿ.ಎಸ್., ತಂಗಡ್ಗಿ.

ರೇಖಾಚಿತ್ರ ಮತ್ತು ವಿನ್ಯಾಸ ಸಮಿತಿ

ಶ್ರೀ ಕೆ. ಸುಧಾಕರಾಚಾರಿ, ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಯು.ಪಿ.ಎಸ್. ನೀಲಿಕುರ್ತಿ ಮಂಡಲ ಮರಿಪೇಡ, ಜಿಲ್ಲಾ ವರಂಗಲ್.

ಮುನ್ನುಡಿ.

ಪಠ್ಯವಸ್ತು ರಚನಾ ಚೌಕಟ್ಟು (SCF-2011) ಮಕ್ಕಳ ಶಾಲಾ ಜೀವನವು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರಬೇಕೆಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಶಾಲೆಗೆ ಪ್ರವೇಶ ಪಡೆದ ಪ್ರತಿ ಮಗುವು 14 ವರ್ಷದವರೆಗೆ ನಿಗಧಿ ಪಡಿಸಿದ ಅವಶ್ಯಕ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲೇ ಬೇಕೆಂದು RTE-2009 ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಶಿಕ್ಷಣದ ಗುಣಮಟ್ಟವನ್ನು ಕಾಯ್ದುಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರತಿ ವಿಷಯದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಶ್ರೇಣಿಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಶಿಕ್ಷಣದ ಮೂಲ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಲು ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು –2011ನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತವನ್ನು ಪೂರೈಸಿದ ನಂತರ ಮಕ್ಕಳು ಹಿರಿಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತಕ್ಕೆ ಪ್ರವೇಶ ಪಡೆಯುತ್ತಾರೆ. ಈ ಹಂತವು ಪ್ರೌಢಶಿಕ್ಷಣ ಹಂತಕ್ಕೆ ನಿರ್ಣಾಯಕ ಕೊಂಡಿಯಾಗಿದೆ. ಮಕ್ಕಳು ತಮಗೆ ನೀಡಲಾದ ಸ್ಥಳ, ಸಮಯ ಸ್ವತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ತಮ್ಮ ಹಿರಿಯರಿಂದ ಪಡೆದ ಜ್ಞಾನದಿಂದ ಹೊಸ ಜ್ಞಾನವನ್ನು, ಹೊಸ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಮಕ್ಕಳು ನಿಷ್ಕ್ರಿಯರಾಗಿರದೇ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಚಟುವಟಿಕೆಯಿಂದ ತೊಡಗಿ ಕೊಂಡಾಗ ಮಾತ್ರ ಸೃಜನ ಶೀಲತೆಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಬೆಳೆಸಬಹುದು. ಈ ಹಂತದ ಮಕ್ಕಳು ಕುತೂಹಲ, ಆಸಕ್ತಿ, ಪ್ರಶ್ನಿಸುವಿಕೆ, ತಾರ್ಕಿಕತೆ, ಆಧಾರಗಳಿಗಾಗಿ ಹುಡುಕುವುದು, ಸಾಹಸಗಳಿಗೆ ಕೈಹಾಕುವ ಗುಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತಾರೆ. ಗಣಿತದ ಸಾರ್ವಕಾಲಿಕ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿಗೆ ನಾಟುವಂತೆ ಬೋಧಿಸಿದಾಗ ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ತಿಳಿಯುವುದಲ್ಲದೇ, ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಸಂತೋಷಕರವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತಾರೆ.

ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಮ್ಮದೇ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರೊಂದಿಗೆ, ಗಣಿತದ ಸಾರವನ್ನು ತಿಳಿಯುವ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಗಣಿತದ ಪ್ರಮುಖ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಾದ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ, ಅಂಕಗಣಿತ, ಬೀಜಗಣಿತ, ರೇಖಾಗಣಿತ, ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರಗಳನ್ನು ಈ ವಿಷಯ ಬೋಧನೆಯಿಂದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಶ್ರೇಣಿಗಳಲ್ಲಿ ನಿಗಧಿ ಪಡಿಸಲಾದ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವ, ತಾರ್ಕಿಕ ಚಿಂತನೆ, ಗಣಿತದ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ವಿಷಯಾಂಶಗಳನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು.. ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುವ, ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತವನ್ನು ಬಳಸುವ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಮಕ್ಕಳನ್ನು 'ಮಾಡಿನೋಡು' 'ಪ್ರಯತ್ನಿಸು' ಮತ್ತು 'ಯೋಜನೆ' ಗಳ ಮೂಲಕ ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿ ಅನುಭವ ಪಡೆಯಲು ಕೌತುಕ ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಹಾಗೂ ಆಲೋಚಿಸಲು ಸೂಕ್ತ ಅವಕಾಶ ಹಾಗೂ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ನೀಡುವ ಮೂಲಕ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಪ್ರೇರೇಪಿಸುತ್ತದೆ. ತರಗತಿಯ ಈ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಸಹಾಯ ಅತಿ ಅವಶ್ಯಕ, ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನಾವು ನೀಡಬಹುದಾಗಿದೆ. ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವು ಮಕ್ಕಳು ಅನಾವಶ್ಯಕ ಸಮಸ್ಯಾತ್ಮಕ ಸಂಜ್ಞೆಗಳು ಹಾಗೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಪ್ರಯಾಸ ಪಡದೇ, ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲು ವಿಪುಲ ಅವಕಾಶ ನೀಡುವ

ಮೂಲಕ ಅವರದೇ ರೂಪುರೇಖೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಹಾಗೂ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಸಕ್ರಿಯವಾಗಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳಲು ಉತ್ತೇಜಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಕಲಿಕಾ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿನ ಮಕ್ಕಳ ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ನಿರಂತರ ವ್ಯಾಪಕ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದ ಮೂಲಕ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಗೊಳಿಸುವಂತೆ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಅಧ್ಯಾಯಗಳನ್ನು ಆಯೋಜಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸುವ ತಂಡವು ಅನುಭವಿ ಶಿಕ್ಷಕರನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಶಾಲೆ ಮತ್ತು ಮಕ್ಕಳ ಹಿತದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಸಂಶೋಧನೆ ನಡೆಸಿರುವ ಹಾಗೂ ನಿರಂತರವಾಗಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ರಚಿಸುತ್ತಿರುವ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಈ ತಂಡವು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಗಣಿತದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಭಯವನ್ನು ಹೋಗಲಾಡಿಸಲು ಈ ತಂಡ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತದೆ.

ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕದ ಈ ಹೊಸ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ರೂಪುಗೊಳಿಸಲು ಸಹಕರಿಸಿದ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ನಿಪುಣರು, ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯಗಳ ಉಪನ್ಯಾಸಕರು, ಸಂಶೋಧಕರು, ಸರ್ಕಾರೇತರ ಸಂಘ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು, ಪಂಡಿತರು, ಲೇಖಕರು, ಚಿತ್ರವಿನ್ಯಾಸಕಾರರಿಗೆ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಗಳಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಹಾಗೂ ಈ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಅಳವಡಿಸಲು ಶಿಕ್ಷಕರು ಗರಿಷ್ಠ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡುವರೆಂದು ನಂಬಿದ್ದೇನೆ.

ವಿಷಯ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಪಡಿಸುವುದು ಒಂದು ನಿರಂತರವಾದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಇದರಿಂದ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮಗೊಳಿಸಬಹುದೆಂದು ನಂಬಿದ್ದೇವೆ. ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕ ಪರಿಷ್ಕರಣೆ ಮತ್ತು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗಾಗಿ ರಚಿತವಾದ, ಸಂಸ್ಥೆಯಾದ ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಅರ್.ಟಿ, ಯು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತಿದ್ದುಪಡಿಗೊಳಿಸಲು, ಉತ್ತಮಗೊಳಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಸಲಹೆ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಆಹ್ವಾನಿಸುತ್ತದೆ.

ಸ್ಥಳ : ಹೈದರಾಬಾದ್
ದಿನಾಂಕ : 28 ಜನವರಿ 2012

ಶ್ರೀಮತಿ ಬಿ. ಶೇಷುಕುಮಾರಿ
ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಅರ್.ಟಿ,
ಹೈದರಾಬಾದ್

PREAMBLE

THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC and to secure to all its citizens:

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation;

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty - sixth day of November, 1949, do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

ಗಣಿತ
7ನೇ ತರಗತಿ

ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆ

–ರವೀಂದ್ರನಾಥ ಠಾಗೂರ್

ಜನಗಣ ಮನ ಅಧಿನಾಯಕ ಜಯ ಹೇ ।
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯ ವಿಧಾತಾ ॥

ಪಂಜಾಬ ಸಿಂಧ್ ಗುಜರಾತ ಮರಾಠಾ ।
ದ್ರಾವಿಡ ಉತ್ಕಲ ವಂಗಾ ॥

ವಿಂಧ್ಯ ಹಿಮಾಚಲ ಯಮುನಾ ಗಂಗಾ ।
ಉಚ್ಛಲ ಜಲಧಿ ತರಂಗಾ ॥

ತವ ಶುಭ ನಾಮೇ ಜಾಗೇ ।
ತವ ಶುಭ ಆಶಿಷ ಮಾಗೇ ॥
ಗಾಹೇ ತವ ಜಯಗಾಥಾ ।

ಜನಗಣ ಮಂಗಳದಾಯಕ ಜಯ ಹೇ ।
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯ ವಿಧಾತಾ॥

ಜಯ ಹೇ ಜಯ ಹೇ ಜಯ ಹೇ ॥
ಜಯ ಜಯ ಜಯ ಜಯ ಹೇ ॥

ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ

ಪೈಡಿಮರ್ರಿ ವೆಂಕಟ ಸುಬ್ಬರಾವು

ಭಾರತ ದೇಶ ನನ್ನ ಮಾತೃಭೂಮಿ, ಭಾರತೀಯರೆಲ್ಲರೂ ನನ್ನ ಸಹೋದರರು. ವೈವಿಧ್ಯಮಯ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯ ಲಕ್ಷಣವು ನನಗೆ ಅತೀವ ಹೆಮ್ಮೆ ತಂದಿದೆ. ಈ ದೇಶದ ಉನ್ನತ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯ ಮಟ್ಟವನ್ನು ತಲುಪಲು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕ ಪ್ರಯತ್ನವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇನೆ.

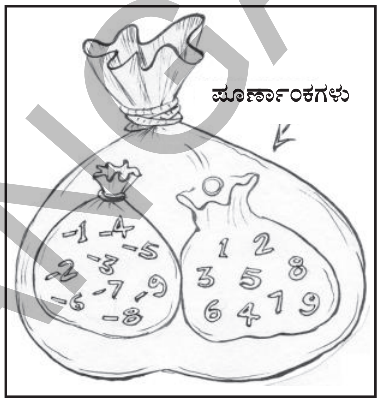
ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶವನ್ನು ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತೇನೆ. ಸುಸಂಪನ್ನವಾದ ನನ್ನ ದೇಶವನ್ನು, ನನ್ನ ತಂದೆ ತಾಯಿಗಳನ್ನು, ಉಪಾಧ್ಯಾಯರನ್ನು ಎಲ್ಲ ಹಿರಿಯರನ್ನೂ ಗೌರವಿಸುತ್ತೇನೆ. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೊಡನೆ ಮರ್ಯಾದೆಯಿಂದ ನಡೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇನೆ.

ನನ್ನ ದೇಶದ ಬಗ್ಗೆ, ನನ್ನ ಪ್ರಜೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ, ಸೇವಾ ನಿಷ್ಠೆ ಪಡೆದಿರುವೆನೆಂದು ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ ಮಾಡಿತ್ತಿದ್ದೇನೆ. ಅವರ ಶ್ರೇಯೋಭಿವೃದ್ಧಿಗಳೇ ನನ್ನ ಆನಂದಕ್ಕೆ ಮೂಲ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು (INTEGERS) 1

1.0 ಪರಿಚಯ

ನಮ್ಮ ಸುತ್ತಲೂ ಇರುವ ಪರಿಸರದಲ್ಲಿ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು 1,2,3,.... ಎಂದು ಎಣಿಕೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ ಅಲ್ಲವೇ ಹಾಗೆ ಎಣಿಕೆ ಮಾಡಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು "ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು" ಅಥವಾ ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.



(i) ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

(ii) 100, 1000 ಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಐದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

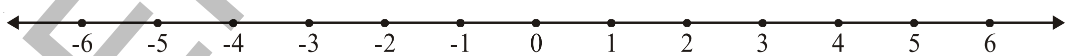
(iii) ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಕೊನೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

(iv) ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೆಷ್ಟು?

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿಗೆ '0' ಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಏರ್ಪಡುವ ಹೊಸ ಗುಂಪಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅಂದರೆ 0,1,2,3,4,.....

6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು Z ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೇಲೆ ವಿವಿಧ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ನಾವು ಈಗ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸುವುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ..



(i) ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

(ii) ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

(iii) –3ಕ್ಕಿಂತ 1 ದೊಡ್ಡದೇನಾ ? ಏಕೆ?.

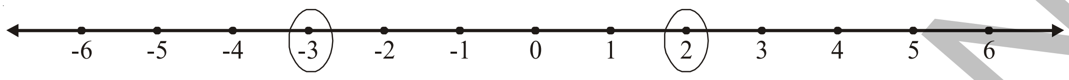
(iv) –3ಕ್ಕಿಂತ –6 ದೊಡ್ಡದೇನಾ ? ಏಕೆ?.

(v) 4,6,–2,0,–5 ಗಳನ್ನು ಆರೋಹಣೆ (ಏರಿಕೆ) ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

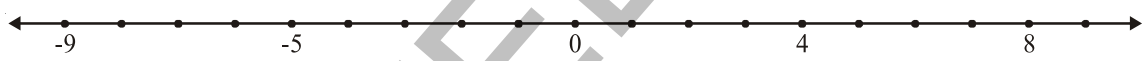
(vi) 0, 1, ಮತ್ತು 0, –1 ರ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನೋಡಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ –1

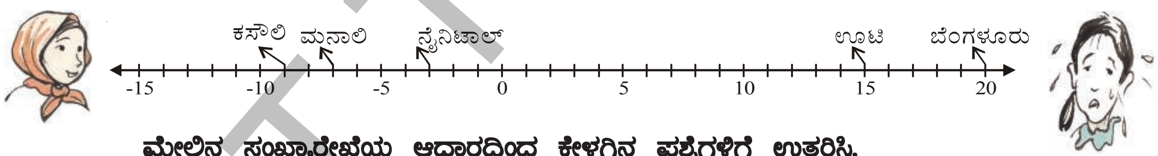
1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ, ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ, ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.
   (i) –5, –10 (ii) 3, –2 (iii) –8, 5
3. ಕೆಳಗಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಆರೋಹಣ (ಏರಿಕೆ) ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.(ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ)
   (i) –5, 2, 1, –8 (ii) –4, –3, –5, 2 (iii) –10, –15, –7
4. ಕೆಳಗಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಅವರೋಹಣ (ಇಳಿಕೆ) ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. (ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ)
   (i) –2, –3, –5 (ii) –8, –2, –1 (iii) 5, 8, –2
5. 6, –4, 0 ಮತ್ತು 4 ಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿ.
6. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿ, ಇವುಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



7. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಭಾರತದಲ್ಲಿನ ಐದು ನಗರಗಳ ಒಂದು ದಿನದ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ.



ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಆಧಾರದಿಂದ ಕೇಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(i) ಗುರ್ತಿಸಿದ ನಗರಗಳ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.
(ii) ಯಾವ ನಗರದ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ ಗರಿಷ್ಠ (ಹೆಚ್ಚು) ವಾಗಿದೆ ?
(iii) ಯಾವ ನಗರದ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ ಕನಿಷ್ಠವಾಗಿದೆ ?
(iv) ಯಾವ ನಗರಗಳ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆಗಳು 0^0 ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದೆ ?
(v) ಯಾವ ನಗರಗಳ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆಗಳು 0^0 ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇವೆ ?

1.1 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು – ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳು

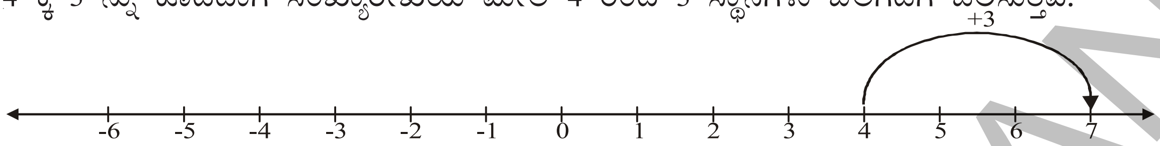
ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ, ಭಾಗಾಕಾರದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವ ಮುಂಚೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಾರಿ ಸಂಕಲನ ವ್ಯವಕಲನದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

1.1.1 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಕಲನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

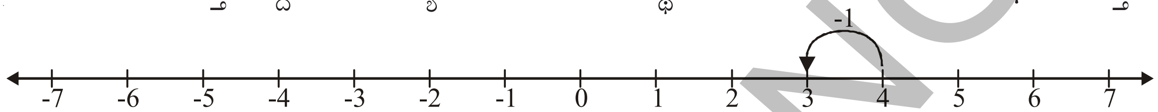
$4 + 3 = 7$	$4 + (-1) = 3$
$4 + 2 = 6$	$4 + (-2) = 2$
$4 + 1 = 5$	$4 + (-3) = 1$
$4 + 0 = 4$	

ಮೇಲಿನ ಸಂಕಲನಗಳ ಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ ? 4 ಕ್ಕೆ ಕೂಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 1 ರಂತೆ ಕಡಿಮೆ ಯಾಗುತ್ತಿದ್ದಾಗ (3,2,1,0–1,–2,–3) ಫಲಿತಾಂಶ ಸಹ ಕ್ರಮವಾಗಿ 1 ರಂತೆ ಕಡಿಮೆ ಯಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. 4 ಕ್ಕೆ 3 ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ 4 ರಿಂದ 3 ಸ್ಥಾನಗಳು ಬಲಗಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತವೆ.



ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ 4ಕ್ಕೆ 2, 1 ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ಇದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸಹ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಬಲಗಡೆಗೆ ಚಲಿಸುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಈಗ +4ಕ್ಕೆ –1 ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ? ಮೇಲಿನ ಸಂಕಲನ ಜೋಡಣೆಯಿಂದ 4+ (–1) =3 ಎಂದು ಎಂದುಗೊತ್ತು. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ 1 ಸ್ಥಾನ ಎಡಗಡೆಗೆ ಚಲಿಸಬೇಕೆಂದು ಅರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ.



ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ 4ಕ್ಕೆ –2, –3 ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸಹ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಎಡಗಡೆಗೆ ಚಲಿಸುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಬಲ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ"

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:–

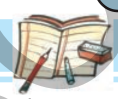
1.	9 + 7	=	16	9 + 1	=	
	9 + 6	=	15	9 + 0	=	
	9 + 5	=		9 + (–1)	=	
	9 + 4	=		9 + (–2)	=	
	9 + 3	=		9 + (–3)	=	
	9 + 2	=				

(i) 9+2, 9+(–1), 9+(–3) ಸಂಕಲಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಸೂಚಿಸಿ.

(ii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಸಂಕಲನ ಮಾಡಿದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಯಾವ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ

(iii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಸಂಕಲನ ಮಾಡಿದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಯಾವ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ.?

2. ಸಂಗೀತ “ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು” ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದ್ದಾಳೆ ಆಕೆಯ ಭಾವನೆ ಸತ್ಯವೇನಾ ? ನಿನ್ನ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



ಅಭ್ಯಾಸ – 2

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಕಲನಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

(i) 5 + 7 (ii) 5 + 2 (iii) 5 + (–2) (iv) 5 + (–7)

2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

(i) 7 + 4 (ii) 8 + (–3) (iii) 11 + 3

(iv) 14 + (–6)	(v) 9 + (–7)	(vi) 14 + (–10)
(vii) 13 + (–15)	(viii) 4 + (–4)	(ix) 10 + (–2)
(x) 100 + (–80)	(xi) 225 + (–145)	

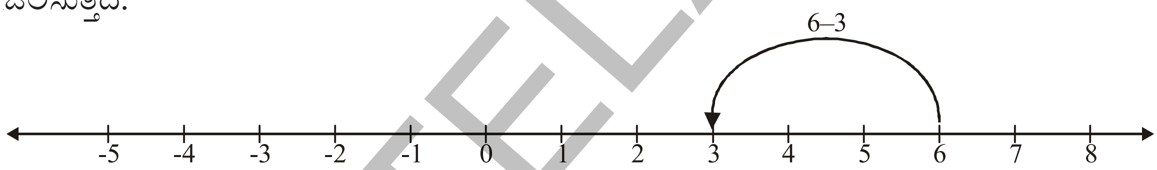
1.1.2. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವ್ಯವಕಲನ :–

ಕೆಳಗಿನ ವ್ಯವಕಲನಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

6 – 3 = 3
6 – 2 = 4
6 – 1 = 5
6 – 0 = 6
6 – (–1) = 7
6 – (–2) = 8
6 – (–3) = 9
6 – (–4) = 10

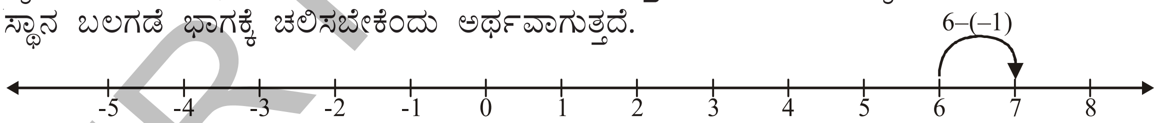
ಮೇಲಿನ ವ್ಯವಕಲನ ಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಕ್ರಮವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ ? 6 ರಿಂದ ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 1 ರಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 1 ರಂತೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

6 ರಿಂದ 3 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಎಡಗಡೆ ಭಾಗಕ್ಕೆ 6 ರಿಂದ 3ಸ್ಥಾನಗಳು ಚಲಿಸುತ್ತದೆ.



ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ 6 ರಿಂದ 2, 1 ಗಳನ್ನು ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡುವುದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿರಿ. ಪ್ರತಿಸಾರಿ ಎಡಗಡೆ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ 6 ರಿಂದ –1 ನ್ನು ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ? ಮೇಲಿನ ವ್ಯವಕಲನ ಜೋಡಣೆಯಿಂದ 6–(–1) =7 ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ ಅದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸ್ಥಾನ ಬಲಗಡೆ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಬೇಕೆಂದು ಅರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ.



ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ 6 ರಿಂದ –2, –3, –4 ಗಳನ್ನು ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸಹ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಬಲಗಡೆ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

" ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡಿದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಎಡಗಡೆ ಭಾಗಕ್ಕೆ, ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡಿದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಬಲಗಡೆ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತವೆ".

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:–

1. 8 – 6 = 2
   8 – 5 = 3
   8 – 4 =
   8 – 3 =
   8 – 2 =

8 – 1 =

8 – 0 =

8 – (–1) =

8 – (–2) =

8 – (–3) =

8 – (–4) =

(i) 8–6, 8–1, 8–(–2), 8–(–4) ಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿ.

(ii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ನೀವಾದರೆ ಯಾವ ಕಡೆ ಚಲಿಸುತ್ತೀರಿ ?

(iii) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ನೀವಾದರೆ ಯಾವ ಕಡೆ ಚಲಿಸುತ್ತೀರಿ?

2. ರಿಚಾ "ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು " ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದ್ದಾಳೆ. ಆಕೆ ಭಾವನೆಗೆ ನೀವು ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತೀರಾ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ–3

1. ಕೆಳಗಿನ ವ್ಯವಕಲನಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿ.ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 7 – 2 (ii) 8 – (– 7) (iii) 3 – 7

(iv) 15 – 14 (v) 5 – (– 8) (vi) (–2) (–1)

2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸು.

(i) 17 – (–14) (ii) 13 – (– 8) (iii) 19 – (– 5)

(iv) 15 – 28 (v) 25 – 33 (vi) 80 – (– 50)

(vii) 150 – 75 (viii) 32 – (– 18)

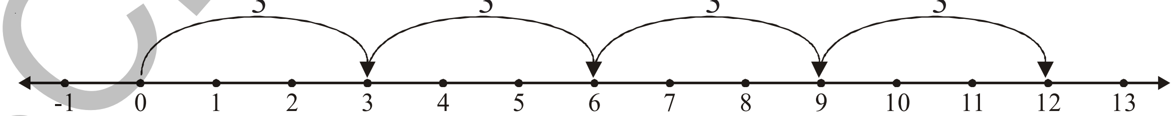
3. '–6'ನ್ನು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

1.1.3 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ

3+3+3+3= 4 × 3(4 ಬಾರಿ 3) ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು

ಇದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ತೋರಿಸಬಹುದು.

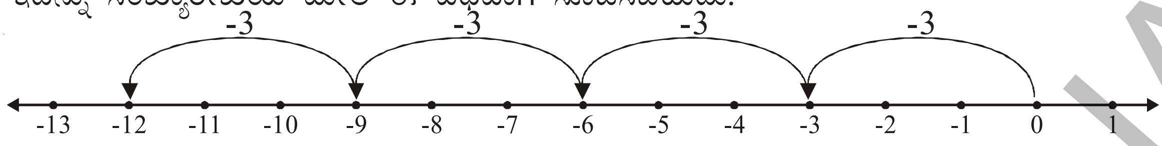


4 × 3 ಎಂದರೆ '0' ಯಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಮುಖ ಮಾಡಿ ಒಂದು ಬಾರಿಗೆ 3 ಹೆಜ್ಜೆಯಂತೆ ಜಿಗಿಯುತ್ತಾ 4 ಬಾರಿ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಬಲಗಡೆ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದರೆ 4 × 3=12 ಆಗುತ್ತದೆ.

ನಾವೀಗ 4 × (–3) ನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಹೇಗೆ ಸೂಚಿಸಬಹುದೋ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

4 × (–3) = (–3) + (–3) + (–3) + (–3) = –12

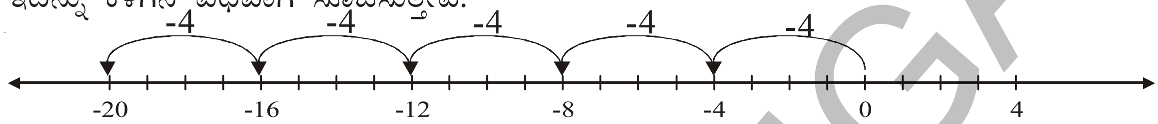
ಇದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಸೂಚಿಸಬಹುದು.



4 × (–3) ಎಂದರೆ '0' ಯಿಂದ ಎಡಕ್ಕೆ ಮುಖಮಾಡಿ ಒಂದು ಬಾರಿಗೆ 3 ರಂತೆ ಜಿಗಿಯುತ್ತಾ 4 ಬಾರಿ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಎಡಗಡೆ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದರೆ 4 × (–3) = -12 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ 5 × (–4) = (–4) + (–4) + (–4) + (–4) + (–4) = –20

ಇದನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.



5 × –4 ಎಂದರೆ '0' ಯಿಂದ ಒಂದು ಬಾರಿಗೆ 4 ರಂತೆ 5 ಬಾರಿ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಎಡಗಡೆ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದರೆ 5 × –4 = –20 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಅದೇ ರೀತಿ 2 × –5 = (–5) + (–5) = –10

3 × –6 = (–6) + (–6) + (–6) = –18

4 × –8 = (–8) + (–8) + (–8) + (–8) = –32

ಇವು ಬಿಡಿಸಿ.

1.ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ: (i) 2 × –6 (ii) 5 × –4 (iii) 9 × –4

–4 × 3 ನ್ನು ಗುಣಿಸೋಣ !

ಆದರೆ ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಣೆ ಕ್ರಮವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ

4 × 3 = 12
3 × 3 = 9
2 × 3 = 6
1 × 3 = 3
0 × 3 = 0
–1 × 3 = –3
–2 × 3 = –6
–3 × 3 = –9
–4 × 3 = –12

ಮೇಲಿನ ಗುಣಕಾರಗಳ ಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿ ಗುಣಕವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 1 ರಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ (4,3,2,1,0,–1,–2,–3,–4) ಗುಣ ಲಬ್ದವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 3 ರಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಈ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ –4 × 3 = –12 ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಆದರೆ 4 × –3 = –12 ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು.

ಆದ್ದರಿಂದ –3 × 4 = 3 × –4 = –12

ಮೇಲಿನ ಗುಣಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಋಣ ಚಿನ್ಹೆ ಬದಲಾವಣೆವಾಗುತ್ತಿದ್ದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಚಿನ್ಹೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ಜೋಡಣೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ

4 × –5 = –5 × 4 = –20

2 × –5 = –5 × 2 = –10 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

3 × –2 =

8 × –4 =

6 × –5 =

ಈ ಗುಣಾಕಾರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ “ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣ ಲಬ್ಧವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

1.1.3 (ಅ) ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

–3,–4 ಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದರೆ ಲಬ್ಧವು ಏನು ಬರುತ್ತದೆಯೇ ನೋಡೋಣ !

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಾಕಾರಗಳ ಜೋಡಣೆ ಕ್ರಮವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

$-3 \times 4 = -12$

$-3 \times 3 = -9$

$-3 \times 2 = -6$

$-3 \times 1 = -3$

$-3 \times 0 = 0$

$-3 \times -1 = 3$

$-3 \times -2 = 6$

$-3 \times -3 = 9$

$-3 \times -4 = 12$

ಈ ಮೇಲಿನ ನಮೂನೆಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ 1 ರಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ (4,3,2,1,0,–1,–2,–3, –4) ಗುಣಲಬ್ಧವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 3 ರಷ್ಟಂತೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಈಗ –4 ಮತ್ತು –3 ನ್ನು ಗುಣಿಸೋಣ

ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಾಕಾರ ಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ.

$-4 \times 4 = -16$

$-4 \times 3 = -12$

$-4 \times 2 = -8$

$-4 \times 1 = -4$

$-4 \times 0 = 0$

$-4 \times -1 =$ ______

$-4 \times -2 =$ ______

$-4 \times -3 =$ ______

ಈ ಮೇಲಿನ ನಮೂನೆಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 1 ರಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 ರಷ್ಟಂತೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಗುಣಾಕಾರಗಳ ಜೋಡಣೆಯಿಂದ $-3 \times -4 = -4 \times -3 = 12$

ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ

$-3 \times -1 = 3$	$-4 \times -1 = 4$
$-3 \times -2 = 6$	$-4 \times -2 = 8$
$-3 \times -3 = 9$	$-4 \times -3 = 12$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಕೃತ್ಯ–1

ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಕಂಬ ಸಾಲಿನಲ್ಲನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು, ಮೊದಲ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿ

×	3	2	1	0	–1	–2	–3
3	9	6	3	0	–3	–6	–9
2	6	4	2	0			
1							
0							
–1	–3	–2	–1	0	1	2	3
–2							
–3							

(i) ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇನಾ ?

(ii) ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇನಾ?

(iii) ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ, ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇನಾ?

1.1.3(ಆ) ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೆಂದು ತಿಳಿದು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ಮೂರು, ನಾಲ್ಕು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲಬ್ಧವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

(i) $(-2) \times (-3) = 6$

(ii) $(-2) \times (-3) \times (-4) = [(-2) \times (-3)] \times (-4) = 6 \times (-4) = -24$

(iii) $(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) = [(-2) \times (-3) \times (-4)] \times (-5) = (-24) \times (-5) = 120$

(iv) $[(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) \times (-6)] = 120 \times (-6) = -720$

ಮೇಲಿನ ಲಬ್ಧಗಳಿಂದ ಯಾವ ಯಾವ ಅಂಶಗಳನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸ ಬಹುದು.

(i) ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲಬ್ಧವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

(ii) ಮೂರು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲಬ್ಧವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

(iii) ನಾಲ್ಕು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲಬ್ಧವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

(iv) ಐದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲಬ್ಧವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

ಈಗೆಯೇ ಆರು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಲಬ್ಧವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕನಾ ? ಅಥವಾ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕನಾ? ಕಾರಣ ತಿಳಿಸಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:–

$(-1) \times (-1) =$ ——

$(-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

ಮೇಲಿನವುಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದರೆ (i) ಮತ್ತು (iii) ಗುಣಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಸಂಖ್ಯೆ ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ (2 ಮತ್ತು 4) ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಲಬ್ಧವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ. (ii) ಮತ್ತು (iv) ನಲ್ಲಿ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ, ಆದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕ.ಆದ್ದರಿಂದ **"ಗುಣಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ ಲಬ್ಧವುಧನ ಪೂರ್ಣಂಕ ಹಾಗೆ ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ ಲಬ್ಧವು ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕ"**

ಅಭ್ಯಾಸ –4

1. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ :–
   - (i) $(-100) \times (-6) =$ ....
   - (ii) $(-3) \times$ .... $= 3$
   - (iii) $100 \times (-6) =$ ....
   - (iv) $(-20) \times (-10) =$ ....
   - (v) $15 \times (-3) =$ ....
2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
   - (i) $3 \times (-1)$
   - (ii) $(-1) \times 225$
   - (iii) $(-21) \times (-30)$
   - (iv) $(-316) \times (-1)$
   - (v) $(-15) \times 0 \times (-18)$
   - (vi) $(-12) \times (-11) \times (10)$
   - (vii) $9 \times (-3) \times (-6)$
   - (viii) $(-18) \times (-5) \times (-4)$
   - (ix) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$
   - (x) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$
3. ಶೀತಲೀಕರಣದಿಂದ $40^{o}C$ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಕೋಣೆಯ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ $5^{o}C$ ರಂತೆ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಶೀತಲೀಕರಣ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ 10 ಗಂಟೆಯ ನಂತರ ಕೋಣೆಯ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ ಎಷ್ಟು ?
4. ಒಂದು ತರಗತಿ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ 10 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಪರಿಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ '3' ಅಂಕಗಳು, ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (–1) ಅಂಕಗಳು, ಉತ್ತರ ಬರೆಯದಿದ್ದರೆ '0' ಅಂಕಗಳನ್ನು ನಿಗದಿ ಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ.
   - (i) ಗೋಪಿ ಬರೆದ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ 5 ಸರಿಯಾದ ಮತ್ತು 5 ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಗಳಿದ್ದರೆ ಅವನಿಗೆ ಬಂದ ಅಂಕಗಳೆಷ್ಟು ?
   - (ii) ರೇಷ್ಮ ಬರೆದ 10 ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ 7 ಸರಿಯಾಗಿದ್ದರೆ ಆಕೆ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳೆಷ್ಟು ?
   - (iii) ರಶ್ಮಿ ಬರೆದ 10 ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ 4 ತಪ್ಪು, 3 ಸರಿಯಾಗಿದ್ದರೆ ಆಕೆ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳೆಷ್ಟು ?

5. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಅಕ್ಕಿಯ ಮಾರಾಟದಿಂದ ಪ್ರತಿ ಬಾಸುಮತಿ ಅಕ್ಕಿಯ ಚೀಲಕ್ಕೆ ರೂ. 10 ಲಾಭ ಮತ್ತು ಬಾಸುಮತಿ ಅಲ್ಲದ ಅಕ್ಕಿಯ ಚೀಲಕ್ಕೆ ರೂ. 5 ನಷ್ಟವನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದಾನೆ.

(i) ಒಂದು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಪಾರಿ 3000 ಬಾಸುಮತಿ ಅಕ್ಕಿಯ ಚೀಲಗಳು, 5000 ಬಾಸುಮತಿ ಅಲ್ಲದ ಅಕ್ಕಿಯ ಚೀಲಗಳನ್ನು ಮಾರಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಲಾಭವೋ ಅಥವಾ ನಷ್ಟವೋ ತಿಳಿಸಿ.

(ii) ಬಾಸುಮತಿ ಅಲ್ಲದ 6400 ಅಕ್ಕಿಯ ಚೀಲಗಳನ್ನು ಮಾರಿದಾಗ ಲಾಭವಾಗಲಿ, ನಷ್ಟವಾಗಲಿ ಬರದಹಾಗೆ ಇರಬೇಕೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಬಾಸುಮತಿ ಅಕ್ಕಿಯ ಚೀಲಗಳನ್ನು ಮಾರಬೇಕು?

6. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ತುಂಬಿ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸರಿಮಾಡಿರಿ.

(i) $(-3) \times$ ______ $= 27$ (ii) $5 \times$ ______ $= -35$

(iii) ______ $\times (-8) = -56$ (iv) ______ $\times (-12) = 132$

1.1.4 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

ಭಾಗಾಕಾರವು ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ.ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೆ ಸೇರಿದ ಕೆಲವೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

$3 \times 5 = 15$ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು.

ಆದ್ದರಿಂದ $15 \div 5 = 3$ ಅಥವಾ $15 \div 3 = 5$

ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ $4 \times 3 = 12$

ಆದ್ದರಿಂದ $12 \div 4 = 3$ ಅಥವಾ $12 \div 3 = 4$

ಅಂದರೆ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ ಎರಡು ಭಾಗಕಾರ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆಂದುಹೇಳಬಹುದು.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಸಹ ಪ್ರತಿ ಗುಣಾಕಾರ ಹೇಳಿಕೆಗೆ ಸರಿಬೀಳುವ ಭಾಗಾಕಾರ ಹೇಳಿಕೆಗಳುಬರೆಯಬಹುದಾ? ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ.

ಗುಣಾಕಾರ ಹೇಳಿಕೆಗಳು	ಭಾಗಾಕಾರ ಹೇಳಿಕೆಗಳು		
$2 \times (-6) = (-12)$	$(-12) \div (-6) = 2$	,	$(-12) \div 2 = (-6)$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div (5) = (-4)$	,	$(-20) \div (-4) = 5$
$(-8) \times (-9) = 72$	$72 \div (-8) = (-9)$	,	$72 \div (-9) = (-8)$
$(-3) \times (-7) =$ ______	______ $\div (-3) =$ ______	,	______
$(-8) \times 4 =$ ______	______	,	______
$5 \times (-9) =$ ______	______	,	______
$(-10) \times (-5) =$	______	,	______

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹಣೆಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಅಭ್ಯಸಿಸಿ ಮತ್ತು ಚಿನ್ಹೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ನಾವು ಹೀಗೆಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.

"ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಂಕವನ್ನು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ".

ಇವು ಮಾಡಿ :–

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(i) (–100) ÷ 5 (ii) (–81) ÷ 9 (iii) (–75) ÷ 5 (iv) (–32) ÷ 2

(v) 125 ÷ (–25) (vi) 80 ÷ (–5) (vii) 64 ÷ (–16)

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :–

(–48) ÷ 8 = 48 ÷ (–8) ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ ?

ಸಾಧನೆ :–

(–48) ÷ 8 = –6 ಮತ್ತು 48 ÷ (–8) = –6

ಅದ್ದರಿಂದ (–48) ÷ 8 = 48 ÷ (–8)

ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸರಿ ನೋಡಿರಿ.

(i) 90 ÷ (–45) ಮತ್ತು (–90) ÷ 45 (ii) (–136) ÷ 4 ಮತ್ತು 136 ÷ (–4)

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಾಕಾರಗಳನ್ನು ಸಹ ಗಮನಿಸಿರಿ

(–12) ÷ (–6) = 2; (–20) ÷ (–4) = 5; (–32) ÷ (–8) = 4; (–45) ÷ (–9) = 5

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಇವು ಮಾಡಿರಿ

1. ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಾಕಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ

(i) –36 ÷ (–4) (ii) (–201) ÷ (–3) (iii) (–325) ÷ (–13)

1.2 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

6 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (0,1,2,3, ...) ಗುಣ ಲಕ್ಷಣ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ {0,+1, +2, ... } ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣ ಲಕ್ಷಣ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ.

(i) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಆವೃತ ಗುಣ (Closure Property)

ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಕಲನಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ತುಂಬಿರಿ.

ಹೇಳಿಕೆಗಳು	ಸಾರಾಂಶ
$5 + 8 = 13$	ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ
$6 + 3 =$	
$13 + 0 =$	
$10 + 2 =$	
$0 + 6 = 6$	ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇನಾ ? ಇದು ಸತ್ಯ ವೆಂದು ನೀವು ಗ್ರಹಿಸುತ್ತೀರಿ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಆವೃತ ಗುಣ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಆದರೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನಕ್ಕೆ ಆವೃತ ಗುಣ ಹೊಂದಿವೆಯೇ ಇಲ್ಲವೋ ? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಕಲನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ತುಂಬಿರಿ.

ಹೇಳಿಕೆಗಳು	ಸಾರಾಂಶ
$6 + 3 = 9$	ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ
$-10 + 2 =$	
$-3 + 0 =$	
$-6 + 6 = 0$	
$(-2) + (-3) = -5$	
$7 + (-6) =$	ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ

ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆಗಿರುತ್ತದಯೇ ?
ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಅಲ್ಲವೆಂದು ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನಕ್ಕೆ ಸಹ ಆವೃತ ಗುಣ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

a ಮತ್ತು b,ಗಳು ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ $a + b$ ಕೂಡಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇ

(ii) ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ (Commutative property)

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ತುಂಬಿರಿ.

ಹೇಳಿಕೆ 1	ಹೇಳಿಕೆ 2	ಸಾರಾಂಶ
$4 + 3 = 7$	$3 + 4 = 7$	$4 + 3 = 3 + 4 = 7$
$3 + 5 =$	$5 + 3 =$	
$3 + 0 =$	$0 + 3 =$	

ಎರಡು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಬದಲಾವಣೆ ಗಮನಿಸಿದ್ದಿರಾ? ಬದಲಾವಣೆ ಗಳಿದ್ದರೆ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮವು ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ತುಂಬಿರಿ.

ಹೇಳಿಕೆ1	ಹೇಳಿಕೆ 2	ಸಾರಾಂಶ
5 + (–6) = –1	(–6) + 5 = –1	5 + (–6) = (–6) + 5 = –1
–9 + 2 =	2 + (–9) =	
–4 + (–5) =	(–5) + (–4) =	

ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಕ್ರಮವನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಬದಲಾವಣೆ ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ? ಬದಲಾವಣೆಗಳಿದ್ದರೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ.

a ಮತ್ತು b ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ ,a + b = b + a

(iii) ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ (Associative property)

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

(i) (2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)

5 + 4 = 2 + 7

9 = 9

(ii) (–2 + 3) + 5 = –2 + (3 + 5)

1 + 5 = –2 + 8

6 = 6

(iii) (–2 + 3) + (–5) = 2 + [3 + (–5)]

1 + (–5) = 2 + (-2)

–4 = –4

(iv) [(–2) + (–3)] + (-5) = –2 + [(–3) + (–5)]

–5 + (–5) = –2 + (–8)

–10 = –10

ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸಂಕಲನಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೇ ? ಇದು ಸತ್ಯವೆಂದು ಗ್ರಹಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನಕ್ಕೆ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ.

a, b ಮತ್ತು c, ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ (a + b) + c = a + (b + c)

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸತ್ಯವೋ, ಅಸತ್ಯವೋ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ
   (i) $(2 + 5) + 4 = 2 + (5 + 4)$
   (ii) $(2 + 0) + 4 = 2 + (0 + 4)$
2. ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆಯೇ?ಮತ್ತೆ ಎರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ವಿವರಿಸಿ.

(iv) ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯನಾಂಶ **(Additive identity)**

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

$-2 + 0 = -2$

$5 + 0 = 5$

$8 + 0 =$

$-10 + 0 =$

ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ '0' ಯನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ಅದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ವಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ? ಫಲಿತಾಂಶ ಅದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ '0' ಯನ್ನು, ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ **a,** ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ $\mathbf{a+0 = 0 + a = a}$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :–

1.ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡಿರಿ.

(i) $2 + 0 =$

(ii) $0 + 3 =$

(iii) $5 + 0 =$

(iv) ಅದೇರೀತಿ, ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ'0'ಯನ್ನು ಕೂಡಿರಿ.'0' ಯು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಕಲನ ಅನನ್ಯತಾಂಶವೇನಾ?

(v) ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ(Additive Inverse)

3 ಕ್ಕೆ ಯಾವ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶ ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ '0' ಆಗುತ್ತದೆ? ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

$3 + (-3) = 0$

$7 + (-7) = 0$

$(-10) + 10 = 0$

ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಇಂತಹ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಬಹುದೇ? ಮೇಲಿನ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡನೆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

'a' ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆದರೆ $\mathbf{a + (-a) = 0}$ ಆಂದರೆ $\mathbf{-a}$ ಎಂಬುದು 'a' ನ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ. 'a' ಮತ್ತು (–a) ಪರಸ್ಪರ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಗಳು.

1.2.2 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ನಿಯಮಗಳು /ಗುಣಗಳು :
(Properties of integers under multiplication)

(i) ಆವೃತ ಗುಣ (Closure property)

ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ತುಂಬಿರಿ.

ಹೇಳಿಕೆ	ಸಾರಾಂಶ
$9 \times 8 = 72$	ಗುಣಲಬ್ದವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇ
$10 \times 0 =$	
$-15 \times 2 =$	
$-15 \times 3 = -45$	
$-11 \times -8 =$	
$10 \times 10 =$	
$5 \times -3 =$	

ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲಬ್ದವು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವೆಯಾ? ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಆವೃತ ನಿಯಮ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ.

‘a’ ಮತ್ತು ‘b’ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ axb ಯು ಸಹ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇ

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :–

1. (i) $2 \times 3 =$ ________

(ii) $5 \times 4 =$ ________

(iii) $3 \times 6 =$ ________

(iv) ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ದವು ಯಾವಾಗಲೂ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೇನಾ?

(ii) ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ : (Commutative property)

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆಯೆಂದು ಗೊತ್ತು. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಈ ನಿಯಮ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆಯಾ?

ಹೇಳಿಕೆ 1	ಹೇಳಿಕೆ 2	ಸಾರಾಂಶ
$5 \times (-2) = -10;$	$(-2) \times 5 = -10$	$5 \times (-2) = (-2) \times 5 = -10$
$(-3) \times 6 =$	$6 \times (-3) =$	
$-20 \times 10 =$	$10 \times (-20) =$	

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಧರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಇದು ಸತ್ಯ. ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಲ್ಲ ವೆಂದು ಇರುವ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಕೊಡಿ. ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ ಸರಿ ಹೊಂದುತ್ತದೆ.

'a' ಮತ್ತು 'b' ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ axb = bxa

(iii) ಸಹ ವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ : (Associative property)

2, –3, –4 ರ ಗುಣಕಾರಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.ಇವುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಗುಣಿಸೋಣ

$[2 \times (-3)] \times (-4)$ ಮತ್ತು $2 \times [(-3) \times (-4)]$

ಇದರಿಂದ

$[2 \times (-3)] \times (-4)$ ಮತ್ತು $2 \times [(-3) \times (-4)]$

$= (-6) \times (-4)$ $\qquad = 2 \times 12$

$= 24$ $\qquad = 24$

ಮೊದಲನೆ ಸಂಧರ್ಭದಲ್ಲಿ ಮೊದಲೆರೆಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವನ್ನು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗಿದೆ, ಎರಡನೆ ಸಂಧರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕೊನೆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಎರಡು ಸಂಧರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೊನೆಗೆ ಗುಣಲಬ್ದವು ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ [2 x (- 3)] x (-4) = 2 x [(- 3)] x (-4)]

ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುಂಪುಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ದವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೇಲೆ ಪ್ರಭಾವ ಬೀರಿದೆಯೇ ? ಇಲ್ಲ. ಗುಣಲಬ್ದದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸಹ ವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ. ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ದ ಎನ್ನುವುದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಗುಣಿಸುವುದ ಮೇಲೆ ಆಧಾರ ಪಡುವುದಿಲ್ಲ.

a,b,c ಗಳು ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ, (axb)xc = ax (bxc)

ಇವು ಮಾಡಿರಿ

1. $[(-5) \times 2)] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)]$? ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದಯೇ ?
2. $[(-2) \times 6] \times 4 = (-2) \times [(6 \times 4)]$? ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದಯೇ ?

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. $(5 \times 2) \times 3 = 5 \times (2 \times 3)$
2. ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರ ಸಹ ವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ ವರ್ತಿಸಿತ್ತದೆಯೇ? ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆ ಗಳೊಂದಿಗೆ ಸರಿನೋಡಿರಿ.

(iv) ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ (Distributive property)

$9 \times (10 + 2) = (9 \times 10) + (9 \times 2)$ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು.

ಅದ್ದರಿಂದ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರ, ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ ಹೊಂದುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ಸತ್ಯ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸಹ ಈ ನಿಯಮ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದಯೇ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

(i) $-2 \times (1 + 3) = [(-2) \times 1] + [(-2) \times 3]$

$-2 \times 4 = -2 + (-6)$

$-8 = -8$

(ii) $-1 \times [3 + (-5)] = [(-1) \times 3] + [(-1) \times (-5)]$

$-1 \times (-2) = -3 + (+5)$

$2 = 2$

$-3 \times (-4+2) = [(-3) \times (-4)] + [-3 \times (2)]$ನ್ನು ಸರಿನೋಡಿರಿ. ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಎಡಗಡೆ ಇರುವ ಬೆಲೆ, ಬಲಗಡೆ ಬೆಲೆಗೆ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರ ಸಂಕಲನಗಳ ಮೇಲೆ ವಿಭಾಗ ನಿಯಮ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ.

a,b, ಮತ್ತು c ಗಳು ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

(v) ಗುಣಾಕಾರ ಅನನ್ಯತಾಂಶ (Multiplicative identity)

$2 \times 1 = 2$

$-5 \times 1 = -5$

$-3 \times 1 =$ _____

$-8 \times 1 =$ _____

$1 \times -5 =$ _____

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸಂಕಲನ ಅನನ್ಯತಾಂಶ '0'

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು '1'ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ '1' ನ್ನು ಪೂಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

'*a*' ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ $a \times 1 = 1 \times a = a$

(vi) '0' (ಸೊನ್ನೆ) ಯಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ (Multiplication by zero)

ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು '0' ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಲಬ್ಧವು '0' ಆದರೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಸತ್ಯವೇನಾ ? ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

$(-3) \times 0 = 0$

$0 \times (-8) =$ _____

$9 \times 0 =$ _____

ಮೇಲಿನವುಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದಾಗ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಸೊನ್ನೆಯೇ

'a' ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ $a \times 0 = 0 \times a = 0$

ಅಭ್ಯಾಸ – 5

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸರಿನೋಡಿರಿ.

   (i) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

   (ii) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

2. (i) a ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆದರೆ $(-1) \times a$ ನ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

   (ii) (-1) ಕ್ಕೆ ಯಾವ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧವು 5 ಆಗುತ್ತದೆ ?

3. ಸರಿಯಾದ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ .

   (i) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$ (ii) $8 \times 53 \times (-125)$

   (iii) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$ (iv) $(-41) \times 102$

   (v) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$ (vi) $7 \times (50 - 2)$

   (vii) $(-17) \times (-29)$ (viii) $(-57) \times (-19) + 57$

1.2.3 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವ್ಯವಕಲನ ನಿಯಮಗಳು /ಗುಣಗಳು: (Properties of integers under subtraction)

(i) ಆವೃತ ಗುಣ (Closure under subtraction)

ಕೆಳಗಿನ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಯಾವಾಗಲೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇ ಬರುತ್ತದೆಯೇ ? ಇವುಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

$9 - 7 =$ ______

$7 - 10 =$ ______

$2 - 3 =$ ______

$-2 - 3 =$ ______

$-2 - (-5) =$ ______

$0 - 4 =$ ______

ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಿ ? ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಆವೃತ ಗುಣ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ

a ಮತ್ತು **b** ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ **a – b** ಕೂಡ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇ.

(ii) ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ (Commutativity under subtraction)

ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ!

6, –4 ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ

$6 - (-4) = 6 + 4 = 10$ ಮತ್ತು

$-4 - (6) = -4 - 6 = -10$

ಆದ್ದರಿಂದ $6 - (-4) \neq -4 - (6)$

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ವ್ಯವಕಲನದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತಿನೀಯ ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

ಯಾವುದಾದರೂ ಐದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ

1.2.4 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ನಿಯಮಗಳು (ಗುಣಗಳು) (Properties of integers under division)

(i) ಆವೃತ ಗುಣ (Closure Property) :-

ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ತುಂಬಿರಿ.

ಹೇಳಿಕೆ	ಸಾರಾಂಶ	ಹೇಳಿಕೆ	ಸಾರಾಂಶ
$(-8) \div (-4) = 2$	ಫಲಿತಾಂಶ ಪೂರ್ಣಾಂಕ	$(-8) \div 4 = \frac{-8}{4} = -2$	
$(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$	ಫಲಿತಾಂಶ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಅಲ್ಲ	$4 \div (-8) = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2}$	

ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಿ ? ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಆವೃತ ಗುಣ ವರ್ತಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

ಯಾವುದಾದರೂ ಐದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಭಾಗಾಕಾರದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಆವೃತ ಗುಣವನ್ನು ಸರಿ ನೋಡಿರಿ

(ii) ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ (Commutative Property) :

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮವಿಲ್ಲ. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿನ ಉದಾಹರಣೆ ಆಧಾರವಾಗಿ $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಅದೇ ರೀತಿ $(-9) \div 3$, $3 \div (-9)$ ಗಳು ಸಮಾನವೇನಾ?

$(-30) \div (6)$, $(-6) \div (-30)$ ಗಳು ಸಮಾನವೇನಾ?

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ ಅನ್ವಯಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

ಯಾವುದಾದರೂ ಐದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಸರಿ ನೋಡಿರಿ

(iii) ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ (Division by Zero) :

ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ, ಮೂರು ಭಾಗಗಳಾಗಿ .... ವಿಭಜಿಸ ಬಹುದು. ಆದರೆ ಸೊನ್ನೆ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು ಎನ್ನುವುದಕ್ಕೆ ಅರ್ಥವಿಲ್ಲದ್ದು. ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಭಾಗಲಬ್ದ '0' ಆಗುತ್ತದೆ

a ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆದರೆ **a ÷ 0** ನಿರ್ವಚಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ,
a ಒಂದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ **0 ÷ a = 0**

(iv) +1 ರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ (Identity in division)

ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಾಕಾರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ.

(–8) ÷ 1 = (–8)   (11) ÷ 1 = +11   (–13) ÷ 1 = _____   (–25) ÷ 1 = _______

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಒಂದು ಧನ ಅಥವಾ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು 1 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶ ಅದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ –1 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿ, ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ. 1ನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

a ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆದರೆ **a ÷ 1 = a.**

ಯಾವುದಾದರು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು (–1) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಏನು ಬರುತ್ತದೆ. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ನೋಡಿ ತಿಳಿಸಿ.

(–8) ÷ (–1) = 8   11 ÷ (–1) = –11   13 ÷ (–1) = _____   (–25) ÷ (–1) = _____

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು (–1) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಅಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ : –

1. a, ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ
   (i) a ÷ 1 = 1?
   (ii) a ÷ (–1) = –a?
   'a' ಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಸರಿನೋಡಿರಿ.

(iii) ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ (Associative property) :

–16, 4, –2 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

[(–16) ÷ 41] ÷ (–2) = (–16) ÷ [4 ÷ (–2)] ಸರಿಯೇ ?

[(–16) ÷ 4] ÷ (–2) = (–4) ÷ (–2) = 2

(–16) ÷ [4 ÷ (–2)] = (–16) ÷ (–2) = 8

ಆದ್ದರಿಂದ [(–16) ÷ 4] ÷ (–2) ≠ (–16) ÷ [4 ÷ (–2)]

ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ ಅನ್ವಯಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

ಯಾವುದಾದರೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಸರಿ ನೋಡಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ – 6

1. ಕೆಳಗಿನ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ

   (i) $-25 \div \text{........} = 25$

   (ii) $\text{........} \div 1 = -49$

   (iii) $50 \div 0 = \text{....................}$

   (iv) $0 \div 1 = \text{....................}$

1.3 ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೇಲೆ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳು:

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (+5) ಅಂಕಗಳು. ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (–2) ಅಂಕಗಳು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. (i)ರಾಧಿಕ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಬರೆದರೆ 10 ಸರಿಯಾಗಿವೆ. 30 ಅಂಕಗಳು ಪಡೆದಿದ್ದಾಳೆ. (ii) ಜಯ ಸಹ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಬರೆದರೆ, 4 ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿವೆ, ಆದರೆ (–12) ಅಂಕಗಳು ಪಡೆದಿದ್ದಾಳೆ, ಆದರೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ರಾಧಿಕ, ಜಯ ಎಷ್ಟು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ?

ಪರಿಹಾರ : (i) ಒಂದೊಂದು ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಅಂಕಗಳು $= 5$

10 ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು $= 5 \times 10 = 50$

ರಾಧಿಕ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು $= 30$

ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು $= 30 - 50 = -20$

ಪ್ರತಿ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನಿಗದಿ ಪಡಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು $= (-2)$

ಆದ್ದರಿಂದ ರಾಧಿಕಳ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= (-20) \div (-2) = 10$

(ii) 4 ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಂಕಗಳು $= 5 \times 4 = 20$

ಜಯ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು $= -12$

ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಂಕಗಳು $= -12 - 20 = -32$

ಪ್ರತಿ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನಿಗದಿ ಪಡಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು $= (-2)$

ಆದ್ದರಿಂದ ಜಯಳ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= (-32) \div (-2) = 16$

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು ಒಂದೊಂದು ಪೆನ್ನನ್ನು ಮಾರುವುದರಿಂದ ₹ 1 ಲಾಭವನ್ನು, ಒಂದೊಂದು ಹಳೆಯ ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮಾರುವುದರಿಂದ 40 ಪೈಸೆ ನಷ್ಟವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಿದ್ದಾನೆ.

(i) ₹ 5 ನಷ್ಟವನ್ನು ಹೊಂದಿದ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಮಾರಿದ ಪೆನ್ನುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 45 ಆದರೆ ಎಷ್ಟು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳನ್ನು ಮಾರಿದ್ದಾನೆ ?

(ii) ನಂತರದ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಲಾಭವಾಗಲಿ, ನಷ್ಟವಾಗಲಿ ಇಲ್ಲ. ಅವನು 70 ಪೆನ್ನುಗಳನ್ನು ಮಾರಿದ್ದರೆ, ಎಷ್ಟು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳನ್ನು ಮಾರಿರುತ್ತಾನೆ.

ಪರಿಹಾರ : (i) ಒಂದೊಂದು ಪೆನ್ನು ಮಾರುವದರಿಂದ ಬರುವ ಲಾಭ = ₹ 1

45 ಪೆನ್ನುಗಳನ್ನು ಮಾರುವದರಿಂದ ಬರುವ ಲಾಭ $= 1 \times 45 =$ ₹ 45,

ಒಟ್ಟು ನಷ್ಟ =₹ 5,ಅಂದರೆ –5

ಪಡೆದ ಲಾಭ + ಹೊಂದಿದ ನಷ್ಟ = ಒಟ್ಟು ನಷ್ಟ

ಹೊಂದಿದ ನಷ್ಟ = ಒಟ್ಟು ನಷ್ಟ– ಪಡೆದ ಲಾಭ

= –5 – (45) = (–50) = – ₹ 50 = – 5000 ಪೈಸೆಗಳು

ಒಂದೊಂದು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಮೇಲೆ ನಷ್ಟ = 40 ಪೈಸೆಗಳು ಅಂದರೆ –40 ಪೈಸೆಗಳು

ಒಟ್ಟು ಮಾರಿದ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = (–5000) ÷ (–40) = 125 ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳು.

(ii) ನಂತರ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ 70 ಪೆನ್ನುಗಳಿಂದಪಡೆದ ಲಾಭ =1x70 = ₹ 70 ಅಂದರೆ +70

ಪಡೆದ ಲಾಭ ಒಟ್ಟು

ಪೆನ್ನುಗಳಿಂದ ಲಭಿಸಿದ ಲಾಭ + ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳಿಂದ ಹೊಂದಿದ ನಷ್ಟ = 0

ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳಿಂದ ಹೊಂದಿದ ನಷ್ಟ = – ಪೆನ್ನುಗಳಿಂದ ಲಭಿಸಿದ ಲಾಭ

ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳಿಂದ ಹೊಂದಿದ ನಷ್ಟ = ₹ 70 ಅಥವಾ –7000 ಪೈಸಗಳು.

ಮಾರಿದ ಒಟ್ಟು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =(–7000) ÷ (–40) = 175 ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳು.

ಅಭ್ಯಾಸ –7

1. ಒಂದು ತರಗತಿಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಪ್ರಶ್ನಾ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ 15 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 4 ಅಂಕಗಳು. ಪ್ರತಿ ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (–2) ಅಂಕಗಳು ನಿಗದಿ ಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. (i) ಭಾರತಿ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿದರೆ 9 ಮಾತ್ರವೇ ಸರಿಯಾಗಿವೆ. (ii) ಆಕೆಯ ಸ್ನೇಹಿತೆ 5 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಗಳನ್ನು ಬರೆದಾಗಎಲ್ಲಾ ಸರಿಯಾಗಿವೆ. ಅವರಿಗೆ ಬಂದ ಅಂಕಗಳೆಷ್ಟು?

2. ಒಂದು ಸಿಮೆಂಟು ಕಂಪೆನಿ ಬಿಳಿಬಣ್ಣದ ಸಿಮೆಂಟು ಚೀಲವನ್ನು ₹ 9 ಲಾಭಕ್ಕೆ ಬೂದಿ ಬಣ್ಣದ ಸಿಮೆಂಟು ಚೀಲವನ್ನು ₹ 5 ನಷ್ಟಕ್ಕೆ ಮಾರಿದ್ದಾರೆ.
   (i) ಒಂದು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ 7000 ಚೀಲ ಬಿಳಿಬಣ್ಣದ ಸಿಮೆಂಟು, 6000 ಚೀಲ ಬೂದಿಬಣ್ಣದ ಸಿಮೆಂಟು ಮಾರಿದರೆ ಆ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟ ಎಷ್ಟು ?
   (ii) 5400 ಚೀಲ ಬೂದಿ ಬಣ್ಣದ ಸಿಮೆಂಟು ಮಾರಿದ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಲಾಭವಾಗಲೀ, ನಷ್ಟವಾಗಲಿ ಬರದಿದ್ದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬಿಳಿ ಸಿಮೆಂಟು ಚೀಲಗಳನ್ನು ಮಾರಿರಬೇಕು?

3. ಶ್ರೀ ನಗರ್ ನಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಾಹ್ನ 12 ಗಂಟೆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ 10^o C ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ ನಮೋದಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 2^oC ರಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿದ್ದರೆ.(i) ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ 0^oC ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು 8^oC ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ ? (i) ಅರ್ಧರಾತ್ರಿ 12 ಗಂಟೆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ ಎಷ್ಟು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ?

4. ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (+3) ಅಂಕಗಳು, ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (–2) ಅಂಕಗಳು, ಉತ್ತರ ಬರೆಯದಿದ್ದರೆ 0 ಅಂಕಗಳು ನಿಗದಿ ಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

(i) ರಾಧಿಕ ಬರೆದ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ 12 ಸರಿಯಾಗಿವೆ ಆಗ ಆಕೆಯ ಅಂಕಗಳು 20 ಆದರೆ ಆಕೆ ಬರೆದ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳೆಷ್ಟು ? (ii) ಮೋಹಿನಿಗೆ (–5) ಅಂಕಗಳು ಬಂದಿವೆ. ಆಕೆ ಬರೆದ ಉತ್ತರಗಳಲಿ 13 ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳಿದ್ದರೆ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

5. ಒಂದು ಗಣಿಯಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಾಟು ಮಾಡಿದ ಎಲಿಮೇಟರು ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ 6 ಮೀ ವೇಗದಿಂದ ಕೆಳಗೆ ಇಳಿಯುತ್ತದೆ. ಭೂ ಮಟ್ಟಕಿಂತ 10 ಮೀ. ಎತ್ತರದಿಂದ ಹೊರಟ ಎಲಿವೇಟರು –350 ಮೀ. ವರೆಗೆ ಪ್ರಯಾಣೀಸಲು ಹಿಡಿಯುವ ಸಮಯ ವೆಷ್ಟು ?

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು :

1. N (ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು) = 1, 2, 3, 4, 5 . . .

W (ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು) = 0, 1, 2, 3, 4, 5 . . .

Z (ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು) = ..., –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4 . . .

ಹಾಗೆಯೇ Z= 0, ±1, ±2, ±3 ....ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

2 ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ, ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತಾರೆ.

3. ಸಂಖ್ಯೆರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ, ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಳೇದರೆ ಬಲ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಬೇಕು.

4. (i) ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಅಥವಾ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ದವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

(ii) ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

(iii) ಒಂದು ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಯಾದರೆ ಗುಣಲಬ್ದವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ; ಹಾಗೆಯೇ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ ಅದರ ಗುಣಲಬ್ದವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ವಾಗುತ್ತದೆ.

5 (i) ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ದವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(ii) ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಂಕವನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಭಾಗಲಬ್ದವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(iii) ಒಂದೇ ಚಿಹ್ನೆ ಇರುವ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುಣಾಕಾರ ಅಥವಾ ಬಾಗಾಕಾರವಾಗಲಿ ಮಾಡಿದರೆ ಫಲಿತಾಂಶ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಚಿಹ್ನೆಗಳಾದರೆ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ

6. ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಿಯಮಗಳು.

ನಿಯಮಗಳು	ಸಂಕಲನ(+)	ವ್ಯವಕಲನ(-)	ಗುಣಾಕಾರ(×)	ಭಾಗಾಕಾರ(÷)
ಆವೃತ ಗುಣ	✓	✓	✓	×
ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ	✓	×	✓	×
ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ	✓	×	✓	×
ಅನನ್ಯತಾಂಶ ವಿಲೋಮ	✓	-	✓	-
ವಿಲೋಮ	✓	-	×	-

7. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಸರಕಲನದ ಮೇಲೆ ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ ಸರಿ ಹೊಂದುತ್ತದೆ.a ಮತ್ತು b ಗಳು ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ,

$$a\times(b+c) = a\times b + a\times c.$$

8. a ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆದರೆ,

(i) $a \div 0$ ನಿರ್ವಚಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

(ii) $0 \div a = 0$ ($a \neq 0$ ಆದಾಗ)

(iii) $a \div 1 = a$

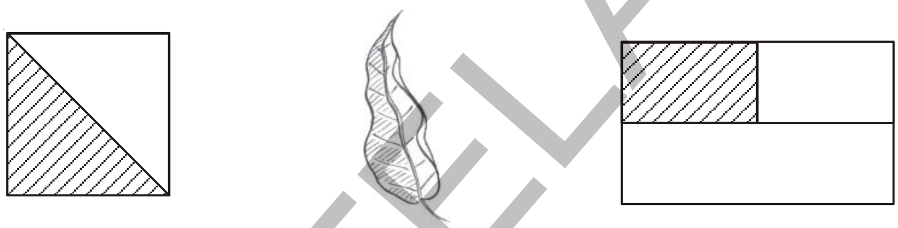
ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ದಶಮಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

2

2.0 ಪರಿಚಯ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದ ಅನೇಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ, ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಬೇಕು, ಅವುಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಹೇಗೆ ಮಾಡಬೇಕೆಂಬುದನ್ನು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಬಾರಿ ಪುನಶ್ಚರಣೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಭಾಗಾಕಾರ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ದಶಮಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ (Rational numbers) ಬಗ್ಗೆ ಪರಿಚಯ ಮಾಡಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ.

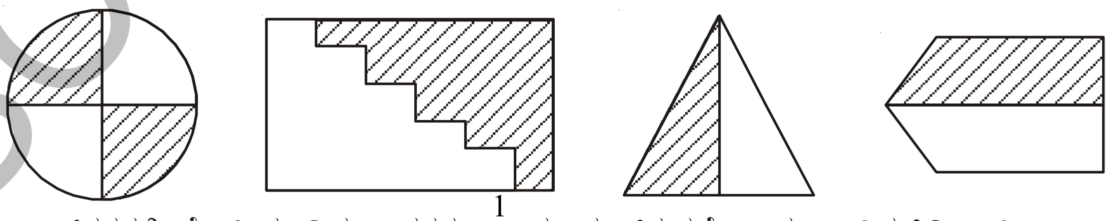
ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿರುವ ಭಾಗಗಳು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಯಾವ ಭಾಗಗಳು ಸರಿಯಾಗಿವೆ ತಿಳಿಸಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 1	ಚಿತ್ರ 2	ಚಿತ್ರ 3
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
ಹೌದು/ಅಲ್ಲ	ಹೌದು/ಅಲ್ಲ	ಹೌದು/ಅಲ್ಲ
ಕಾರಣ	ಕಾರಣ	ಕಾರಣ ....

ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳು ಇರುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರುತ್ತೀರಿ. ಅಂತಹ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ನಿನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತನಿಗೆ ಕೊಟ್ಟು ಸರಿನೋಡಿ ಎಂದು ಹೇಳಿ.

ಇಲ್ಲಿ 'ನೇಹಾ' $\frac{1}{2}$ ನ್ನು ವಿವಿಧ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ತೋರಿಸಿದ್ದಾಳೋ ಗಮನಿಸಿರಿ.



ಎಲ್ಲಾ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಷೇಡ್ ಮಾಡಿದ ಭಾಗಗಳು $\frac{1}{2}$ ನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಿದ್ದೀರಾ? ಹಾಗಾದರೆ ಷೇಡ್ ಮಾಡದ ಭಾಗ ಯಾವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎಳೆದು, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ $\frac{3}{4}, \frac{1}{4}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಷೇಡ್ ಮಾಡಿರಿ. ಇವುಗಳನ್ನು ನೀವು ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ಸೂಚಿಸಿದ್ದೀರೋ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರಿಂದ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನೋಡಿ, ಸರಿನೋಡಿರಿ.

ಸಮ ಅಥವಾ ಶುದ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮತ್ತು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ (Proper and Improper fractions) :

ನೀವು ಹಿಂದೆ ಶುದ್ದ, ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದು ಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ. ಶುದ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಸಂಗ್ರಹದ ಸಮಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಶುದ್ದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ.

$\frac{3}{2}$ ಎನ್ನುವುದು ಶುದ್ದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೇ ? ಇದು ಶುದ್ದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಹೌದೋ, ಅಲ್ಲವೋ ಹೇಗೆ ಸರಿನೋಡುವಿರಿ?

ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ನಿಯಮಗಳೇನು? ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಏನಂದರೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಆಂಶ ಛೇದಕ್ಕೆ ಸಮ ಇಲ್ಲವೇ ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇದ್ದರೆ ಅಂಥ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇದರ ಬೆಲೆ ಒಂದು ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು. ಪ್ರತಿ ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸ ಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{3}{2}$ ಎಂಬ ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು $1\frac{1}{2}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದು ಒಂದು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿ. ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗ ಮತ್ತು ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಭಾಗ ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಭಾಗ ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ಶುದ್ದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಇವು ಮಾಡಿರಿ:

1. ಶುದ್ದ, ವಿಷಮ, ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೆ ಒಂದೊಂದಕ್ಕೆ ಐದುಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

$2\frac{1}{4}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿ. ಇದನ್ನು ತೋರಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಯೂನಿಟ್ ಚಿತ್ರಗಳು ಅವಸರ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಹೋಲಿಕೆ :

ಸ್ವಜಾತಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿದ್ದೀರೋ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{1}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{5}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿ $\frac{3}{5}$ ದೊಡ್ಡದು. ಹೇಗೆ? ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಎರಡು ವಿಜಾತಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿದ್ದೀರೋ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{5}{7}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{4}$ ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

$\frac{5}{7}, \frac{3}{4}$ ಗಳನ್ನು ಸಜಾತಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡೋಣ.

$\frac{5}{7} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{28}$, ... ಹಾಗೆಯೇ $\frac{3}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{28}$...

$\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$ ಗಳಿಂದ

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ :

1. $\frac{3}{5}$ ಮತ್ತು . $\frac{4}{7}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೆ ಐದೈದು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ
2. $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{5}$ ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು ?
3. ಕೆಳಗಿನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದು, ಯಾವ ಜೋಡಿಗಳು ಸಮಾನವೋ ತಿಳಿಸಿರಿ.

(i) $\frac{3}{8}$ ಮತ್ತು $\frac{375}{1000}$ (ii) $\frac{18}{54}$ ಮತ್ತು $\frac{23}{69}$

(iii) $\frac{6}{10}$ ಮತ್ತು $\frac{600}{1000}$ $\frac{20}{28} < \frac{21}{28}$ (iv) $\frac{17}{27}$ ಮತ್ತು $\frac{25}{45}$

ನೀವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡುವುದನ್ನು 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ತಿಳಿದಿರುತ್ತೀರಿ. ಈಗ ನಾವು ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸೋಣ.

ಉದಾ–1 :– ರಜಿಯಾ ಮನೆ ಗೆಲಸದಲ್ಲಿ $\frac{3}{7}$ ಭಾಗ ಪೂರ್ತಿ ಮಾಡಿದ್ದಾಳೆ. ರೇಖಾ $\frac{4}{9}$ ರ ಭಾಗ ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿದ್ದಾಳೆ. ಯಾರು ಕಡಿಮೆ ಮನೆಗೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿದ್ದಾರೆ.

ಪರಿಹಾರ : ಸಮಸ್ಯೆ ಸಾಧನೆಗೆ $\frac{3}{7}$ ನ್ನು $\frac{4}{9}$ ರ ಜೊತೆಗೆ ಹೋಲಿಸಬೇಕು.

ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಸಜಾತಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ,

$\frac{3}{7} = \frac{27}{63}$; $\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$ ಆಗುತ್ತದೆ

$\frac{3}{7} < \frac{4}{9}$ ಆಗಿದೆ.

ಇದರಿಂದ, ರಜಿಯಾ ಕಡಿಮೆ ಮನೆಗೆಲಸ ಪೂರ್ತಿ ಮಾಡಿದ್ದಾಳೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಉದಾ–2 : ಶಂಕರನ ಕುಟುಂಬವು ತಿಂಗಳಿನ ಮೊದ್ದಲ 15 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ $3\frac{1}{2}$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದಾರೆ. ಉಳಿದ 15 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ $3\frac{3}{4}$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ಆ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದ ಒಟ್ಟು ಸಕ್ಕರೆ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದ ಸಕ್ಕರೆಯ ಒಟ್ಟು ತೂಕ

$$= \left(3\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}\right) \text{ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ}$$

$$= \left(\frac{7}{2} + \frac{15}{4}\right) \text{ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ} = \left(\frac{14}{4} + \frac{15}{4}\right)$$

$$= \frac{29}{4} \text{ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ} = 7\frac{1}{4} \text{ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ}$$

ಉದಾ 3 :– ಅಹ್ಮದ್ ತನ್ನ ಹುಟ್ಟುಹಬ್ಬದಂದು ಕತ್ತರಿಸಿದ ಕೇಕಿನಲ್ಲಿ $\frac{5}{7}$ ಭಾಗವನ್ನು ಹಂಚಿದರೆ, ಇನ್ನೂ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ಕೇಕ್ ಉಳಿದಿದೆ ?

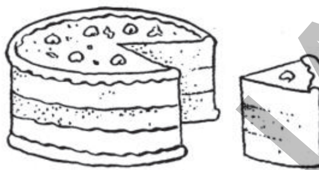
ಪರಿಹಾರ : ಒಟ್ಟು ಕೇಕು = 1 ಅಥವಾ $\frac{1}{1}$

ಹಂಚಿದ ಕೇಕಿನ ಭಾಗ $= \frac{5}{7}$

ಉಳಿದ ಕೇಕಿನ ಭಾಗ $= 1 - \frac{5}{7}$

$$= \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

ಅದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಕೇಕಿನಲ್ಲಿ $\frac{2}{7}$ ಭಾಗ ಇನ್ನು ಉಳಿದಿದೆ.



ಅಭ್ಯಾಸ -1

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ

(i) $2 + \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{9} + \frac{1}{3}$ (iii) $1 - \frac{4}{7}$

(iv) $2\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ (v) $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$ (vi) $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2}$

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}$

3. ಕೆಳಗಿನ ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ ಅಡ್ಡ ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ, ಉದ್ದ ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಕರ್ಣ ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಸಮವಾಗಿದೆಯೇ ? ಇಲ್ಲವೋ ? ತಿಳಿಸಿ.

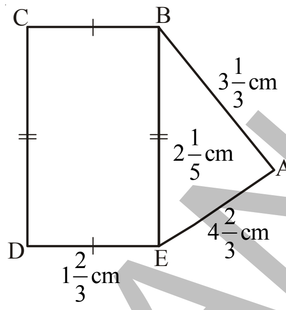
$\frac{6}{13}$	$\frac{13}{13}$	$\frac{2}{13}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{11}{13}$
$\frac{12}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{8}{13}$

4. ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯ ಉದ್ದ $5\frac{2}{3}$ ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು ಅಗಲ $3\frac{1}{5}$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಇದೆ. ಆದರೆ ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ ?

5. ಒಂದು ಅಡುಗೆಗೆ $3\frac{1}{4}$ ಬಟ್ಟಲು ಹಿಟ್ಟು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ರಾಧ ಬಳಿ $1\frac{3}{8}$ ಬಟ್ಟಲು ಹಿಟ್ಟು ಮಾತ್ರ ಇದೆ. ಆ ಅಡುಗೆಗೆ ಇನ್ನೂ ಬೇಕಾದ ಹಿಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ?

6. ಅಬ್ದುಲ್ ವಾರ್ಷಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ತಯಾರಾಗುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಕೋರ್ಸಿನಲ್ಲಿ $\frac{5}{12}$ ಭಾಗ ಮಾತ್ರ ತಯಾರಾದರೆ, ಅವನು ಇನ್ನು ಓದಬೇಕಾದ ಕೋರ್ಸಿನ ಭಾಗವೆಷ್ಟು ?

7. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ (i) ΔABE (ii) ಆಯತ BCDE ಯ ಸುತ್ತಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ಯಾವ ಚಿತ್ರದ ಸುತ್ತಳತೆ ಹೆಚ್ಚು ಇದೆ ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಇದೆ.



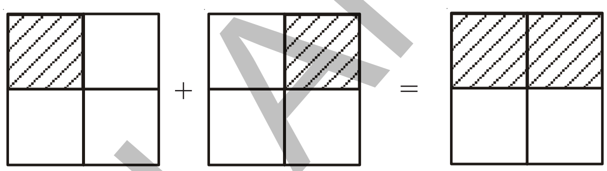
2.1 ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

2.1.1 ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು:.

ನಾವು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಕಾರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪದೇ ಪದೇ ಕೂಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಗುಣ ಲಬ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 5×4 ಎಂದರೆ 5 ಬಾರಿ 4ನ್ನು ಕೂಡುವುದು. ಅಂದರೆ 4ಕ್ಕೆ 5 ರಷ್ಟು. ಇದರಿಂದ ನಾವು $2\times\frac{1}{4}$ ಎಂದರೆ 2 ಬಾರಿ $\frac{1}{4}$ ಎಂದರೆ $\frac{1}{4}$ ಎನ್ನುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು 2 ಸಾರಿ ಸಂಕಲನ ಮಾಡುವುದು. ಇದನ್ನು ಚಿತ್ರದ ಮೂಲಕ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸೂಚಿಸಬಹುದು.

ಚಿತ್ರ 1ನ್ನು ನೋಡಿರಿ ಗೆರೆ ಎಳೆದ ಭಾಗದ ಪ್ರತಿ ಚೌಕದಲ್ಲಿ $\frac{1}{4}$ ರಷ್ಟು ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಗೆರೆ ಎಳೆದ ಭಾಗಗಳ ಮೊತ್ತ $2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$.

ಆಗುವುದು.



ಚಿತ್ರ –1 ಚಿತ್ರ –2

ಈಗ $3\times\frac{1}{2}$ ಗಳ ಲಬ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ಇದನ್ನು ನಾವು $\frac{1}{2}$ ರ 3 ರಷ್ಟು ಅಥವಾ ಮೂರು ಅರ್ಧಭಾಗಗಳೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಅದರಿಂದ $3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (i) $4\times\frac{2}{7}$ (ii) $4\times\frac{3}{5}$ (iii) $7\times\frac{1}{3}$

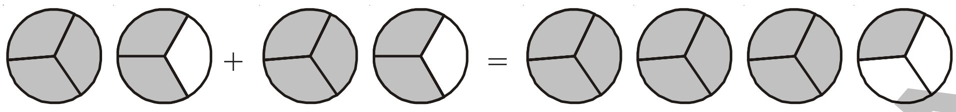
ಈ ವರೆಗೆ ನಾವು ಶುದ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅಂದರೆ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{5}$ ಗಳಂತವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ಕೆಲವು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಉದಾ:– $\frac{5}{3}$

ಉದಾಹರಣಗೆ $2\times\frac{5}{3}$ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$2\times\frac{5}{3}=\frac{5}{3}+\frac{5}{3}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$$

ಚಿತ್ರಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ

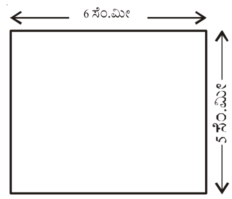


$$\frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

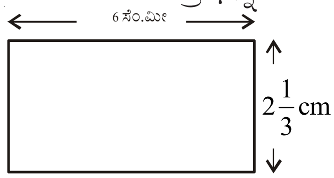
1. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (i). $5\times\frac{3}{2}$ (ii) $4\times\frac{7}{5}$ (iii) $7\times\frac{8}{3}$

ಆಯತಾಕಾರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಉದ್ದ $\times$ ಅಗಲಕ್ಕೆ ಸಮಾನವೆಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ 6ಸೆಂ.ಮೀ, ಅಗಲ 5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು ? ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $6 \times 5 = 30$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ ಆಗುತ್ತದೆ ಅಲ್ಲವೇ !
ಮತ್ತೊಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 6 ಸೆಂ.ಮೀ,.



$2\frac{1}{3}$ ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ , ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು ?

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು, ಒಂದು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಮೊದಲು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದ ನಂತರ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಆಯತಾಕಾರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ$= 6\times2\frac{1}{3}$



$= 6\times\frac{7}{3} = \frac{42}{3}$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ. $= 14$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ.

"ನಾವು ಶುದ್ಧ, ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿನ ಅಂಶವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಅದರ ಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂಶವಾಗಿ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದವನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ ಬರೆಯುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು."

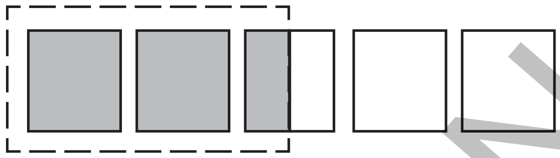
ಇವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $3\times2\frac{2}{7}$ (ii) $5\times2\frac{1}{3}$ (iii) $8\times4\frac{1}{7}$ (iv) $4\times1\frac{2}{9}$ (v) $5\times1\frac{1}{3}$

2. $2\times\frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ ಲಬ್ಧವನ್ನು ಚಿತ್ರಪಟದಿಂದ ತೋರಿಸಿ.

ಈಗ $\frac{1}{2}\times 5$ **ನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಅರ್ಥಮಾಡಿ ಕೊಳ್ಳುವಿರಿ** ?



$\frac{1}{2}\times 5$ ಎಂದರೆ 5 ರಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ ಎಂದರ್ಥ

5 ರಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಅದು $2\frac{1}{2}$ ಅಥವಾ $\frac{5}{2}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

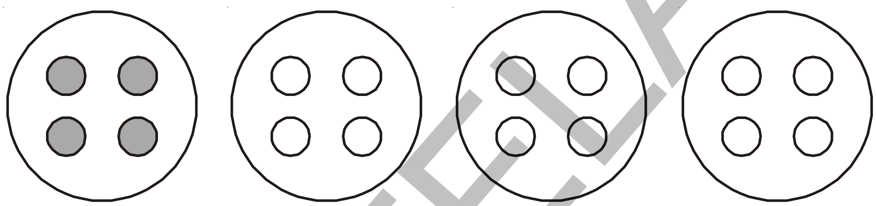
ಅಂದರೆ 5 ರಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ = $\frac{1}{2}\times 5=\frac{5}{2}$

ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ 3 ರಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ == $\frac{1}{2}\times 3$ = $\frac{3}{2}$ ಅಥವಾ $1\frac{1}{2}$

ಇದರಿಂದ " ರಲ್ಲಿ " ಎಂಬ ಪದವು ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದು.

ಆದರೆ 16 ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ ಅರ್ಥವೇನು? 16 ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 4 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ, ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು. ಅದು 4 ಆಗುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ 16 ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{4}$ ನೇ ಭಾಗವು 4ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ

ಈ ಲಬ್ಧವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗೋಲಿಗಳ ಜೋಡಣೆಯಿಂದ ಗಮನಿಸಬಹುದು.



16 ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ ಅಥವಾ $\frac{1}{4}\times 16 = \frac{16}{4} = 4$

ಇದೇವಿಧವಾಗಿ, 16 ರ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗ $=\frac{1}{2}\times 16=\frac{16}{2}=8$.

ಉದಾ. 4 : ನಜಿಯಾ ಬಳಿ 20 ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. ರೇಷ್ಮಾ ಬಳಿ ರಜಿಯಾ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳಲ್ಲಿ $\frac{1}{5}$ ಭಾಗ ಇದ್ದರೆ, ರೇಷ್ಮಾ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಗೋಲಿಗಳಿವೆ ?

ಪರಿಹಾರ : ರೇಷ್ಮಾ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $\frac{1}{5}\times 20=4$ ಗೋಲಿಗಳು.

ಉದಾ 5 : ನಾಲ್ಕು ಜನ ಇರುವ ಕುಟುಂಬದಲ್ಲಿ ದಿನಕ್ಕೆ 15 ಚಪಾತಿಗಳು ತಿನ್ನುತ್ತಾರೆ. ತಾಯಿ $\frac{1}{5}$ ಭಾಗ ಚಪಾತಿಗಳನ್ನು, ಮಕ್ಕಳು $\frac{3}{5}$ ಭಾಗ ಚಪಾತಿಗಳನ್ನು, ತಂದೆ ಉಳಿದ ಚಪಾತಿಗಳನ್ನು ತಿಂದಿದ್ದಾರೆ. ಆದರೆ

(i) ತಾಯಿ ತಿಂದ ಚಪಾತಿಗಳೆಷ್ಟು ?

(ii) ಮಕ್ಕಳು ತಿಂದ ಚಪಾತಿಗಳೆಷ್ಟು ?

(iii) ಒಟ್ಟು ಚಪಾತಿಗಳಲ್ಲಿ ತಂದೆ ತಿಂದ ಭಾಗವೆಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ಒಟ್ಟು ಚಪಾತಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =15

i) ತಾಯಿ ತಿಂದ ಚಪಾತಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 15ರ $\frac{1}{5}$ ಭಾಗ= 15 x $\frac{1}{5}$=3 ಚಪಾತಿಗಳು

(ii) ಮಕ್ಕಳು ತಿಂದ ಚಪಾತಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 15ರ $\frac{3}{5}$ ಭಾಗ= 15 x $\frac{3}{5}$=9 ಚಪಾತಿಗಳು

(iii) ಉಳಿದ ಚಪಾತಿಗಳು = 15–3–9=3 ಚಪಾತಿಗಳು

ತಂದೆ ತಿಂದ ಚಪಾತಿಗಳ ಭಾಗ = $\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$

ಅಭ್ಯಾಸ –2

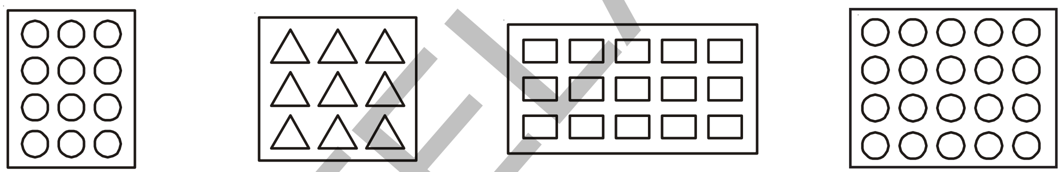
1) ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ ಲಬ್ದವನ್ನು ಮಿಶ್ರಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{3}{6}\times 10$ (ii) $\frac{1}{3}\times 4$ (iii) $\frac{6}{7}\times 2$ (iv) $\frac{2}{9}\times 5$ (v) $15\times\frac{2}{5}$

2. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಭಾಗವನ್ನು ಷೇಡ್ ಮಾಡಿರಿ.

(i) ಚಿತ್ರ 'a' ನಲ್ಲಿನ ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗ (ii) ಚಿತ್ರ 'b' ಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿನ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗ

(iii) ಚಿತ್ರ 'c' ಯಲ್ಲಿ ಆಯತಗಳಲ್ಲಿನ $\frac{3}{5}$ ಭಾಗ (iv) ಚಿತ್ರ 'd' ಯಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿನ $\frac{3}{4}$ ಭಾಗ

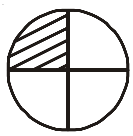


a b c d

3. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:– i) 12 ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗ ii) 15 ರಲ್ಲಿ $\frac{2}{5}$ ಭಾಗ

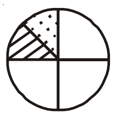
2.1.2 ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು.

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$ ಎಂದರೆ ಅರ್ಥವೇನು ? ಹಿಂದೆ ಕಲಿತುಕೊಂಡ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಂದ ಇದರ ಅರ್ಥ $\frac{1}{4}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ಎಂದರ್ಥ.



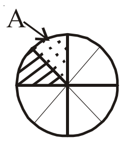
$\frac{1}{4}$ ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ

ಷೇಡ್ ಮಾಡಿದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೀರಾ ? ನಾವು $\frac{1}{4}$ ರಷ್ಟು ಷೇಡ್ ಮಾಡಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಎರಡು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. (1ನೇ ಚಿತ್ರ)



ಚಿತ್ರ 1

ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಭಾಗವು $\frac{1}{4}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು 'A' ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಈ ಭಾಗವು ಒಟ್ಟು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟನೆ ಭಾಗ ? ಉಳಿದ ವೃತ್ತ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಭಾಗವನ್ನು ಎರಡು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದರೆ ಒಟ್ಟು 8 ಭಾಗಗಳು ಬರುತ್ತವೆ. ಅದರಲ್ಲಿ 'A' ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

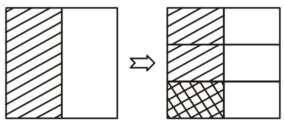


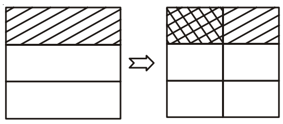
ಚಿತ್ರ 2

ಇದು ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ $\frac{1}{8}$ ಭಾಗ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{1}{4}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ಎಂದರೆ $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಈಗ $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$ ಎಂದರೆ $\frac{1}{2}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{3}$ ಎಂದರೆ  $=\frac{1}{6}$ ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{1}{3}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ ಎಂದರೆ $\frac{1}{3}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ಎಂದರೆ  $=\frac{1}{6}$ ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{1}{2}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

ಇದರಿಂದ $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ ಎಂದು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

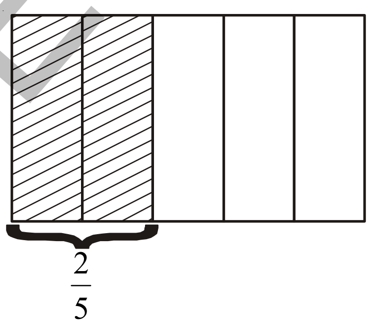
ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ಭರ್ತಿಮಾಡಿರಿ.

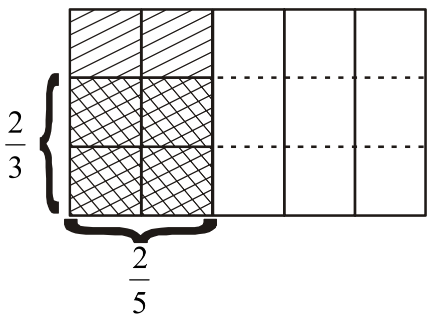
(i) $\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}=\frac{1\times 1}{5\times 7}=\boxed{}$ (ii) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\boxed{}=\boxed{}$

2. $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ ಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿದು $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ ಎಂದು ಸರಿನೋಡಿರಿ.

ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ $\frac{2}{3}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{2}{5}$ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ ಇಲ್ಲಿ 1ನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\frac{2}{5}$ ಭಾಗವನ್ನು ಮತ್ತು 2ನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}$ ಭಾಗವನ್ನು ಷೇಡ್ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ –1



ಚಿತ್ರ –2

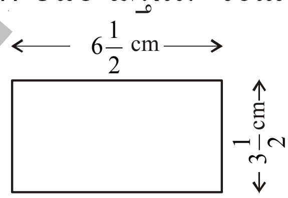
2ನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಜಲ್ಲಡಿ ಷೇಡನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. $\frac{2}{5}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{2}{3}$ ಅಂದರೆ $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$

$\frac{2}{5}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{2}{3}$ ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು $\frac{2}{5}$ ನ್ನು ಮೂರು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ ಅದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಭಾಗಗಳು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಇದು ಒಟ್ಟು 15 ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ 4 ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಆಗಿದೆ. ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

ಅದರಿಂದ $\frac{2}{5}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{2}{3}$ ಎಂದರೆ $=\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$ ಆಗಿದೆ.

ಇದರಿಂದ, " ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು = $\frac{\text{ಅಂಶಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}{\text{ಛೇದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}$

ಈಗ ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ದ $6\frac{1}{2}$ ಸೆಂ.ಮೀ, ಅಗಲ $3\frac{1}{2}$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದಾಗ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ



ಆಯುತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 6\frac{1}{2}\times 3\frac{1}{2}=\frac{13}{2}\times\frac{7}{2}$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ.

$=\frac{91}{4}=22\frac{3}{4}$ ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ.

ಉದಾ 6 : ನರೇಂದ್ರ ಒಂದು ಕಥೆಯ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗವನ್ನು 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಓದುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ಆತನು $2\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ಓದುತ್ತಾನೆ ?

ಪರಿಹಾರ : ನರೇಂದ್ರ ಕಥೆಯ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಓದುವ ಭಾಗ $=\frac{1}{4}$

$2\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಓದಬಹುದಾದ ಭಾಗ $=2\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{8}$

ಆದ್ದರಿಂದ ನರೇಂದ್ರ $2\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ $\frac{5}{8}$ ಭಾಗ ಓದುತ್ತಾನೆ.

ಉದಾ 7 : ಒಂದು ಈಜುಕೊಳವನ್ನು ಅರ್ಧಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ $\frac{3}{10}$ ಭಾಗ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಬಹುದು. ಆದರೆ $1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ತುಂಬಬಹುದು?

ಪರಿಹಾರ : ಅರ್ಧಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಈಜುಕೊಳ ತುಂಬುವ ಭಾಗ $=\frac{3}{10}$.

ಆಂದರೆ $1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ 3 ಅರ್ಧಗಂಟೆ ಇರುತ್ತವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಈಜುಕೊಳ ತುಂಬುವ ಭಾಗ $= 3\times\frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{9}{10}$ ಭಾಗ ಈಜುಕೊಳ $1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ತುಂಬುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳ ಲಬ್ಧವು ಆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $3 \times 4 = 12$ ಆದ್ದರಿಂದ $12 > 4$ ಮತ್ತು $12 > 3$. ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದರೆ ಬರುವ ಲಬ್ಧ ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ ?

ಉದಾ : $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}<\frac{2}{3}, \frac{8}{15}<\frac{4}{5}$	ಲಬ್ಧವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ
$\frac{1}{5}\times\frac{2}{7}=$------		
$\frac{3}{5}\times\frac{\square}{8}=\frac{21}{40}$		
$\frac{2}{\square}\times\frac{4}{9}=\frac{8}{45}$		

ಅಭ್ಯಾಸ –3

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

(i) $\frac{5}{6}\times\frac{7}{11}$ (ii) $6\times\frac{1}{5}$ (iii) $2\frac{1}{3}\times3\frac{1}{5}$

2. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ ಲಬ್ಧವನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ

(i) $\frac{2}{3}\times5\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{7}\times\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{9}{3}\times\frac{5}{5}$

3. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು ?

(i) $\frac{4}{7}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{2}{5}$ ಅಥವಾ $\frac{1}{2}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{3}{7}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ಅಥವಾ $\frac{2}{3}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{2}{3}$

4. ರೆಹೆನಾ ಪ್ರತಿದಿನ ಬಟ್ಟೆಗಳ ಕಸೂತಿ ಕೆಲಸಕ್ಕಾಗಿ $2\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆ ಸಮಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಹೀಗೆ ಆ ಕೆಲಸ ಪೂರೈಸಲು 7 ದಿನ ಹಿಡಿದಿದೆ. ಆಕೆ ಈ ಕೆಲಸಕ್ಕೋಸ್ಕರ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದಾಳೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ ?

5 ಒಂದು ಲಾರಿ 8.ಕಿ.ಮಿ. ದೂರವನ್ನು ಪ್ರಯಾಣಿಸಲು 1 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಅವಶ್ಯಕ. ಅದು $10\frac{2}{3}$ ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲಿನಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರ ಪ್ರಯಾಣಿಸಬಲ್ಲದು?

6. ರಾಜಾ 1 ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ $1\frac{1}{2}$ ಮೀಟರ್ ದೂರ ನಡೆಯುವನು. ಆದರೆ 15 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಅವನು ನಡೆಯುವ ದೂರವೆಷ್ಟು ?

7. ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸರಿ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು $\square$ ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ತುಂಬಿರಿ.

(i) $\frac{2}{3} \times \square = \frac{20}{21}$. (ii) $\frac{5}{7} \times \frac{\square}{5} = \frac{3}{\square}$

2.2 ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ :

ನಿನ್ನ ಹತ್ತಿರ 15 ಮೀ ಬಟ್ಟೆ ಇದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೋ. ಅದನ್ನು $1\frac{1}{2}$ ಮೀ. ನಂತೆ ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳು ಮಾಡಬೇಕು. ನಿನಗೆ ಎಷ್ಟು ತುಂಡುಗಳು ಬರುತ್ತವೆ? ಇಲ್ಲಿ ನಾವು 15 ಮೀ ಬಟ್ಟೆಯಿಂದ $1\frac{1}{2}$ ಮೀ. ನಂತೆ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುತ್ತಾ ಹೋದರೆ ಕೊನೆಗೆ ಬಟ್ಟೆ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಲು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ನಾವು ಕತ್ತರಿಸುತ್ತಾ ಹೋಗಬೇಕು. ಆಲೋಚಿಸಿ.

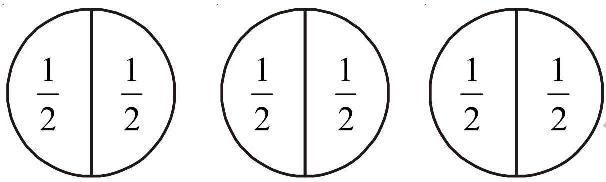
ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ : ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಉದ್ದ $\frac{21}{2}$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಇದೆ. ಅದನ್ನು $\frac{3}{2}$ ಸೆಂ.ಮೀ. ನಂತೆ ತುಂಡುಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಎಷ್ಟು ತುಂಡುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ? ಇದಕ್ಕೆ ನಾವು ಪ್ರತಿಸಾರಿ $\frac{3}{2}$ ಸೆಂ.ಮೀ. ಭಾಗಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇಲ್ಲವೇ $\frac{21}{2}$ ನ್ನು $\frac{3}{2}$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆಂದರೆ $\frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$.

ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿಕೋ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ $15 \div 3$, ಅಂದರೆ 15 ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು 3 ಗಳಿವೆಯೋ ಹೇಳಬೇಕು ಎಂದುಕೊಂಡರೆ ಉತ್ತರ 5 ಬರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ 18 ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಎರಡುಗಳು ಇವೆಯೋ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ 18 ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು. ಆಂದರೆ $18 \div 2$. ಇದು 9ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ. ಈಗ ನಾವು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮಾಡಿದ ಭಾಗಾಕಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧದಿಂದ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೊಂದಿಗೆ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಿಸುವುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

2.2.1 ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ :

$3 \div \frac{1}{2}$. ನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ

ಕಿರಣ್ 3ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು $\left(\frac{1}{2}\right)$ ಅರ್ಧಗಳು ಇವೆಯೋ ಕಂಡುಕೋಳ್ಳೋಣ ಎಂದು ಹೇಳಿದ. ಇದನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ಮಾಡೋಣ.



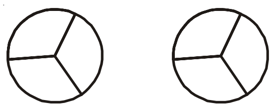
ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಿಂದ 3 ರಲ್ಲಿ 6 ಅರ್ಧಗಳು $\left(\frac{1}{2}\right)$ ಇವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು $3 \div \frac{1}{2} = 6$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. $2 \div \frac{1}{3}$ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸಿ.

ಎರಡರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೂರನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗಗಳು $\left(\frac{1}{3}\right)$ ಇವೆಯೋ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು ಎಂದರ್ಥ. ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧವಾಗಿ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾ?

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದರೆ ಎರಡು ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ 6 ಮೂರನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗಗಳು $\left(\frac{1}{3}\right)$ ಇವೆ.

ಆಂದರೆ $2 \div \frac{1}{3} = 6$ ಆಗುತ್ತದೆ.

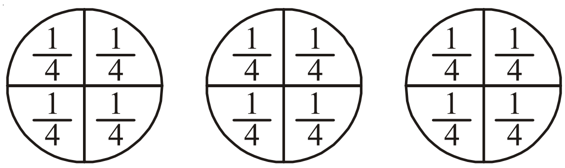


ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

(i) $2 \div \frac{1}{4}$ (ii) $7 \div \frac{1}{2}$ (iii) $3 \div \frac{1}{5}$ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

2.2.1 ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ (ಗುಣಾಕಾರ ವಿಲೋಮ) :

$3 \div \frac{1}{4}$ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಇದರರ್ಥ ಮೂರರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು $\frac{1}{4}$ ಭಾಗಗಳು ಇವೆಯೋ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು.



3 ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{4}$ ಗಳು 12 ಇವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು ಅಥವಾ $3 \div \frac{1}{4} = 12$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$.

ಇದರಿಂದ ನಮಗೆ $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1}$ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ $2 \div \frac{1}{3}$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

$2 \div \frac{1}{3} = 6$ ಆಗುತ್ತದೆ ಹೇಗೆ ಅಂದರೆ $2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$

ಹಾಗೇಯೇ $4 \div \frac{1}{4} = 16$ ಏಕೆಂದರೆ $4 \times \frac{4}{1} = 16$.

ಇಲ್ಲಿ $\frac{3}{1}$ ಎನ್ನುವುದು $\frac{1}{3}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಏರ್ಪಟ್ಟಿದೆ.

ಅಂದರೆ $\frac{1}{3}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $\frac{3}{1}$

ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ $\frac{4}{1}$ ಎನ್ನುವುದು $\frac{1}{4}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಆಗುತ್ತದೆ

ಕೆಳಗಿನ ಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಖಾಳೀ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

$7 \times \frac{1}{7} = 1$	$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$
$\frac{1}{9} \times 9 =$	$\frac{2}{7} \times$ .... $= 1$
$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} =$	.... $\times \frac{5}{9} = 1$

ಇಂತಹ ಮತ್ತೊಂದು ಐದು ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಗುಣಿಸಿರಿ.

"ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಶೂನ್ಯೇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣ ಲಬ್ಧವು 1 ಆಗುತ್ತದೆಯೊ, ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು (ಗುಣಾಕಾರ ವಿಲೋಮಗಳು) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ."

ಅದಕ್ಕಾಗಿಯೇ $\frac{4}{7}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $\frac{7}{4}$ ಹಾಗೆಯೇ $\frac{7}{4}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $\frac{4}{7}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

$\frac{5}{9}$ ಮತ್ತು $\frac{2}{5}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ?

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. ಒಂದು ಶುದ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಮತ್ತೊಂದು ಶುದ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಆಗುತ್ತದೆಯೆ?
2. ಒಂದು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಮತ್ತೊಂದು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಆಗುತ್ತದೆಯೆ?

ಅದಕ್ಕೊಸ್ಕರ

$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1} = 1 \times$ $\frac{1}{2}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 3 \times$ $\frac{1}{4}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ

$3 \div \frac{1}{2} =$ .... = ...

ರಾಜು ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ ಒಂದು $1\frac{1}{2}$ ಮಿಶ್ರಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $1\frac{2}{1}$. ಎಂದು ಹೇಳಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಹೇಳಿದ್ದು ಸತ್ಯವೇನಾ ? ಸರಿ ನೋಡಿರಿ

ಹಾಗೆಯೇ $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times$ $\frac{3}{4} = 2 \times \frac{4}{3}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ

$5 \div \frac{2}{4} = 5 \times$ .... $= 5 \times$......................

ಈ ವಿಧವಾಗಿ **"ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದಾಗ, ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಬೇಕು"**

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ :

1. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (i) $9 \div \frac{2}{5}$ (ii) $3 \div \frac{4}{7}$ (iii) $2 \div \frac{8}{9}$

"ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದಾಗ, ಮೊದಲು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ಸಾಧಿಸಬೇಕು."

ಉದಾ :- $4 \div 3\frac{2}{5} = 4 \div \frac{17}{5} = 4 \times \frac{5}{17} = \frac{20}{17}$

ಹಾಗೆಯೇ $11 \div 3\frac{1}{3} = 11 \div \frac{10}{3} = ?$ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

1.ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (i) $7 \div 5\frac{1}{3}$ (ii) $5 \div 2\frac{4}{7}$

2.2.2 ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು

$\frac{3}{4} \div 3$ ಎಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ?

ಮೊದಲು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಂದ : $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

ಅದಕ್ಕೆ $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = ?$ ಹಾಗೆಯೇ $\frac{5}{7} \div 6$ ಮತ್ತು $\frac{2}{7} \div 8$ ಎಷ್ಟು ?

"ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸ ಬೇಕಾದಾಗ, ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಮೊದಲು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಸಾಧನೆ ಮಾಡಬೇಕು"

ಉದಾ : $2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{5}$.

ಹಾಗೆಯೇ $4\frac{2}{5} \div 3 =$.......... = ...;

$2\frac{3}{5} \div 2 =$.......... = ...

2.2.3 ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು

ನಾವು $\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ.

$\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{5}{6}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $= \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times \frac{2}{3}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ =........... = ...

ಮತ್ತು $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = ?$

ಇವು ಮಾಡಿರಿ :

ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ (i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$

ಉದಾ 8 : ಒಂದು ಖಾಲಿ ಈಜುಕೊಳದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದಲ್ಲಿ $\frac{9}{10}$ ಭಾಗ ತುಂಬಬೇಕು. ಅದರಲ್ಲಿ $\frac{3}{10}$ ಭಾಗ ತುಂಬಲು ಅರ್ಧಗಂಟೆ ಹಿಡಿದರೆ, $\frac{9}{10}$ ಭಾಗ ತುಂಬಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ : ನಾವು $\frac{9}{10}$ ಭಾಗದಲ್ಲಿ $\frac{3}{10}$ ಭಾಗಗಳು ಎಷ್ಟಿವೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ಈ ಭಾಗಾಕಾರ ಸಮಸ್ಯೆ ಸಾಧಿಸಿದರೆ $\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{{}^{3}\cancel{9}}{\cancel{10}_{1}} \times \frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{3}_{1}} = 3$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಈಜುಕೊಳದಲ್ಲಿ $\frac{9}{10}$ ಭಾಗ ತುಂಬಲು 3 ಅರ್ಧಗಂಟೆಗಳು

ಅಂದರೆ $1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಯ ಕಾಲ ಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ –4

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) $\frac{5}{8}$ (ii) $\frac{8}{7}$ (iii) $\frac{13}{7}$ (iv) $\frac{3}{4}$

2. ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ತಿಳಿಸು.

   (i) $18 \div \frac{3}{4}$ (ii) $8 \div \frac{7}{3}$ (iii) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (iv) $5 \div 3\frac{4}{7}$

3. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸು.

   (i) $\frac{2}{5} \div 3$ (ii) $\frac{7}{8} \div 5$ (iii) $\frac{4}{9} \div \frac{4}{5}$

4. ದೀಪಕ್ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮನೆಗೆ $\frac{2}{5}$ ಭಾಗ ಬಣ್ಣ ಬಳಿಯುವನು. ಇದೇ ವೇಗದಿಂದ ಆ ಮನೆಗೆ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಬಣ್ಣ ಬಳಿಯಲು ಎಷ್ಟು ದಿನ ಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ?

2.3 ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಥವಾ ದಶಮಾಂಶ ಭಿನ್ನಗಳು :

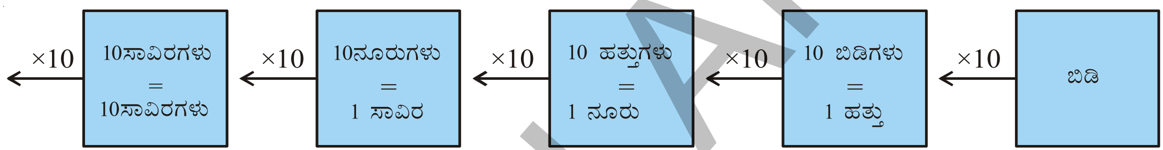
ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ, ಅವುಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತು ಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ನಾವು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಪುನಶ್ಚರಣೆ ಮಾಡಿ ಕೊಂಡು ದಶಮಾಂಶಗಳ ಗುಣಾಕಾರ, ಭಾಗಾಕಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡೋಣ.

12714 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪ ಬರೆಯೋಣ.

$$12714 = 1\times 10000 + 2\times 1000 + 7\times \ldots\ldots + 1\times \ldots\ldots + 4\times 1$$

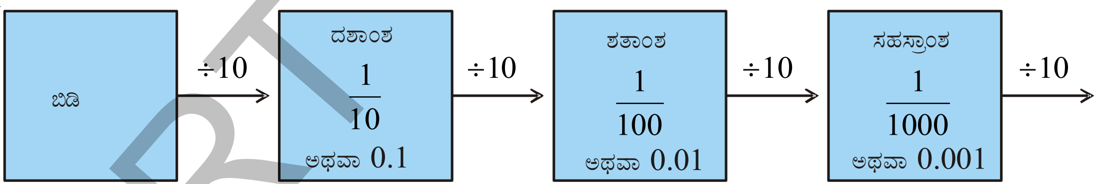
ಮತ್ತೆ, 12714.2 ರ ವಿಸ್ತರಣಾರೂಪ ಯಾವುದು ?

ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಬಲದಿಂದ ಎಡಗಡೆ ಚಲಿಸಿದಂತೆಲ್ಲಾ, ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ 10ರ ಗುಣಾಂಕದಲ್ಲಿ (10 ರಷ್ಟು) ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.



ನಾವು ಎಡ ಭಾಗದಿಂದ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದಂತೆಲ್ಲಾ ಏನು ಜರುಗುತ್ತದೆ? ಪ್ರತಿ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಹತ್ತರ ಗುಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆ ಯಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ, ಅಂದರೆ ಪ್ರತಿ ಸ್ಥಾನದ ಬೆಲೆ 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಮುಂದಿನ ಸ್ಥಾನ ಬರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನವನ್ನು 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಏನು ಬರುತ್ತದೆ?

$1 \div 10 = \frac{1}{10} = 0.1$ ಎಂದು ನೆನಪಿಸಿಕೋಳ್ಳಿ.



ಆದ್ದರಿಂದ 12714.2 ನ ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪ

$$12714.2 = 1\times 10000 + 2\times 1000 + 7\times \ldots\ldots + 1\times \ldots\ldots + 4\times 1 + 2\times \frac{1}{10}$$

3.42 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕೆಗಳ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ಇಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು(.) ಎನ್ನುವುದು, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸುತ್ತದೆ. ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಬಲಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಭಾಗವನ್ನು "ದಶಮಾಂಶ ಭಾಗ" ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಡಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಭಾಗವನ್ನು " ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗ" ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

3.42 ರಲ್ಲಿ ಅಂಕೆಗಳ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಗಳು

	ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 3 ಇದೆ	ದಶಮಾಂಶ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ದಶಾಂಶ ಬಿಂದುನಂತರದ ಸ್ಥಾನ ಬಲಗಡೆ 4 ಇದೆ	ದಶಮಾಂಶ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ದಶಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಥಾನಗಳು ಬಲಗಡೆ 2 ಇದೆ
ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ	$3 \times 1 = 3$	$4\times\frac{1}{10}=\frac{4}{10}$ ಅಥವಾ 0.4	$2\times\frac{1}{100}=\frac{2}{100}$ ಅಥವಾ 0.02

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

1. ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ

ನೂರುಗಳು (100)	ಹತ್ತುಗಳು (10)	ಬಿಡಿಗಳು (1)	ದಶಾಂಶ $\left(\frac{1}{10}\right)$	ಶತಾಂಶ $\left(\frac{1}{100}\right)$	ಸಹಸ್ರಾಂಶ $\left(\frac{1}{1000}\right)$	ಸಂಖ್ಯೆ
5	4	7	8	2	9	547.829
0	7	2	1	7	7	________
3	2	__	__	5	4	327.154
6	__	4	__	2	__	614.326
2	__	6	5	__	2	236.512

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ

(i) 30.807 (ii) 968.038 (iii) 8370.705

ನಾವು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ, ಉದ್ದ, ತೂಕ ಮೊದಲಾದವುಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಮಾಣಗಳಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾ: 5 ಪೈಸೆಗಳು= ₹ $\frac{5}{100}$ = ₹0.05; 220 ಗ್ರಾಂ= $\frac{220}{1000}$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ= 0.220 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ; 5ಸೆಂ.ಮೀ= $\frac{5}{100}$ ಮೀ= 0.05 ಮೀ

ಇವು ಮಾಡಿರಿ.

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

(i) 50 ಪೈಸೆ = ₹ _____ (ii) 22 ಗ್ರಾಂ = _____ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ (iii) 80 ಸೆಂ.ಮೀ= ____ಮೀ.

2.3.1 ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಕ್ರಮ

ಯಾರ ಹತ್ತಿರ ಎಷ್ಟು ಹಣ ವಿದೆಯೋ ನೋಡೋಣ

ಅಭಿಷೇಕ್ ಮತ್ತು ಲಾಸ್ಯ ಕ್ರಮವಾಗಿ ₹ 375.75 ಮತ್ತು ₹375.50 ಹಣವನ್ನು ಉಳಿತಾಯ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ (ಕಿಡ್ಡೀ

ಬ್ಯಾಂಕು) ಯಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ಯಾರ ಹತ್ತಿರ ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ಇದೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವೆಯಾ? ಮೊದಲು ನಾವು ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು(.) ಎಡಬಾಗಕ್ಕಿರುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ಇಬ್ಬರ ಹತ್ತಿರ ₹ 375 ಇದೆ ಆದ್ದರಿಂದ, ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ದಶಾಂಶ (ಹತ್ತರ ಅಂಶ) ನೋಡೋಣ. ಅಭಿಷೇಕ್ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಹಣದಲ್ಲಿ ದಶಾಂಶ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 7, ಲಾಸ್ಯ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ದಶಾಂಶ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 5 ಅಂಕೆಗಳು ಇವೆ. 10 ರಲ್ಲಿ 7 ಅಂಶ $\frac{7}{10}$ > 10 ರಲ್ಲಿ 5 ಅಂಶ $\frac{5}{10}$, ಆದ್ದರಿಂದ ಅಭಿಷೇಕ್ ಉಳಿತಾಯ ಮಾಡಿದ ಹಣ ಲಾಸ್ಯ ಉಳಿತಾಯ ಮಾಡಿದ ಹಣಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು. ಅಂದರೆ 375.75 > 375.50.

ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದೋ ತಿಳಿಸಿರಿ.

(i) 37.65 ಮತ್ತು 37.60 (ii) 1.775 ಮತ್ತು 19.780 (iii) 364.10 ಮತ್ತು 363.10

2.3.2 ನಾವು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದು, ಕಳೆಯುವುದು ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ನಾವು ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ ನೋಡೋಣ.

(i) 221.85 + 37.10 (ii) 39.70 - 6.85

$$\begin{array}{r} 221.85 \\ +37.10 \\ \hline 258.95 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39.70 \\ -06.85 \\ \hline 32.85 \\ \hline \end{array}$$

ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ ಅಥವಾ ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡುವಾಗ ಸ್ಥಾನಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಕೆಳಗೆ ಒಂದು ಬರೆದುಕೊಂಡು ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶ ಕೆಲವು ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಕೆಗಳು ಇಲ್ಲದ್ದಿದ್ದಾಗ 0 ಯನ್ನು ಬರೆದುಕೊಂಡು ಸಂಕಲನ ಅಥವಾ ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡಬೇಕು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ

ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ (i) 0.25 + 5.30 (ii) 29.75 - 25.97

ಉದಾ 9 : ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು 3.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 2.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 3.5 ಸೆಂ.ಮೀ, 3.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 2.5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ =3.5 ಸೆಂ.ಮೀ+3.5 ಸೆಂ.ಮೀ + 2.5 ಸೆಂ.ಮೀ=9.5 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಅಭ್ಯಾಸ –5

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು
   (i) 0.7 ಅಥವಾ 0.07 (ii) 7 ಅಥವಾ 8.5 1.ಮೀ. = 100ಸೆಂ.ಮೀ
   (iii)1.47ಅಥವಾ 1.51 (iv)6 ಅಥವಾ 0.66 1 ಕಿ.ಮೀ = 1000.ಮೀ.
2. ಕೆಳಗಿನ ಪೈಸೆಗಳನ್ನು, ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.
   (i) 9 ಪೈಸೆ (ii) 77 ರೂಪಾಯಿ 7 ಪೈಸೆಗಳು (iii) 235 ಪೈಸೆಗಳು
3. 1) 10 ಸೆಂ.ಮೀ ಯನ್ನು ಮೀಟರುಗಳಲ್ಲಿ, ಕಿಲೋಮಿಟರುಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
   2) 45 ಮಿ.ಮೀ ಯನ್ನು ಸೆಂ.ಮೀ, ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
4. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕಿಲೋ ಮೀಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.
   (i) 190 ಗ್ರಾ॥ (ii) 247 ಗ್ರಾ॥ (iii) 44 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. 80 ಗ್ರಾ॥

5. ಕೆಳಗಿನ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ

(i) 55.5 (ii) 5.55 (iii) 303.03

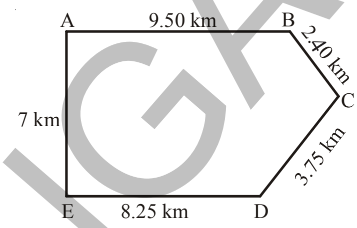
(iv) 30.303 (v) 1234.56

6. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ 3ರ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ

(i) 3.46 (ii) 32.46 (iii) 7.43

(iv) 90.30 (v) 794.037

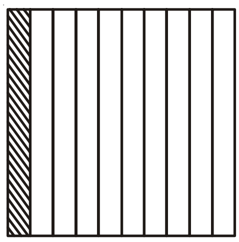
7. ಅರುಣ, ರಾಧ ಅವರು ಪ್ರಯಾಣವನ್ನು A ಮತ್ತು E. ಸ್ಥಾನಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಅರುಣ A ಯಿಂದ B ಗೆ ಅಲ್ಲಿಂದ C,ಗೆ ಸೇರಿದ್ದಾಳೆ. ರಾಧ E ಯಿಂದ D ಗೆ ಅಲ್ಲಿಂದ C ಗೆ ಸೇರಿದ್ದಾಳೆ. ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ದೂರ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ್ದಾರೆ? ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ದೂರ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ್ದಾರೆ?



8. ಉಪೇಂದ್ರ ತರಕಾರಿಗಳನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ಮಾರುಕಟ್ಟೆಗೆ ಹೋದನು. ಅವನು 2ಕಿ.ಗ್ರಾ॥ 250ಗ್ರಾ॥ ಟಮೋಟಗಳನ್ನು, 2ಕಿ.ಗ್ರಾ॥ 500ಗ್ರಾ॥ ಆಲುಗಡ್ಡೆಗಳನ್ನು, 750ಗ್ರಾ॥ ಬೆಂಡೆಕಾಯಿಗಳನ್ನು ಮತ್ತು 125ಗ್ರಾ॥ ಹಸಿಮೆಣಸಿನ ಕಾಯಿಗಳನ್ನು ಕೊಂಡನು. ಆದರೆ ಉಪೇಂದ್ರ ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ಒಟ್ಟು ತರಕಾರಿಗಳ ತೂಕವೆಷ್ಟು ?

2.4 ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ :

7ನೇ ತರಗತಿ ಓದುತ್ತಿರುವ ರಾಜೇಂದ್ರ ತನ್ನ ತಾಯಿಯೊಂದಿಗೆ ತರಕಾರಿಗಳನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ಪೇಟೆಗೆ ಹೊರಟರು. ಅವರು 1 ಕಿ.ಗ್ರಾ॥ ನ್ನು ರೂ.8.50 ಯಂತೆ 2.5ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಗಳನ್ನು ಕೊಂಡರು. ಅವರು ಎಷ್ಟು ಹಣ ಕೊಡಬೇಕು.

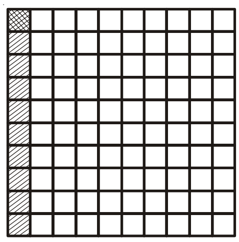


ಚಿತ್ರ–1

ಇಂತಹ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಬಹಳಷ್ಟು ನಮ್ಮ ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ಬರುತ್ತಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನಾವು ಎರಡು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕೋ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

0.1×0.1 ನ್ನು ಗುಣಿಸೋಣ

0.1 ಎಂದರೆ 10ನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗ ಇದನ್ನು ಚಿತ್ರ ಸಂಕೇತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ನಾವು $\frac{1}{10}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಚಿತ್ರ–1 ದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ತೋರಿಸಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ–2

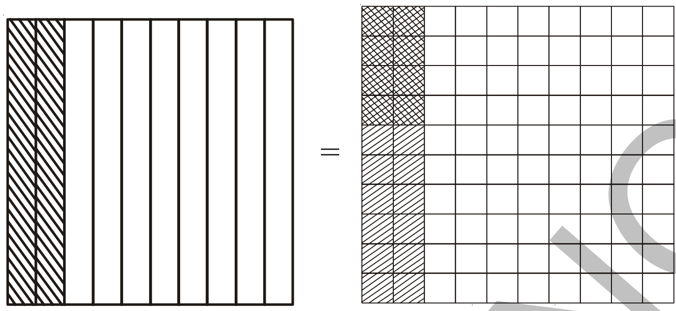
ಆದ್ದರಿಂದ $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ ಎಂದರೆ $\frac{1}{10}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{10}$. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು $\frac{1}{10}$ ರಲ್ಲಿ 10ನೆಯ ಭಾಗವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು $\frac{1}{10}$ ನ್ನು 10 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಇದು 2ನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚದರವನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. 2ನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಚದರಗಳಿವೆ ಲೆಕ್ಕಿಸು ಒಟ್ಟು 100 ಚದರಗಳು ಇವೆ ಅಲ್ಲವೇ! ಅದರಲ್ಲಿ 1 ಚದರ 100 ಚದರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಎಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ $\frac{1}{100}$ ಅಥವಾ 0.01

$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

0.4×0.2 ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟೋ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ

$0.4 \times 0.2 = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10}$ ಅಥವಾ $\frac{2}{10}$ರಲ್ಲಿ $\frac{4}{10}$ ಎಂದರ್ಥ

ಇದನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿದರೆ

$\frac{2}{10}$ರಲ್ಲಿ $\frac{4}{10}$ಭಾಗ  $= \frac{8}{100}$

$\frac{2}{10}$ ರ ಭಾಗ

$\frac{2}{10}$ರಲ್ಲಿ $\frac{4}{10}$ಭಾಗ

2ನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 100 ಚದರಗಳಲ್ಲಿ 8 ಚದರಗಳನ್ನು ಕ್ರಾಸ್‌ಷೇಡ್ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಅದ್ದರಿಂದ ಇದನ್ನು 0.08 ಎಂದು ಸೂಚಿಸಬಹುದು.

ನಾವು 0.1×0.1 ಮತ್ತು 0.4×0.2, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಾಕಿ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ, ಅಂದರೆ 0.1×0.1, ಆಂದರೆ 01×01 ಅಥವಾ 1×1. ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ 0.4×0.2 ಎಂದರೆ 04×02 ಅಥವಾ 4×2. ಇದರ ಲಬ್ಧಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 1 ಮತ್ತು 8 ಬರುತ್ತವೆ.

ಈಗ ಲಬ್ದದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಇಡಲು ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಅಂಕೆಗಳಿವೆಯೋ ನೋಡಬೇಕು. ಒಟ್ಟು ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳು ಎರಡು ಇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಲಬ್ದದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಎರಡು ಸ್ಥಾನಗಳು ಬಲದಿಂದ ಎಡಕ್ಕೆ ಎಣಿಸಿ ಇಡಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ $0.1 \times 0.1 = .01 = 0.01$

$0.4 \times 0.2 = .08 = 0.08$ ಆಗಿದೆ.

> ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗವಿಲ್ಲದ್ದಿದ್ದರೆ ಸಾಮನ್ಯವಾಗಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಎಡಗಡೆ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 0 ಇರುವುದರಿಂದ ದಸಮಾಂಶಬಿಂದುವಿಗೆ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆ ಕೊಟ್ಟಂತೆ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ವೇಳೆ ನಾವು 0.5×0.05 ಗುಣಿಸಿದರೆ ನಾವು ಲಬ್ದದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಮೂರು ಸ್ಥಾನಗಳು ಬಲದಿಂದ ಎಡಕ್ಕೆ ಎಣಿಸಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಇಡ ಬೇಕು. ಅಂದರೆ $0.5 \times 0.05 = .025$.

ಈಗ 1.2×2.5 ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ

12 ನ್ನು 25 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಲಬ್ದವು 300 ಬರುತ್ತದೆ. 1.2 ಮತ್ತು 2.5 ಗಳಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಗಡೆ 1 ಸ್ಥಾನ ದಂತೆ ಇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $1 + 1 = 2$ ಸ್ಥಾನಗಳು ಬಂದಿವೆ. ಈಗ ಲಬ್ಧ 300 ರಲ್ಲಿ ಬಲ ಭಾಗದಿಂದ (ಅಂದರೆ 0 ಯಿಂದ) ಎರಡು ಸ್ಥಾನಗಳು ಎಡಗಡೆ ಬಂದರೆ 3.00 ಆಗುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ 3. ಆದ್ದರಿಂದ $1.2 \times 2.5 = 3$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ 2.5 ಮತ್ತು 1.25 ಗುಣಿಸುವಾಗ ಮೊದಲು 25ನ್ನು 125 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಗುಣಲಬ್ದದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಪ್ರಕಾರ ಇಡುತ್ತೇವೆ. ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $1 + 2 = 3$ (ಹೇಗೆ?) ಆದ್ದರಿಂದ $2.5 \times 1.25 = 3.225$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳನು ಮಾಡಿರಿ :

1. ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ (i) 1.7×3 (ii) 2.0×1.5 (iii) 2.3×4.35
2. ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ (1) ಗುಣಲಬ್ದಗಳನ್ನು ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉದಾ: 10 : ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ದ 7.1 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಗಲ 2.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ವೆಷ್ಟು?

ಸಾಧನೆ : ಆಯತದ ಉದ್ದ = 7.1ಸೆಂ.ಮೀ.

ಆಯತದ ಅಗಲ = 2.5 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $7.1 \times 2.5 = 17.75$ ಸೆಂ.ಮೀ.^{2}

2.4.1 ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10,100,1000 .... ಮೊದಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು.

$3.2 = \frac{32}{10}$ ಎಂದು $2.35 = \frac{235}{100}$ ಎಂದು ರೇಷ್ಮಾ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದಾಳೆ. ಇದ್ದರಿಂದ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ, ದಶಮಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿರುವ ಛೇದಗಳು 10,100,1000 ಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿದ್ದಾಳೆ.

ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ 10,100,1000...... ಮೊದಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ದದಲ್ಲಿನ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಜೋಡಣೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

$1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$	$2.35 \times 10 =$	$12.356 \times 10 =$ ....
$1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176$ or 176.0	$2.35 \times 100 =$	$12.356 \times 100 =$ ....
$1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760$ or 1760.0	$2.35 \times 1000 =$	$12.356 \times 1000 =$ ....
$0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$; $0.5 \times 100 =$ .... ; $0.5 \times 1000 =$		

ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿನ ಜೋಡಣೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದಿದ್ದೀರಾ? ಗುಣಲಬ್ದಗಳಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ಬಲ ಭಾಗದ ಕಡೆಗೆ 10,100,1000... ಮೊದಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ 'ಸೊನ್ನೆಗಳ' ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಸ್ಥಾನಗಳು ಚಲಿಸುತ್ತವೆ.

2.4.2 ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

ಗೋಪಾಲ್ ತನ್ನ ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯನ್ನು ಅಲಂಕರಿಸಲು ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದಗಳನ್ನು ಸಿದ್ದ ಮಾಡಿ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಅವನಿಗೆ 1.6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದವಾದ ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದಗಳು ಕೆಲವು ಬೇಕಾಗಿವೆ. ಅವನ ಹತ್ತಿರ ಒಟ್ಟು 9.6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದವಾದ ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದ ಇದೆ. ಈ ಕಾಗದದಿಂದ ಅವನಿಗೆ ಬೇಕಾದ ಅಳತೆಗಳ ಎಷ್ಟು ತುಂಡುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ? ಅವು ಬೇಕೆಂದರೆ $\frac{9.6}{1.6}$ ಆಗುವವೆಂದು ಭಾವಿಸಿದ. ಆದರೆ 9.6 ಮತ್ತು 1.6 ಎರಡೂ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಆದ್ದರಿಂದ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರಬೇಕು.

2.4.2 ಅ) ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10,100,1000 .... ಮೊದಲಾದವುಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು.

ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10,100 ಮತ್ತು 1000 ಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸೋಣ.

31.5 ÷10 ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ $31.5\div10=\frac{315}{10}\div10=\frac{315}{10}\times\frac{1}{10}=\frac{315}{100}=3.15$

ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ $31.5\div100=\frac{315}{10}\div100=\frac{315}{10}\times\frac{1}{100}=\frac{315}{1000}=0.315$

ಈ ವಿಧವಾಗಿ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10,100,1000,......... ಮೊದಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ಯಾವುದಾದರು ತತ್ವ ವಿದೆಯೇ?

ಇದು ತಿಳಿದುಕೊಂಡಲ್ಲಿ 10,100,1000 ಮೊದಲಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು ಮತ್ತಷ್ಟು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.

29.5 ÷ 10 = 2.95	132.7 ÷ 10 = ...	1.5 ÷ 10 = ...	17.36 ÷ 10 = ...
29.5 ÷ 100 = 0.295	132.7 ÷ 10 = ...	1.5 ÷ 100 = ...	17.36 ÷ 100 = ...
29.5 ÷ 1000 = 0.0295	132.7 ÷ 1000 = ...	1.5 ÷ 1000 = ...	17.36 ÷ 1000 = ...

ಮೇಲಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿನ ಜೋಡಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ ಅಂಶವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

2.4.2 ಆ) ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು.

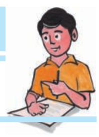
$\frac{6.4}{2}$ ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ಇದನ್ನು ನಾವು $6.4\div2$. ಎಂದು ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ $6.4\div2=\frac{64}{10}\div2=\frac{64}{10}\times\frac{1}{2}$ (ಭಿನ್ನಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ)

$$=\frac{64\times1}{10\times2}=\frac{1\times64}{10\times2}=\frac{1}{10}\times\frac{64}{2}=\frac{1}{10}\times32=\frac{32}{10}=3.2$$

ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ $12.96\div4=\frac{1296}{100}\div4=\frac{1296}{100}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{100}\times\frac{1296}{4}=\frac{1}{100}\times324=3.24$

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ :



1. ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ (i) 35.7 ÷ 3 (ii) 25.5 ÷ 3

ಉದಾಹರಣೆ 11 : 4.2, 3.8 ಮತ್ತು 7.6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : 4.2, 3.8 ಮತ್ತು 7.6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿ $=\frac{4.2+3.8+7.6}{3}=\frac{15.6}{3}=5.2$

2.4.2 (ಇ) ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು.

ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $35.5 \div 0.5$ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ

$$35.5 \div 0.5 = \frac{355}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{355}{10} \times \frac{10}{5} = 71$$

ಆದ್ದರಿಂದ $35.5 \div 0.5 = 71$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 12 : ಒಂದು ಬಸ್ಸು 92.5 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರ ಪ್ರಯಾಣಿಸಲು 2.5 ಗಂಟೆ ಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ. ಸ್ಥಿರವೇಗದಲ್ಲಿ ಬಸ್ಸು ಒಟ್ಟು ದೂರ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ಅದು 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣಿಸುವ ದೂರವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ : ಬಸ್ಸು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ ದೂರ = 92.5 ಕಿ.ಮೀ.

ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ಹಿಡಿದ ಕಾಲ = 2.5 ಗಂಟೆಗಳು

ಆದ್ದರಿಂದ 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣಿಸುವ ದೂರ $= \frac{92.5}{2.5} = \frac{925}{25} = 37$ ಕಿ.ಮೀ.

ಅಭ್ಯಾಸ –6

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ

(i) 0.3×6 (ii) 7×2.7 (iii) 2.71×5

(iv) 19.7×4 (v) 0.05×7 (vi) 210.01×5

(vii) 2×0.86

2. ಉದ್ದ 6.2 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅಗಲ 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

3. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ.

(i) 21.3×10 (ii) 36.8×10 (iii) 53.7×10

(iv) 168.07×10 (v) 131.1×100 (vi) 156.1×100

(vii) 3.62×100 (viii) 43.07×100 (ix) 0.5×10

(x) 0.08×10 (xi) 0.9×100 (xii) 0.03×1000

4. ಒಂದು ಮೋಟಾರ್ ಬೈಕ್ 1 ಲೀಟರು ಪೆಟ್ರೋಲಿನಿಂದ 62.5 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರ ಪ್ರಯಾಣಿಸುವುದು. ಅದೇ ವಾಹನ 10 ಲೀಟರು ಪೆಟ್ರೋಲಿನಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರ ಪ್ರಯಾಣಿಸುತ್ತದೆ ?

5. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

(i) 1.5×0.3 (ii) 0.1×47.5 (iii) 0.2×210.8

(iv) 4.3×3.4 (v) 0.5×0.05 (vi) 11.2×0.10

(vii) 1.07×0.02 (viii) 10.05×1.05 (ix) 101.01×0.01

(x) 70.01×1.1

6. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

(i) $2.3 \div 100$ (ii) $0.45 \div 5$ (iii) $44.3 \div 10$

(iv) $127.1 \div 1000$ (v) $7 \div 3.5$ (vi) $88.5 \div 0.15$

(vii) $0.4 \div 20$

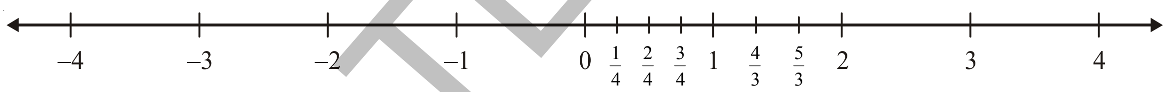
7. ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 3.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ 17.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ಆ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗೆ ಇರುವ ಬಾಹುಗಳೆಷ್ಟು ?

8. ಒಂದು ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ 7 ಗಂಟೆಯ ಸಮಯದಲ್ಲಿ 0.896 ಸೆಂ.ಮೀ ವರ್ಷಪಾತ ಮಾಪಕದಲ್ಲಿ ನಮೋದಾಗಿದೆ. ಆದರೆ 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಬಿದ್ದ ಸರಾಸರಿ ಮಳೆಯ ಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು ?

2.5 ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ (Rational numbers) ಪರಿಚಯ :

2.5.1 ಧನಾತ್ಮಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು :

ನಾವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಬಗ್ಗೆ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಎರಡನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿದರೆ ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆಯೋ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.



ನಮಗೆ 0 ಮತ್ತು 1 ರ ಮಧ್ಯೆ $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ .... ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇವೆಲ್ಲಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಇವೆಲ್ಲಾ ಶುದ್ದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ಶುದ್ದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೆಲ್ಲಾ 0,1 ಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುತ್ತವೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ $\frac{4}{3}, \frac{5}{3}$ ಎಂಬುವು 1,2ಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೆಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ಇವೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಧನಾತ್ಮಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ :

1. (i) 0 ಮತ್ತು 1 ರ ಮಧ್ಯ (ii) 1 ಮತ್ತು 2 ರ ಮಧ್ಯ ಇರುವ 5 ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಬರೆಯಿರಿ.

2. $4\frac{3}{5}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಎಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ?

ಸೊನ್ನೆಗೆ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ –1,–2,–3, ... ರಂತಹ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಇವೆ. ನಾವು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದಂತೆ ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆಯಾ, ತಗ್ಗುತ್ತದೆಯಾ?

ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವ ಹಾಗೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಚಲಿಸದಂತೆಲ್ಲಾ ಬೆಲೆ ಕಡಿಮೆ ಯಾಗುತ್ತಾ

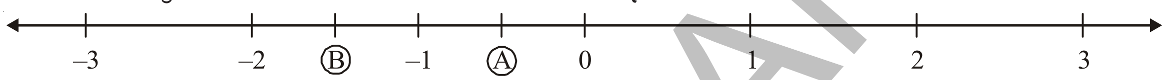
ಇರುತ್ತದೆ. ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ದೂರ ಚಲಿಸಿದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಷ್ಟು ಚಿಕ್ಕದಾಗುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ :

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿದೊಡ್ಡ, ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
   (i) 2, –2, –3, 4, 0, –5
   (ii) –3, –7, –8, 0, –5, –2
2. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.
   (i) $-5, -75, 3-2, 4, \frac{3}{2}$ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 0, -1, -2, 5$

2.5.2 ಋಣಾತ್ಮಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು :

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ 'A' ಎಂಬ ಬಿಂದುವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಇದು 0 ಮತ್ತು –1 ರ ಮಧ್ಯೆ ಇದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆ 0 ಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾ ? ಚಿಕ್ಕದಾ? ಅದೇ ವಿದವಾಗಿ

ಇದು $\frac{1}{2}$ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ ? ಆದರೆ ಸೊನ್ನೆ ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ,

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{1}{2}$ ಆಗಲಾರದು.

ಇದು ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ $(\frac{1}{2})$ ಅರ್ಧ ಕಡಿಮೆ ಆದ್ದರಿಂದ

'A' ಯನ್ನು ನಾವು $-\frac{1}{2}$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಸುಜಾತ $\frac{-9}{4}$.ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಲು ಮೊದಲು ಅದನ್ನು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಯಾಗಿ ಬರೆದಿದ್ದಾಳೆ.ನಂತರ $\frac{-9}{4} = -2\frac{1}{4}$ ಆದ್ದರಿಂದ ಇದನ್ನು –2 ಮತ್ತು –3 ರ ಮಧ್ಯೆ ಗುರ್ತಿಸಿದ್ದಾಳೆ.

ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ, B ಎನ್ನುವುದು –1 ಮತ್ತು –2ರ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಮೇಲೆ ಇದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು $-\frac{3}{2}$.

ಇದರಿಂದ $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}$ ಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು. ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮಧ್ಯ ಅಥವಾ ಸೊನ್ನೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುತ್ತವೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ :

1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿರಿ

   (i) $-\frac{7}{2}$ (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $\frac{-7}{4}$ (v) $\frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{1}{4}$

2. ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

$27, -\frac{7}{8}, \quad \frac{11}{943}, \quad \frac{54}{17}, \quad -68, \quad -3, \quad -\frac{9}{6}, \quad \frac{7}{2}$

(i) ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಇರುತ್ತವೆ?

(a) 0 (b) –2 (c) 4 (d) 2

(ii) ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಇರುತ್ತವೆ. (a) 0 (b) –5 (c) $3\frac{1}{2}$ (d) $\frac{-5}{2}$

2.5.3 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

0,1,2,3,4,5 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ....–5,–4,–3,–2,–1,0,1,2,3,4,5,,, ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಗುಂಪು ಎಂದು ಗೊತ್ತು ಇವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳೆನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳೇ ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲ ಎಂದು ರಾಖಿ ಹೇಳಿದಳು. ಅವಳೊಂದಿಗೆ ನೀವು ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತೀರಾ? ರಾಖೀ ಹೇಳಿದ್ದು ಸತ್ಯ. ಏಕೆಂದರೆ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ –5,–4,–3,–2,–1 ವಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಆದರೆ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ " ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳೇ ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲ"

ಧನಾತ್ಮಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾದ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{5}, \frac{8}{8}$ ಗಳು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ನಾವು ಧನಾತ್ಮಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು $\frac{w_1}{w_2}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ w_1 ಮತ್ತು w_2 ಎಂಬುವವು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು w_2 ಸೊನ್ನೆಗೆ ಸಮಾನವಲ್ಲ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

5 ಧನಾತ್ಮಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಅದರಲ್ಲಿ w_1, w_2 ಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುವವು ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು. ಧನಾತ್ಮಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ಋಣಾತ್ಮಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮುದಾಯ. ಅದರಿಂದ $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}, \frac{-7}{7}, \frac{-2}{7}, 0, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{17}{5}, \frac{6}{1}$ ಗಳಂತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆಗುತ್ತವೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲವುಗಳನ್ನು ಎರಡು ಪೂಣರ್ಣಾಂಕಗಳ ಅನುಪಾತವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.

" ಆದ್ದರಿಂದ p, q ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು q ಸೊನ್ನೆಗೆ ಸಮಾನವಲ್ಲದಿದ್ದಾಗ $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆನ್ನುತ್ತಾರೆ"

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

(i) ಯಾವುದೇ ಐದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) ಯಾವುದೇ ಐದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೋ ತಿಳಿಸಿರಿ.

2.5.4 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೋಲಿಕೆ

$\frac{3}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{9}{12}$ ಎರಡು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು. ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಸಮಾನ ಛೇದಗಳಿದ್ದಾಗ ಹೋಲಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{3}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{7}$ ಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡೋಣ.

ಮೊದಲು ಇವುಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \frac{21}{28}$ ಮತ್ತು

$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28}$ ....

ಈಗ ನಾವು $\frac{21}{28}$ ರಿಂದ $\frac{20}{28}$ ಹೋಲಿಸಬಹುದು. ಈ ಎರಡು ಸಮಾನ ಛೇದಗಳಿವೆ ಆದ್ದರಿಂದ

$\frac{21}{28}$ ಎನ್ನುವುದು $\frac{20}{28}$ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು.

ಆದರಿಂದ $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. $\frac{3}{4}$ ರ ಎಲ್ಲಾ ಸಮನಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನ ಹತ್ತಿರ ಇರುತ್ತವೆಯೇ?
2. $\frac{6}{7}$ ರ ಎಲ್ಲಾ ಸಮಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನ ಹತ್ತಿರ ಇರುತ್ತವೆಯೇ?

$\frac{-1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{-2}{3}$ ಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸೋಣ

ಈ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಬರೆಯೋಣ

$$\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \frac{-4}{8} \;\ldots\ldots\;\ldots\ldots$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}, \frac{-6}{9} \;\ldots\ldots\;\ldots\ldots$$

$\frac{-3}{6}$ ಮತ್ತು $\frac{-4}{6}$ ಗಳು ಸಮಾನ ಛೇದಗಳು ಹೊಂದಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಇವುಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಬಹುದು.

$\frac{-4}{6} < \frac{-3}{6}$ ($\frac{-4}{6}$ ಎಂಬುದು $\frac{-3}{6}$ ಕ್ಕೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಇರುತ್ತದೆ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\therefore \frac{-2}{3} < \frac{-1}{2}$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. $\frac{-1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{-3}{6}$ ಎಂಬುವು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನ ಹತ್ತಿರ ಇರುತ್ತವೆಯಾ?
2. $\frac{-2}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{-4}{6}$ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನ ಹತ್ತಿರ ಇರುತ್ತವೆಯಾ?

ಉದಾ : $\frac{-1}{2}$, $\frac{-2}{4}$ ಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಸೂಚಿಸಿದಾಗ, ಒಂದೇ ಹತ್ತಿರ ಏಕೀಭವಿಸುವುದನ್ನು ನೋಡಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಎರಡೂ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ :

1. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-7}{9}$ (iii) $-\frac{3}{7}$ ಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
2. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{-1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-4}{8}$

(ii) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{2}{4}, \frac{20}{12}$

ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೇಕೆಂದರೆ "ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದವನ್ನು, ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ (ಸೊನ್ನೆ ಬಿಟ್ಟು) ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ" ಉದಾಹರಣೆಗೆ

$\frac{1}{5}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೇಕೆಂದರೆ $\frac{1\times 2}{5\times 2}=\frac{2}{10}$ ಮತ್ತೊಂದು $\frac{1\times 3}{5\times 3}=\frac{3}{15}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಹಾಗೇಯೇ $\frac{-2}{7}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೇಕೆಂದರೆ $\frac{-2\times 2}{7\times 2}=\frac{-4}{14}$ ಮತ್ತೊಂದು $-\frac{2\times 3}{7\times 3}=\frac{-6}{21}$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಈ ವಿಧವಾಗಿ ನಾವು ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ –7

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮೂರು ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $-\frac{3}{8}$

2. (i) ಛೇಧ 12 ಇರುವ ಹಾಗೆ $\frac{-15}{36}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯಿರಿ.

   (ii) ಅಂಶ 75 ಇರುವ ಹಾಗೆ $\frac{-15}{36}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯಿರಿ.

3. ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

   (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{3}{2}$ (iv) $\frac{10}{3}$

4. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸತ್ಯವೋ, ಅಸತ್ಯವೋ ಗುರ್ತಿಸಿರಿ

   (i) ಪ್ರತಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ ಹಾಗೆಯೇ ಪ್ರತಿ ಭಾಗಲಬ್ಧಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ( )

   (ii) $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ q ಒಂದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ( )

(iii) ಪ್ರತಿ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯ ಬಹುದು. ( )

(iv) $\frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ. ( )

(v) ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲಾ ಧನರಾಶಿಗಳೇ ( )

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು :

1. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡಬೇಕೆಂದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಸಜಾತಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು.
2. ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಎಂದರೆ $\frac{\text{ಅಂಶಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}{\text{ಛೇದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}$
3. ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ "ರಲ್ಲಿ" ಎಂಬುದು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ.

   ಉದಾ : 6 ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{3} = \frac{1}{\cancel{3}} \times \overset{2}{\cancel{6}} = 2$.
4. ಎರಡು ಶುದ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ, ಗುಣಿಸಿದ ಪ್ರತಿ ಶುದ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ. ಒಂದು ಶುದ್ಧ, ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು, ಗುಣಿಸಿದ ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು ಶುದ್ಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು.
5. ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಎಂದರೆ ಅಂಶ ಛೇದಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಭಿನ್ನರಾಶಿ.
6. ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರಾಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

   (i) ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಆ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಿಬೇಕು.

   (ii) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

   (iii) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಎರಡನೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

   ಉದಾ : $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$.

7. ನಾವು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿತು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಎರಡು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳನ್ನು ನಾವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಭಾವಿಸಿ ಗುಣಿಸ ಬೇಕು. ನಂತರ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಬಲಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿ, ಗುಣಲಬ್ದದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬಲದಿಂದ ಎಡಕ್ಕೆ ಎಣಿಸಿ ದಶಮಾಂಶಬಿಂದು ಇಡಬೇಕು. ಉದಾ:–$1.5 \times 5 = 7.5$

8. ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10,100,1000...... ಗಳಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿನ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಸಿ, ಗುಣಲಬ್ದದಲ್ಲಿ ಅಷ್ಟು ಸ್ಥಾನಗಳು ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿನ ದಶಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಎಣಿಸಿ ಇಡಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ $0.57 \times 10 = 5.7$, $0.57 \times 100 = 57$ ಮತ್ತು $0.57 \times 1000 = 570$

9. ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ.

   (i) ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಭಾವಿಸಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕು. ನಂತರ ಭಾಗಲಬ್ದದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಭಾಜ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೆ ಇಡಬೇಕು.

   (ii) ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10,100,1000 – ಗಳಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿನ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಣಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ದದಲ್ಲಿ ಅಷ್ಟು ಸ್ಥಾನಗಳು ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿನ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಎಣಿಸಿ ಇಡಬೇಕು.

   (iii) ಎರಡು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಭಾಜಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲು ಆಂಶ, ಛೇದಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಚಲಿಸಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕು.

10. ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು, ಎಲ್ಲಾ ಧನಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ಋಣಾತ್ಮಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಇರುವ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮುದಾಯ i) p, q ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದು, q ಸೊನ್ನಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿಲ್ಲದೆ ಇರುವ ಸಂಧರ್ಭದಲ್ಲಿ $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಜಾನ್ ನೇಪೀಯರ್ (ಸ್ಕಾಟ್‌ಲ್ಯಾಂಡ್)

1550–1617 AD

ಇವರು ಲಘುಗಣಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರು. ಗುಣಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ನೇಪಿಯರ್ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಪ್ರವೇಶ ಪಡಿಸಿದರು. ದಶಮಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಪದ್ದತಿಯನ್ನು ಪ್ರವೇಶ ಪಡಿಸಿದರು.

ಸಾಮಾನ್ಯ (ಸರಳ) ಸಮೀಕರಣಗಳು

3

3.0 ಪರಿಚಯ :

ನೀವು 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ $4x = 44$, $2m = 10$ ಗಳಂತಹ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದು ಕೊಂಡಿರುತ್ತೀರಿ. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ ಕೆಲವು ಫಜಿಲ್ಸ್ ಮತ್ತು ನಿತ್ಯ ಜೀವನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಹೇಗೆ ಸಾಧಿಸಬಹುದೋ ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ನೀವು ಕಲಿತು ಕೊಂಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಥವಾ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಅಭ್ಯಾಸದಿಂದ ಗುರ್ತು ಮಾಡಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಅಭ್ಯಾಸ –1

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ L.H.S ಮತ್ತು R.H.S ಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

(i) $2x = 10$ (ii) $2x–3 = 9$

(iii) $4z + 1 = 8$ (iv) $5p + 3 = 2p + 9$

(v) $14 = 27 – y$ (vi) $2a – 3 = 5$

(vii) $7m = 14$ (viii) $8 = q + 5$

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಯತ್ನ –ದೋಷ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಸಾಧಿಸಿರಿ.

(i) $2 + y = 7$ (ii) $a – 2 = 6$

(iii) $5m = 15$ (iv) $2n = 14$

3.1 ಸಮೀಕರಣ –ತೂಕಹಾಕುವ ತಕ್ಕಡಿ

ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸಮದೂಗಿಸಿದ ತಕ್ಕಡಿಯಿಂದ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡ ಬಹುದೆಂದು ನೀವು 6ನೇ ತರಗತಿ ಯಲ್ಲಿ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ ಅಲ್ಲವೇ!

ಒಂದು ತಕ್ಕಡಿಯ ಎಡ ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ 5 ಕೆ.ಜಿ.ತೂಕವುಳ್ಳ ವಸ್ತುವನ್ನು, ಬಲ ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ 2 ಕೆ.ಜಿ. ತೂಕದ ಒಟ್ಟನ್ನು ಇಟ್ಟರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಎಡ ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ 3 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ತೂಕವನ್ನು, ಬಲ ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ 7 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ತೂಕ ಹಾಕಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ?

ಹಾಗೆಯೇ ಎಡ ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ 3 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ತೂಕವನ್ನು, ಬಲ ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ 3 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ತೂಕವನ್ನು ಹಾಕಿದರೆ ತಕ್ಕಡಿ ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆಯೋ ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

ತಕ್ಕಡಿಯ ಎರಡು ತಟ್ಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ತೂಕಗಳು ಇದ್ದಾಗಲೇ ಅದು ಖಚಿತವಾಗಿ ಸರಿ ತೂಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸ ಬಹುದು.

ಇದೇ ಸೂತ್ರವು ನಮಗೆ ಸಮಾನತ್ವ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ.

ಈ ಸಮಾನತ್ವವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

ಒಂದು ಸಮಾನತ್ವ $12–2 = 6 + 4$ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡಾಗ

ಇಲ್ಲಿ

LHS $= 12 – 2 = 10$ ಮತ್ತು

RHS $= 6 + 4 = 10$

ಬಲ; ಎಡ ಭಾಗಗಳು ಸಮಾನ ಆದ್ದರಿಂದ, ಇಲ್ಲಿ ಸಮಾನತ್ವ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ.

1. ಇದೇ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಎರಡೂ ಕಡೆ 3 ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ? ಎರಡೂ ಕಡೆ ಬೆಲೆಗಳು ಸಮಾನ ವಾಗುತ್ತವೆಯಾ ? ಒಂದು ವೇಳೆ ಎರಡೂ ಕಡೆಗೆ ಕೂಡಿದರೂ ಸಮಾನವೇನಾ ? ನೀವು ಸಹ ಕೆಲವೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ.
2. ಇದೇ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ಎರಡೂ ಕಡೆ 5ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ. ಎರಡೂ ಕಡೆ ಸಮಾನವೇನಾ ? ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ 7ನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ಕಳೆದರೂ ಸಮಾನವೇನಾ ? ನೀವುಗಳು ಸಹ ಕೆಲವೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ಕಳೆದು ಸಮಾನತ್ವವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.
3. ಇದೇ ಸಮಾನತ್ವ ಸಮೀಕರಣ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಎರಡೂ ಕಡೆ 6 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಎರಡೂ ಕಡ ಸಮಾನವೇನಾ ? ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ 8 ರಿಂದ ಎರಡೂ ಕಡೆ ಗುಣಿಸಿ ನೋಡಿ. ನಿಮಗೆ ಇಷ್ಟವಾದ ಕೆಲವೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಎರಡೂ ಕಡೆ ಗುಣಿಸಿ, ಸಮಾನತ್ವವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.
4. ಇದೇ ಸಮಾನತ್ವ ಸಮೀಕರಣ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ನೋಡಿ. ಎರಡೂ ಕಡೆ ಸಮಾನ ವಾಗಿದೆಯಾ? ಈ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಎರಡೂ ಕಡೆ 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೂ ಸಮಾನವೇನಾ ?

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ "ಹೌದು" ಎಂಬ ಸಮಾಧಾನ ಬಂದಿದೆ ಅಲ್ಲವೇ !

ಆದ್ದರಿಂದ " ನಾವು ಸಮಾನತ್ವದ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡುವುದರಿಂದ, ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ, ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ಭಾಗಿಸಿದಾಗಲೂ ಸಮೀಕರಣ ಸಮಾನತ್ವದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

3.2 ಸಮೀಕರಣಗಳ ಸಾಧನೆ :

ನೀವು ಈಗಾಗಲೇ ಪ್ರಯತ್ನ ದೋಷ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ. ಈಗ ನಾವು ಸಮಾನತ್ವ ನಿಯಮಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ, ವೇಗವಾಗಿ ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿಯೋಣ.

ನಾವು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸಮಾನತ್ವ ನಿಯಮಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಸಾಧಿಸ ಬೇಕೆಂದರೆ ಮೊದಲು ಸಮಾನತ್ವ ಗುರ್ತು ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಕ ಪದಗಳನ್ನು ಬೀಜೀಯ ಪದಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಬೇಕು. ನಂತರ ಸಮಾನತ್ವ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಬೇಕು.

ಉದಾ 1 : $x + 3 = 7$ ನ್ನು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $x + 3 = 7$ .... (1)

ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ L.H.S $= x + 3$. ಬೆಲೆ x ಗಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚು. x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯ ಬೇಕೆಂದರೆ L.H.S. ನಿಂದ 3ನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕು. ಅದ್ದರಿಂದ, LHS ನಿಂದ 3ನ್ನುಕಳೆಯಬೇಕು.ಸಮಾನತ್ವ ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ LHS ನಿಂದ ಸಹ 3ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು. ಆಗಲೇ ಸಮಾನತ್ವ ನಿಯಮ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

$x + 3 = 7$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ.

$x + 3 - 3 = 7 - 3$

$x = 7 - 3$ .... (2)

$x = 4$

ಆದ್ದರಿಂದ $x = 4$ ಆಗಿದೆ.

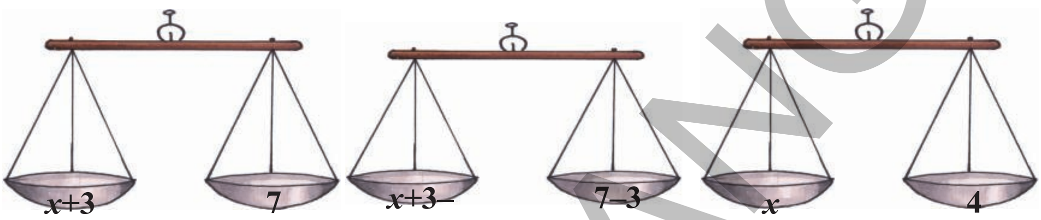
(1), (2) ರಿಂದ ಗಮನಿಸಿದ್ದು ಏನಂದರೆ LHS ನಿಂದ '+3' ತೆಗೆಯಬೇಕಾದರೆ RHS ನಿಂದ 3 ಕಳೆಯಲಾಗಿದೆ.ಇದರರ್ಥ LHS ನಲ್ಲಿರುವ '+3' ಪದವನ್ನು RHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತಿಸಿದರೆ '–3' ಆಗಿ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ.

ತಾಳೆ ನೋಡುವುದು : $x = 4$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣದ LHS, RHS ಅದೇಶಿಸಿದರೆ,

$$
\begin{aligned}
\text{LHS} &= x + 3 \\
&= 4 + 3 \qquad (x = 4 \text{ ನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ}) \\
\text{LHS} &= 7 \\
\text{RHS} &= 7
\end{aligned}
$$

ಆದ್ದರಿಂದ LHS = RHS.

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತಕ್ಕಡಿಯಿಂದ ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.



ಉದಾ 2 : $y - 7 = 9$ ನ್ನು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $y - 7 = 9$ .... (1)

ಇಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ LHS $= y - 7$

'y' ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಕಡೆ '7' ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದೆ.

$\therefore \quad y - 7 + 7 = 9 + 7$

$y = 9 + 7$ .... (2)

$y = 16$

ಆದ್ದರಿಂದ $y = 16$.

(1), (2) ರಿಂದ ಗಮನಿಸಿದ್ದು ಏನಂದರೆ LHS ನಲ್ಲಿ '–7' ನ್ನು RHS ಗೆ '+7' ಗಿ ಸ್ಥಳಾಂತರವಾಗಿದೆ.

ತಾಳೆ ನೋಡುವುದು : 'y' ಗೆ ಬದಲಾಗಿ 16 ಆದೇಶಿಸಿ, LHS = RHS ಎಂದು ಸರಿ ನೋಡಿರಿ.

ಉದಾ 3 : $5x = -30$ ಬಿಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : $5x = -30$ .... (1)

$\frac{5x}{5} = \frac{-30}{5}$ (ಎರಡೂ ಕಡೆ 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ)

$x = \frac{-30}{5}$ .... (2)

$\therefore x = -6$

(1)ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ ಗಮನಿಸಿದ್ದು ಏನಂದರೆ LHS ನಲ್ಲಿನ x ನ ಗುಣಕ '5' RHS ನಲ್ಲಿ ಭಾಜಕ '5' ಅಗಿ ಮಾರ್ಪಾಟಾಗಿದೆ.

ತಾಳೆ ನೋಡುವುದು : $x = -6$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ LHS = RHS ಆಗಿದೆಯೋ? ಇಲವೋ ಸರಿ ನೋಡಿರಿ.

ಉದಾ 4: $\frac{z}{6} = -3$ ನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : $\frac{z}{6} = -3$ .... (1)

$6\left(\frac{z}{6}\right) = 6 \times (-3)$ (ಎರಡೂ ಕಡೆ 6 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ)

$z = 6 \times (-3)$ .... (2)

$\therefore \quad z = -18$

> (1), (2) ಪರಿಶೀಲಿಸಿದರೆ LHS ನಲ್ಲಿ ಭಾಜಕ್ಕೆ '6' RHS ನಲ್ಲಿ ಗುಣಕ '6'ಆಗಿ ಮಾರ್ಪಾಡಾಗಿದೆ.

ತಾಳೆ ನೋಡುವುದು : z = –18 ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ LHS = RHS.

ಸರಿ ನೋಡಿರಿ?

ಉದಾ 5: $3x + 5 = 5x - 11$ ನ್ನು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $3x + 5 = 5x - 11$

$3x + 5 - 5x = 5x - 11 - 5x$ (ಎರಡೂ ಕಡೆ '5 x' ಕಳೆದರೆ)

$-2x + 5 = -11$

$-2x + 5 - 5 = -11 - 5$ (ಎರಡೂ ಕಡೆ '5' ಕಳೆದರೆ)

$-2x = -16$

$\frac{-2x}{-2} = \frac{-16}{-2}$ (ಎರಡೂ ಕಡೆ '–2' ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ)

$\therefore x = 8$

ತಾಳೆ ನೋಡುವುದು : z = 8 ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

LHS = $3x + 5 = 3(8) + 5 = 24 + 5 = 29$

RHS = $5x - 11 = 5(8) - 11 = 40 - 11 = 29$

$\therefore$ LHS = RHS

ಗಮನಿಸಿರಿ :

ಗುರ್ತುಗಳು(ಚಿಹ್ನೆಗಳು) ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದೆ ಎಂದರೆ,

'+ ರಾಶಿ' ಸ್ಥಳಾಂತರವಾದರೆ '– ರಾಶಿ' ಯಾಗಿ

'– ರಾಶಿ' ಸ್ಥಳಾಂತರವಾದರೆ '+ ರಾಶಿ' ಯಾಗಿ

'× ರಾಶಿ' ಸ್ಥಳಾಂತರವಾದರೆ ÷ ರಾಶಿ' ಯಾಗಿ

'÷ ರಾಶಿ' ಸ್ಥಳಾಂತರವಾದರೆ ' × ರಾಶಿ' ಯಾಗಿ ಬದಲಾವಣೆ ಹೊಂದುತ್ತವೆ.

ಉದಾ 6 : $12 = x + 3$ ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ

ಪರಿಹಾರ : LHS ನಲ್ಲಿನ 12ನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ –12 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದೇವಿಧವಾಗಿ RHS ಕಡೆ ಇರುವ $x+3$ ನ್ನು LHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ $-x - 3$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ $-x - 3 = -12$

ಎರಡೂ ಕಡೆ (-1) ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ

$-1\ (-x\ -3) = -1\ (-12)$

$x + 3 = 12$

ಅದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ LHS ಮತ್ತು RHS ನಲ್ಲಿನ ಪದಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಇಲ್ಲದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಈಗ $x = 12 - 3$

$\therefore x = 9$ **ಆಗುತ್ತದೆ.**

ಅಭ್ಯಾಸ –2

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಪದಗಳನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸದೆ ಸಾಧಿಸಿ,ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸರಿನೋಡಿರಿ.

   (i) $x + 5 = 9$ (ii) $y - 12 = -5$

   (iii) $3x + 4 = 19$ (iv) $9z = 81$

   (v) $3x + 8 = 5x + 2$ (vi) $5y + 10 = 4y - 10$

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಪದಗಳನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಣೆ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಸಾಧಿಸಿ, ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸರಿನೋಡಿರಿ.

   (i) $2 + y = 7$ (ii) $2a - 3 = 5$

   (iii) $10 - q = 6$ (iv) $2t - 5 = 3$

   (v) $14 = 27 - x$ (vi) $5\ (x+4) = 35$

   (vii) $-3x = 15$ (viii) $5x - 3 = 3x - 5$

   (ix) $3y + 4 = 5y - 4$ (x) $3\ (x - 3) = 5\ (2x + 1)$

3.3 ನಿತ್ಯ ಜೀವನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಸಾಧನೆಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಉಪಯೋಗ :

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

(i) ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬಾಲ ಬಾಲಕಿಯರ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 52. ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ, ಬಾಲಕರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 10 ಹೆಚ್ಚು ಆದರೆ ಬಾಲಕರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

(ii) ರಾಮು ತಂದೆಯ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಯಸ್ಸು ರಾಮು ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ 3 ರಷ್ಟಿದೆ. 5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಮೊತ್ತ 70 ವರ್ಷಗಳು ಆದರೆ. ಅವರ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಯಸ್ಸಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iii) ಒಂದು ಪರ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ₹.10 ಮತ್ತು ₹. 50 ನೋಟುಗಳು ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯ ₹. 250 ಇದೆ. ₹50 ನೋಟಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ, ₹10 ನೋಟಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚು. ಆದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರಕದ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

(iv) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಅದರ ಅಗಲದ ಎರಡರಷ್ಟಕಿಂತ 8 ಕಡಿಮೆ ಇದೆ. ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ 56 ಮೀ ಆದರೆ ಆಯತದ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಿದ ಅನೇಕ ರಕಗಳ ನಿತ್ಯ ಜೀವನ ಸಮಸ್ಯೆ ಸಾಧನೆಗೋಸ್ಕರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮೀರಕಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆ ಸಾಧನೆಗೆ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಹಂತಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಹಂತ 1 : ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮಗ್ರವಾಗಿ ಓದಬೇಕು.

ಹಂತ 2 : ತಿಳಿಯದ ಅಥವಾ ಕಂಡುಹಿಡಿಯ ಬೇಕಾದ ರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನು x, y, z, u, v, w, p. t ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸಬೇಕು.

ಹಂತ 3 : ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಪದಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರೂಪೊಂದಿಸಬೇಕು.

ಹಂತ 4 : ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸಾಧಿಸಬೇಕು.

ಹಂತ 5 : ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸರಿ ನೋಡಬೇಕು.

ಉದಾ 7: ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬಾಲ ಬಾಲಕಿಯರ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 52. ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ, ಬಾಲಕರ ಸಂಖ್ಯೆ ಗಿಂತ10 ಹೆಚ್ಚು. ಆದರೆ ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬಾಲಕರ ಸಂಖ್ಯೆ $= x.$

ಆದರೆ ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ $= x + 10.$

ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬಾಲಬಾಲಕಿಯರ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ $= x + (x + 10)$

$= x + x + 10$

$= 2x + 10$

ಲೆಕ್ಕದ ಪ್ರಕಾರ ಬಾಲಬಾಲಕಿಯರ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ $= 52$

ಆದ್ದರಿಂದ $2x + 10 = 52$ ಆಗುತ್ತದೆ

ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ,

$2x = 52 - 10$ (10ನ್ನು LHS ನಿಂದ RHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದೆ)

$2x = 42$

$$x = \frac{42}{2}$$ (2ನ್ನು LHS ನಿಂದ RHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ)

$$\therefore \; x = 21$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಾಲಕರ ಸಂಖ್ಯೆ $= 21$ ಮತ್ತು

ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ $= 21 + 10 = 31$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ತಾಳೆ ನೋಡುವುದು : $21 + 31 = 52$ ಎಂದರೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬಾಲ ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ 52.

ಮತ್ತು $31 - 21 = 10$ ಅಂದರೆ ಬಾಲಕಿಯರು ಬಾಲಕರಿಗಿಂತ 10 ಹೆಚ್ಚು ಮಂದಿ ಇದ್ದಾರೆ.

ಉದಾ 8 : ರಾಮು ತಂದೆಯ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಯಸ್ಸು, ರಾಮು ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ 3ರ ರಷ್ಟಿದೆ. 5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಮೊತ್ತ 70 ವರ್ಷಗಳು ಆದರೆ, ಅವರ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ರಾಮುವಿನ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಯಸ್ಸು $= x$ ವರ್ಷಗಳು

ಆತನ ತಂದೆಯ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಯಸ್ಸು $= 3x$ ವರ್ಷಗಳು.

5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ರಾಮು ವಯಸ್ಸು $= x+5$ ವರ್ಷಗಳು.

5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು $= 3x + 5$ ವರ್ಷಗಳು.

5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವರ ಒಟ್ಟು ವಯಸ್ಸು $= (x + 5) + (3x + 5) = 4x + 10$ ವರ್ಷಗಳು.

ಆದರೆ ಲೆಕ್ಕದ ಪ್ರಕಾರ, 5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವರ ವಯಸುಗಳ ಮೊತ್ತ

$$4x + 10 = 70$$

$$4x = 70 - 10$$

$$4x = 60$$

$$x = \frac{60}{4} = 15$$

ಆದುದರಿಂದ ರಾಮುವಿನ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಯಸ್ಸು $= 15$ ವರ್ಷಗಳು.

ತಂದೆಯ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಯಸ್ಸು $= 3x = 3 \times 15 = 45$ ವರ್ಷಗಳು.

ತಾಳೆ ನೋಡುವುದು :

15ರ ಮೂರರಷ್ಟು 45 ಅಂದರೆ ಪ್ರಸ್ತುತ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ರಾಮುವಿನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ 3 ರಷ್ಟು.

5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು $= 45 + 5 = 50$ ವರ್ಷಗಳು.

5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ರಾಮು ವಯಸ್ಸು $= 15 + 5 = 20$ ವರ್ಷಗಳು.

ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ $= 50 + 20 = 70$ ವರ್ಷಗಳು.

ಉದಾ 9 : ಒಂದು ಪರ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ₹.10 ಮತ್ತು ₹. 50 ನೋಟುಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯ ₹250 ಇದೆ. ₹50 ನೋಟಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ, ₹10 ನೋಟಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚು. ಆದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರಕದ ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ₹.50 ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= x$ ಆದರೆ

ಒಟ್ಟು ₹.50 ನೋಟುಗಳ ಬೆಲೆ $= 50x$

₹ 10 ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= x + 1$

ಒಟ್ಟು ₹ 10 ನೋಟುಗಳ ಬೆಲೆ $= 10\,(x+1)$

$\therefore$ ಪರ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯ $= 50x + 10\,(x+1)$

$$= 50x + 10x + 10$$

$$= 60x + 10$$

ಲೆಕ್ಕದ ಪ್ರಕಾದ ಪರ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯ= ₹.250

ಆದ್ದರಿಂದ $60x + 10 = 250$ ಆಗುತ್ತದೆ.

$$60x = 250 - 10$$

$$60x = 240$$

$$x = \frac{240}{60}$$

$$\therefore x = 4$$

₹50 ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= 4$

₹10 ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= 4 + 1 = 5$

ತಾಳೆ ನೋಡುವುದು :

₹10 ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (5) ₹50 ನೋಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (4) ಗಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚು.

ಪರ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯ $= (50\times4) + (10\times5)$

$= 200 + 50$

$=$ ₹. 250

ಉದಾ 10 : ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಅದರ ಅಗಲದ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 8 ಕಡಿಮೆ ಇದೆ. ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ 56 ಮೀ ಆದರೆ ಅದರ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಆಯತದ ಅಗಲ $= x$ ಮೀ.

ಅಗಲದ ಎರಡರಷ್ಟು $= 2x$ ಮೀ.

ಆಯತದ ಉದ್ದ $= (2x - 8)$ ಮೀ (ಲೆಕ್ಕದ ಪ್ರಕಾರ)

ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ $=$ 2 (ಉದ್ದ + ಅಗಲ)

$= 2\,(2x - 8 + x)$ ಮೀ

$= 2\,(3x - 8)$ ಮೀ

$= (6x - 16)$ ಮೀ

ಲೆಕ್ಕದ ಪ್ರಕಾರ, ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ 56ಮೀ.

ಆದ್ದರಿಂದ $6x - 16 = 56$

$$6x = 56 + 16$$

$$6x = 72$$

$$x = \frac{72}{6}$$

$$\therefore\; x = 12$$

ಆಯತದ ಅಗಲ $= 12$ m.

ಆಯತದ ಉದ್ದ $= 2 \times 12 - 8 = 16$ ಮೀ.

ತಾಳೆ ನೋಡುವುದು :

ಸುತ್ತಳತೆ = 2(ಉದ್ದ + ಅಗಲ)

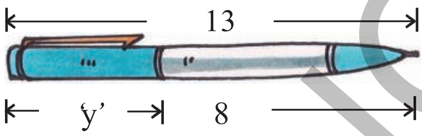
56 ಮೀ $= 2\,(16 + 12) = 2 \times 28$

56 ಮೀ $=$ 56 ಮೀ.

ಅಭ್ಯಾಸ –3

1 ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಸಮೀಕರಣ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ 'x' ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಸಮೀಕರಣ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ 'y' ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



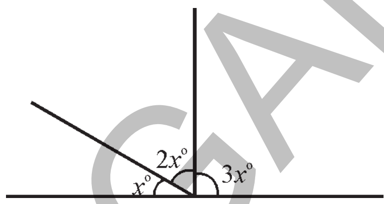
3. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡರಷ್ಟು ಮಾಡಿ 7 ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ 49 ಆಗುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
4. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ 3 ರಷ್ಟರಿಂದ 22 ಕಳೆದರೆ 68 ಆಗುವುದು. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯಾವುದು ?
5. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಅದರಿಂದ 3ನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದರೆ ಅದು 53ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗುವುದೋ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
6. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 95. ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಎರಡನೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 3 ಕಡಿಮೆ ಆದರೆ ಆಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು.
7. ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 24. ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾವುವು ?
8. ಕೆಳಗಿನ ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ 72 ಮೀ ಆದರೆ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವು, ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 4 ಮೀ ಹೆಚ್ಚು. ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ 84 ಮೀ ಆದರೆ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
10. 15 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಹೇಮಳ ವಯಸ್ಸು ಆಕೆಯ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ 4 ರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಆಕೆಯ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು ?
11. 63 ಬಹುಮಾನಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ₹.3000. ಈ ಬಹುಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ₹.100 ಮತ್ತು ₹.25 ಬೆಲೆ ಇರುವವು ಇದ್ದಲ್ಲಿ, ಅವು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಧದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ಬಹುಮಾನಗಳಿವೆಯೋ ತಿಳಿಸಿ.
12. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದಾಗ, ಮೊದಲನೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಎರಡನೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 10 ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಈ ಭಾಗಗಳ ಅನುಪಾತ 5:3 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಆ ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
13 . " ನನ್ನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 8ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ಅಥವಾ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 20 ರಿಂದ ಕಳೆದರೂ ಫಲಿತಾಂಶ ಒಂದೇ ಬರುತ್ತದೆ, ಎಂದು ಸುಹಾನಾ ಹೇಳಿದಳು " ಸುಹಾನ ಅಂದುಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

14. “ ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳು ಪಡೆದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಅಂಕಗಳು, ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಎರಡರಷ್ಟು ಮಾಡಿ 7 ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ” ಎಂದು ಶಿಕ್ಷಕನು ತಿಳಿಸಿದನು. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳು ಪಡೆದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ 87 ಅಂಕಗಳು ಬಂದರೆ, ಕಡಿಮೆ ಅಂಕಗಳು ಪಡೆದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಅಂಕೆಗಳೆಷ್ಟು ?

15. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 3 ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ಸೂಚನೆ : ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡುವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0)



16. ಕೆಳಗಿನ ಒಗಟನ್ನು ಓದಿ ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ನಾನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ

        ನನ್ನನ್ನು ಗುರ್ತಿಸ ಬಲ್ಲೆಯಾ?

ನನ್ನನ್ನು ಎರಡರಷ್ಟು ಮಾಡಿ

        ಅದಕ್ಕೆ 36 ಕೂಡಿ ನೋಡು

ನಾನು ಶತಕಕ್ಕೆ ಸೇರಬೇಕೆಂದರೆ

        ನನಗೆ ಇನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಬೇಕು.

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಆಂಶಗಳು :

- ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಾವು ನಮ್ಮ ನಿತ್ಯಜೀವನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಸಾಧನೆಗೆ ಹಲವು ವಿಧವಾಗಿ ಉಪಯೋಗ ಪಡುತ್ತವೆ.
- ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸಮಾನತ್ವ ಮಾಡಲು ನಾವು
  (i) ಎರಡೂ ಕಡೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡ ಬಹುದು.
  (ii) ಎರಡೂ ಕಡೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯ ಬಹುದು.
  (iii) ಎರಡೂ ಕಡೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಬಹುದು.
  (iv) ಎರಡೂ ಕಡೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದು.
- ಒಂದು ಸಮೀಕರಣದ ಎಡಭಾಗದ ಪದಗಳು LHS ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ಪದಗಳು RHSಎರಡೂಕಡೆ ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಸಮಾನತ್ವದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ರೇಖೆಗಳು – ಕೋನಗಳು 4

4.0 ಪರಿಚಯ

ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ರೇಖಾ ಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಇವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಅಭ್ಯಾಸ– 1

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿರಿ.

(i) (ii) (iii) (iv)

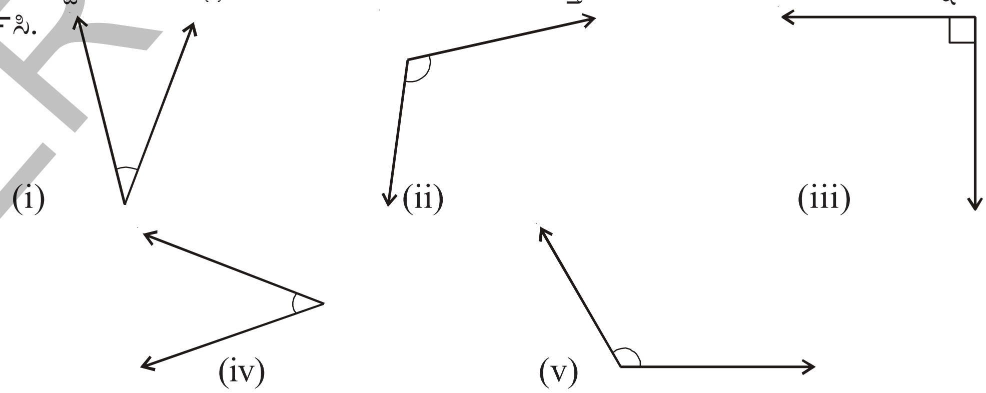
2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ

(i) $\overline{OP}$ (ii) ಬಿಂದು X (iii) $\overleftrightarrow{RS}$ (iv) $\overline{CD}$

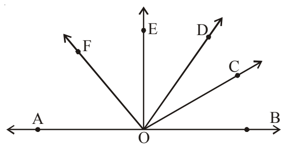
3. ಕೆಳಗಿನ ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

4. ನಿಮ್ಮ ಪರಿಸರದಲ್ಲಿ ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
ಉದಾ:– ಕತ್ತರಿಯನ್ನು ತೆರದಾಗ ಎರಡು ಹರಿತವಾದ ಅಂಚುಗಳ ನಡುವೆ ಏರ್ಪಡುವ ಕೋನ.

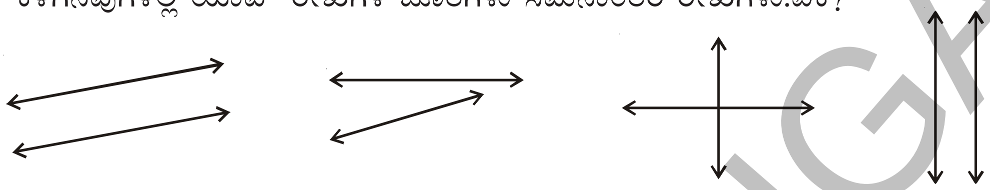
5. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಲಘು, ಲಂಬ ಮತ್ತು ವಿಶಾಲ ಕೋನಗಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ.



6. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ. ಇದರಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಲಘು, ಲಂಬ, ವಿಶಾಲ ಕೋನಗಳು ತಿಳಿಸಿರಿ.

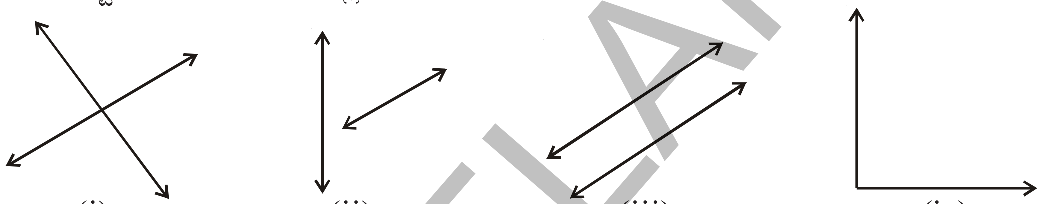


7. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ರೇಖೆಗಳ ಜೊತೆಗಳು ಸಮನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು.ಏಕೆ?



(i) (ii) (iii) (iv)

8. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ರೇಖೆಗಳ ಜೊತೆಗಳಲ್ಲಿ ಯವುವು ಛೇದಕ ರೇಖೆಗಳು.



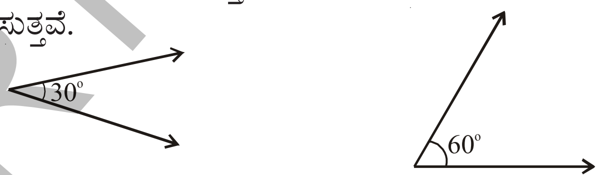
(i) (ii) (iii) (iv)

4.1 ಕೋನೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಕೆಲವು ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರ್ತಿಸಬೇಕೋ ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ. ಈಗ ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ಕೋನಗಳನ್ನು, ವಿವಿಧ ಜೋಡಿ ಕೊನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳೋಣ.

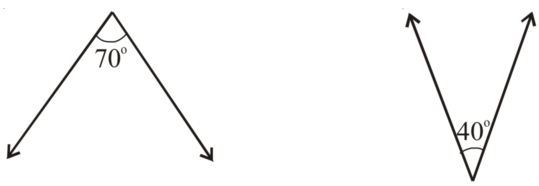
4.1.1 ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 90^0 ಗೆ ಸಮಾನವಾದರೆ ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಎನಿಸುತ್ತವೆ.



ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳು 30^0, 60^0 ಗಳನ್ನು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಏಕೆಂದರೆ $30^0+60^0+=90^0$

30^0 ಗೆ 60^0 ಯನ್ನು, 60^0ಗೆ 30^0ಯನ್ನು ಪೂರಕ ಕೋನವೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೆವೆ.



ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ $70^0, 40^0$ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಅಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ $70^0 + 40^0 \neq 90^0$.

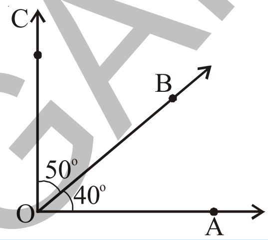
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

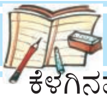
ನಿನಗೆ ಇಷ್ಟವಾದ ಯಾವುದೇ ಐದು ಜೊತೆಗಳ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸು.

ಇವು ಮಾಡಿರಿ.

$\angle AOB = 40^0$.ಎಳೆಯಿರಿ'O'ನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವಾಗಿ $\overrightarrow{OB}$ ಯನ್ನು ಆರಂಭ ಕಿರಣವಾಗಿ $\angle BOC = 50^0$ ರಚಿಸಿ

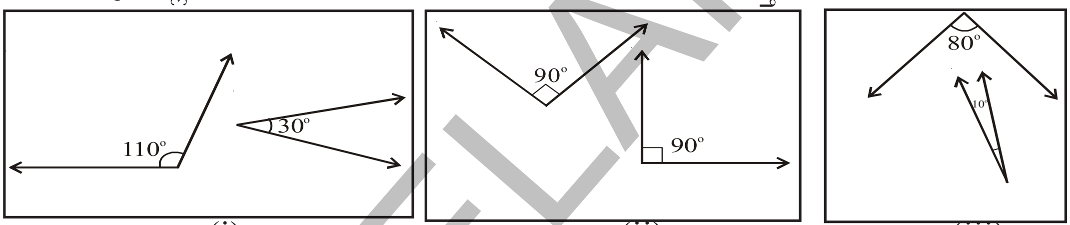
ಈ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 90^0, ಅಂದರೆ ಈ ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ಲಂಬ ಕೋನವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ 60^0 ಮತ್ತು 50^0 ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳಿಂದ ಮೇಲಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಮಾಡಿ. ಅವು ಸಹ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತವೆಯೇ? ಇಲ್ಲವೇ? ಏಕೆ?





ಅಭ್ಯಾಸ –2

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗುತ್ತವೆ?



(i) (ii) (iii)

2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಕೋನಗಳ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) 25^0 (ii) 40^0 (iii) 89^0 (iv) 55^0

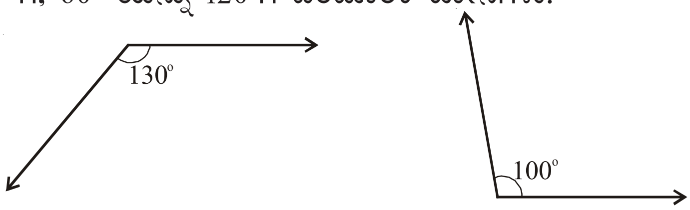
3. ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಪೂರಕಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾನ. ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. " ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಲಘುಕೋನಗಳು" ಎನ್ನುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ ಮಾನಸ ,ನೀವು ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತೀರಾ ? ಏಕೆ.

4.1.2 ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು

ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಸಮವಾದರೆ, ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

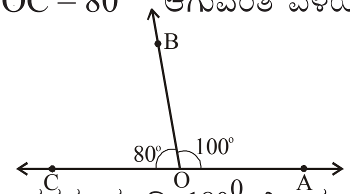
ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟ ಕೋನಗಳು 120^0, 60^0 ಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0. ಆದ್ದರಿಂದ ಇವು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು. ಅಂದರೆ 120^0 ಯನ್ನು 60^0 ಗೆ, 60^0 ಯನ್ನು 120^0ಗೆ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು.



130^0 ಮತ್ತು 100^0 ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆ ಅಲ್ಲ. ಏಕೆ?

ಇವು ಮಾಡಿರಿ

$\angle AOB = 100^0$ ಆಗುವಂತೆ ಎಳೆದು, $\overrightarrow{OB}$ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕಿರಣವಾಗಿ O, ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವಾಗಿ ಇರುವಂತೆ $\angle BOC = 80^0$ ಆಗುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ.



ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಕೂಡಿ 180^0 ಯಿಂದ ಒಂದು ಸರಳಕೋನವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸ ಬಹುದು. ಅಂದರೆ 100^0 ಮತ್ತು 80^0 ಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು.

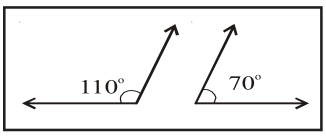
130^0 ಮತ್ತು 100^0 ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳೇನಾ. ಏಕೆ ?

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

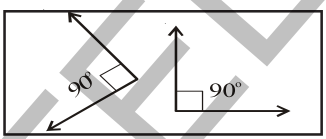
ನಿನಗಿಷ್ಟವಾದ ಯಾವುದೇ ಐದು ಜೊತೆ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ-3

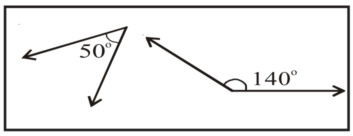
1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳು.



(i)



(ii)



(iii)

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

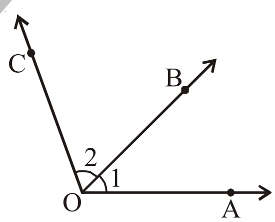
   (i) 105^0 (ii) 95^0 (iii) 150^0 (iv) 20^0

3. " ಎರಡು ಲಘು ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ " ಹೇಗೆ ಸಮರ್ಥಿಸುತ್ತೀರಿ.

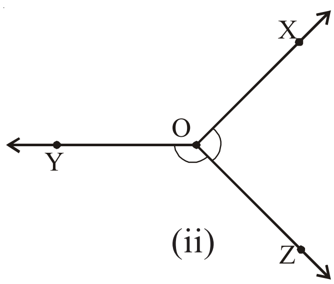
4. ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ ಮತ್ತು ಪರಿಪೂರಕಗಳು ಅವು ಯಾವುವು?

4.1.3 ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು

" ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಹಾಗು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಕೋನಗಳೇ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು."



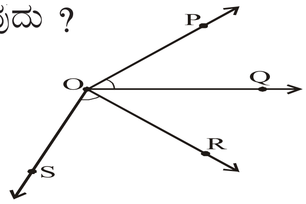
(i)



(ii)

ಚಿತ್ರ (i) ರಲ್ಲಿ $\angle AOB$, $\angle BOC$ ಗಳ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು. ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು 'O' ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು .

ಚಿತ್ರ(ii) ರಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳಿವೆಯೇ? ಇದ್ದರೆ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು ಯಾವುದು ಮತ್ತು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಯಾವುದು ?

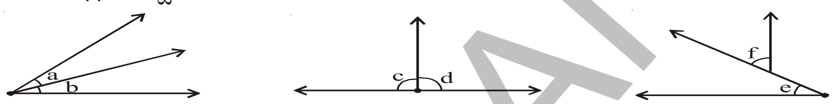


ಚಿತ್ರ (iii) ರಲ್ಲಿ $\angle POQ$ ಮತ್ತು $\angle ROS$ ಗಳ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನೆಗಳೇನಾ? ಏಕೆ?ಏಕೆ ಅಲ್ಲ?

ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಯಾವ ಕೋನಗಳು ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳಾವುವು ? ಏಕೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಆಗುತ್ತಿವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುವೆ ?

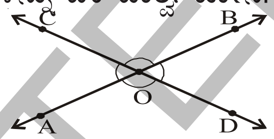
ಅಭ್ಯಾಸ –4

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು ?



(i) (ii) (iii)

2. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ? ಎಷ್ಟು ಜೊತೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಏರ್ಪಡುತ್ತವೆ ? ಅವುಗಳನ್ನು ಏಕೆ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ?



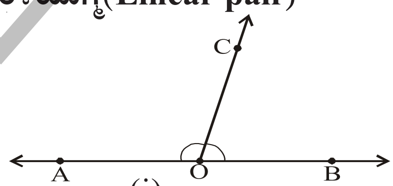
3. ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಆಗುತ್ತವೆಯಾ?ಚಿತ್ರ ಬರೆದು ತೋರಿಸಿ.
4. ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೊನಗಳು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಆಗುತ್ತವೆಯಾ ? ಚಿತ್ರ ಬರೆದು ತೊರಿಸಿ.
5. ನಿಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ ಯಾವುದಾದರೂ ನಾಲ್ಕು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಕೊಡಿರಿ.

   ಉದಾ: ಸೈಕಲ್ ಚಕ್ರದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡುವ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ

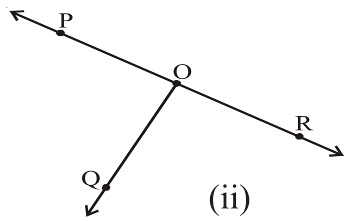
   (i) ____________________ (ii) ____________________

   (iii) ____________________ (iv) ____________________

4.1.3 ಸರಳಯುಗ್ಮ(Linear pair)



(i)



(ii)

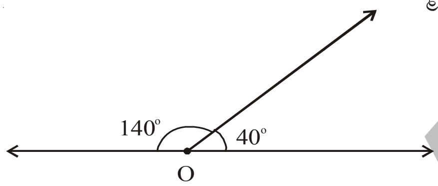
ಚಿತ್ರ (i) ರಲ್ಲಿ $\angle AOC$ ಮತ್ತು $\angle BOC$ ಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು. ಆ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ ಗೊತ್ತಾ? ಈ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸೇರಿ ಒಂದು ಸರಳ ಕೋನವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ (ii) ರಲ್ಲಿ $\angle POQ$, $\angle ROQ$ ಗಳು ಸರಳ ಕೋನವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತವೆ.

ಒಂದು ಜೊತೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಆದರೆ ಇದನ್ನು " **ಸರಳಯುಗ್ಮ**" ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

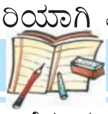
ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

40^0 ಮತ್ತು 140^0 ಎಂಬುವವು ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು. ಆ ಕೋನಗಳು "ಸರಳಯುಗ್ಮ" ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತವೆಯಾ? ಚಿತ್ರ ಎಳೆದು ಸರಿ ನೋಡಿರಿ.

ರೇಣು ಆ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಹೀಗೆ ಎಳೆದಿದ್ದಾಳೆ.

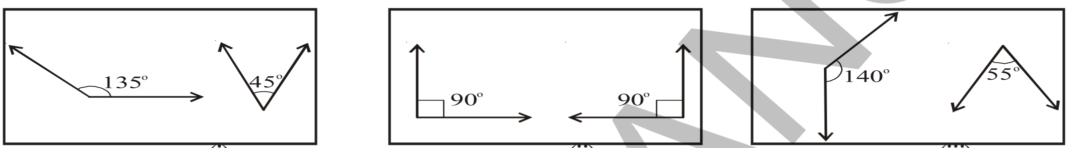


ಆಕೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಎಳೆದಿದ್ದಾಳಾ ? ಆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಸರಳಯುಗ್ಮ ವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತದೆಯಾ?



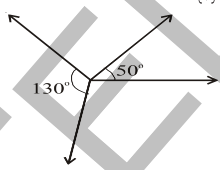
ಅಭ್ಯಾಸ –5

1. ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಪಾರ್ಶ್ವಕೊನಗಳಾಗಿ ಎಳೆಯಿರಿ. ಅವು ಸರಳಯುಗ್ಮವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತದೆಯಾ ಸರಿ ನೋಡಿರಿ.



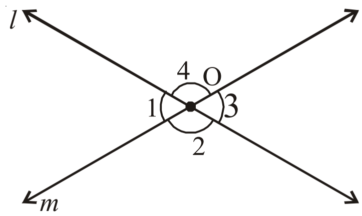
(i) (ii) (iii)

2. ನಿಹಾರಿಕ 130^0 ಮತ್ತು 50^0 ಎಂಬ ಎರಡು ಕೋನಗಳಿಂದ ಸರಳ ಯುಗ್ಮಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸ ಬಹುದೇನೋ ಸರಿ ನೋಡಬೇಕೆಂದು ಕೆಳಗಿನ ವಿಧದಲ್ಲಿ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿದಳು.



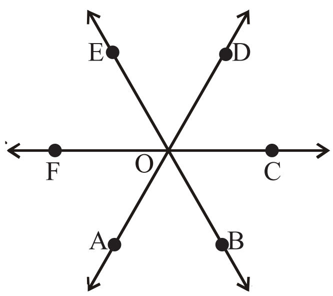
ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಆ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದಾ? ಹಾಗಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ನಿಹಾರಿಕ ಮಾಡಿದ ತಪ್ಪು ಏನು?

4.1.1 ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು



ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸಿಕೊಂಡಾಗ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿನ ಹತ್ತಿರ ಏರ್ಪಡುವ ಎದುರೆದುರು ಕೋನಗಳನ್ನು "ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ"

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'l' ಮತ್ತು 'm' ಎಂಬ ರೇಖೆಗಳು 'O' ಬಿಂದುವಿನ ಹತ್ತಿರ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಿವೆ. ಈ ಛೇದನದಿಂದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾಗಿವೆ ಯಲ್ಲವೆ? ಕೋನ $\angle 1$ ಎನ್ನುವುದು ಕೋನ $\angle 3$ ಕ್ಕೆ ಎದುರು ಕೋನ ಹಾಗೆಯೇ ಅಂತಹ ಮತ್ತೊಂದು ಜೊತೆ $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 4$. ಆದ್ದರಿಂದ $\angle 1, \angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 2, \angle 4$ ಗಳ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

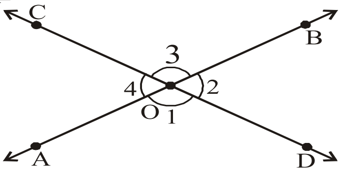


ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರ (i) ರಲ್ಲಿರುವ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆ ಬರೆಯಿರಿ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿರಿ

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ ಎಂಬ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು 'O' ಬಿಂದು ಬಳಿ ಛೇದಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಟ್ರೇಸಿಂಗ್ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನಕಲು ಮಾಡಿ. ನಕಲು ಮಾಡಿದ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಮೊದಲೆಳೆದ ಚಿತ್ರದ ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟು $\angle BOD$ ಯನ್ನು $\angle AOC$ ಮೇಲೆ ಏಕೀಭವಿಸುವಂತೆ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿರಿ. ನಂತರ $\angle AOD$ ಮತ್ತು $\angle BOC$ ಹಾಗೂ $\angle AOC$ ಮತ್ತು $\angle BOD$ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

ಹಾಗೆ $\angle AOD = \angle BOC$ ಮತ್ತು $\angle AOC = \angle BOD$ ಆಗುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ.

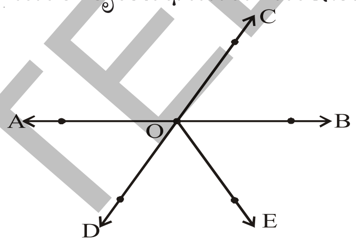


ಇದರಿಂದ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ ವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

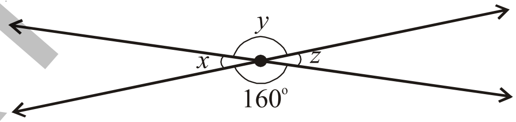
ಚಟುವಟಿಕೆ : ಎರಡು **'ಸ್ಟ್ರಾ'**ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದನ್ನು ಇಟ್ಟು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಗುಂಡು ಪಿನ್ನು ಚುಚ್ಚಿರಿ. ಎರಡು ಸ್ಟ್ರಾ ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಒಂದನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಏರ್ಪಡುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು

ಅಭ್ಯಾಸ –6

1. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಎರಡು ಜೊತೆ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



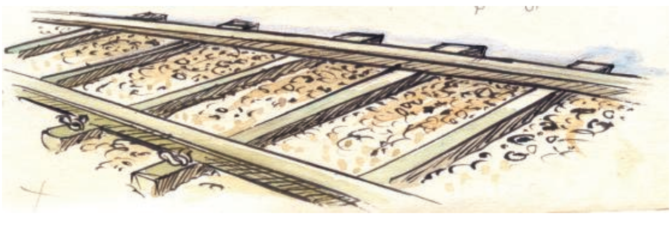
2. ಅಳೆಯದೇ x, y ಮತ್ತು z ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



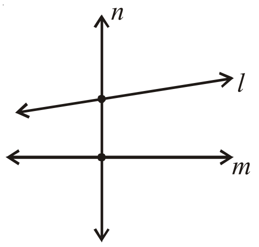
3. ನಿಮ್ಮ ಪರಿಸರ ಪ್ರಾಂತದಲ್ಲಿ ನೀವು ಗಮನಿಸಿರುವ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ.

4.2 ಛೇಧಕ ರೇಖೆ :

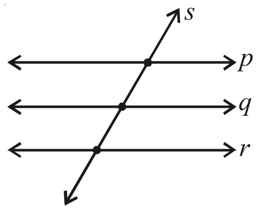
ಬಹುಶಾ ನೀವು ರೈಲು ಹಳಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರುತ್ತೀರಿ. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಛೇದಕರೇಖೆಗೆ ಉದಾಹರಣೆ ಯಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.



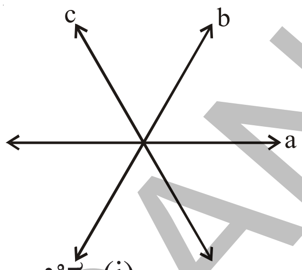
ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗೆ ಛೇದಕರೇಖೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.



ಚಿತ್ರ (i)



ಚಿತ್ರ (ii)



ಚಿತ್ರ(iii)

ಚಿತ್ರ (i) ರಲ್ಲಿ 'l', 'm' ಎಂಬ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು 'n' ರೇಖೆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 'l' ಮತ್ತು 'm' ರೇಖೆಗಳಿಗೆ 'n' ಛೇದಕ ರೇಖೆ.

ಚಿತ್ರ (ii) ರಲ್ಲಿ 'p', 'q' ಮತ್ತು 'r' ಎಂಬ ಮೂರು ರೇಖೆಗಳನ್ನು 's' ಎಂಬ ರೇಖೆ ಮೂರು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 'p', 'q' ಮತ್ತು 'r'ರೇಖೆಗಳಿಗೆ 's' ಛೇಧಕರೇಖೆ.

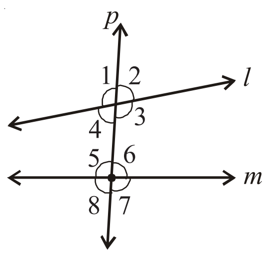
ಚಿತ್ರ(iii) ರಲ್ಲಿ 'a', 'b'ರೇಖೆಗಳನ್ನು 'c' ರೇಖೆ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ. 'a' ಮತ್ತು 'b' ರೇಖೆಗಳು ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲೇ 'c' ರೇಖೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ. ಈ ಮೂರು ರೇಖೆಗಳೂ ಛೇದಕ ರೇಖೆಗಳೇ, ಆದರೆ ಯವುದೇ ರೇಖೆ ಉಳಿದ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಛೇದಕ ರೇಖೆ ಅಲ್ಲ. ಕಾರಣವೇನಂದರೆ ಯಾವುದೇ ರೇಖೆ ಉಳಿದ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇಧಿಸದಿರುವದೇ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಛೇದಕರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

4.2.1 ಛೇದಕ ರೇಖೆಯಿಂದ ಏರ್ಪಡುವ ಕೋನಗಳು

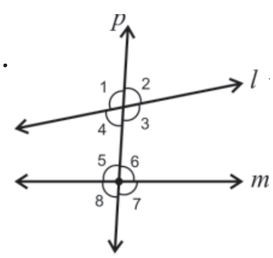
ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕ ರೇಖೆ ಛೇದಿಸಿದಾಗ 8 ಕೋನಗಳು ಏರ್ಪಡುತ್ತವೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಪ್ರತಿ ಛೇದನಗೆ 4 ಕೋನಗಳು ಏರ್ಪಡುವುದೇ ಪಕ್ಕ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



'l' ಮತ್ತು 'm' ಎಂಬ ರೇಖೆಗಳನ್ನು 'p' ಛೇದಕ ರೇಖೆ ಛೇದಿಸಿದಾಗ $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ ಮತ್ತು $\angle 8$ ಎಂಬ ಎಂಟು ಕೋನಗಳು ಏರ್ಪಟ್ಟಿವೆ.

$\angle 3, \angle 4, \angle 5$ ಮತ್ತು $\angle 6$ ಕೋನಗಳು 'l' ಮತ್ತು 'm' ರೇಖೆಯ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

$\angle 1, \angle 2, \angle 7$ ಮತ್ತು $\angle 8$ ಕೋನಗಳು 'l' ಮತ್ತು 'm'ರೇಖೆಯ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿವೆ. ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.



ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ :

$\angle 1, \angle 2, \angle 7$ ಮತ್ತು $\angle 8$ ಗಳು ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು.

$\angle 3, \angle 4, \angle 5$ ಮತ್ತು $\angle 6$ ಗಳು ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು.

ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ ಎಂದು ಸಹ ಗೊತ್ತು.

ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡುತ್ತಾ ರೇಣು $\angle 1 = \angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 2 = \angle 4$ ಎಂದು ಹೇಳಿದಳು.

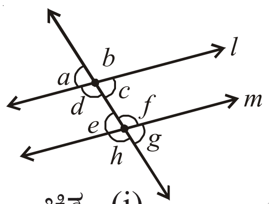
ಆದರೆ ಉಳಿದ ಎರಡು ಜೊತೆ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು?

ಆದರೆ ರೇಣು ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ “ ಪ್ರತಿ ಬಹಿರ್ ಕೋನವು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನವಾಗಿಯೂ,ಒಳ ಕೋನವಾಗಿಯೂ ಇರುವ ಕೋನದೊಂದಿಗೆ ಜೊತೆಗೂಡುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಜೊತೆಗಳಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ” ಈ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ರೇಣುವಿನ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವಿರೇ?

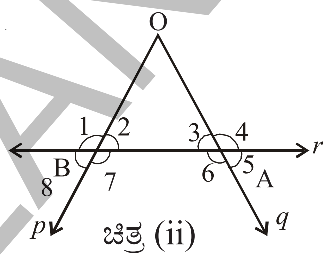
ಇವು ಮಾಡಿರಿ :

1. (i) ಮತ್ತು (ii) ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಕ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

ಹಾಗೇಯೇ ಬಾಹ್ಯ, ಅಂತರ ಕೋನಗಳನನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.



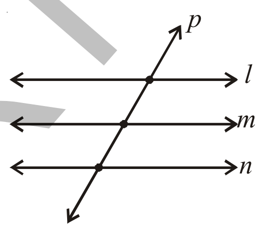
ಚಿತ್ರ (i)

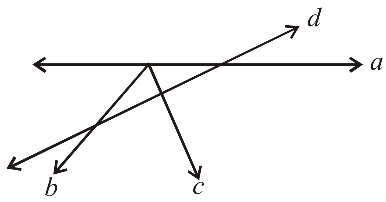


ಚಿತ್ರ (ii)

ಚಿತ್ರ	ಛೇದಕ ರೇಖೆ	ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು	ಅಂತರ ಕೋನಗಳು
(i)			
(ii)			

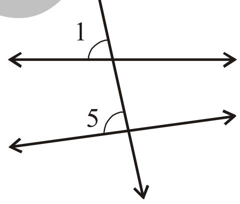
2. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಛೇದಕ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ. ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಹಾಗೆಯೇ ಅಂತರ, ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ.



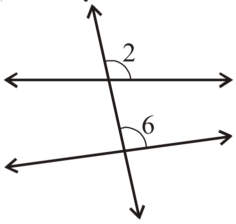


4.2.1 (ಎ) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು

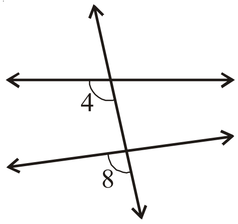
(i), (ii), (iii) ಮತ್ತು (iv) ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.



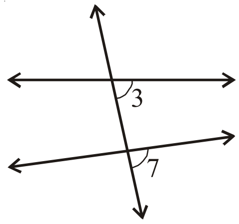
(i)



(ii)

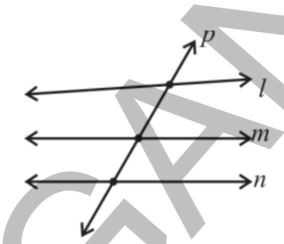


(iii)



(iv)

ಈ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ $(\angle 1, \angle 5), (\angle 2, \angle 6), (\angle 4, \angle 8), (\angle 3, \angle 7)$ ಈ ಜೊತೆಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವ ಸಾರೂಪ್ಯತೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ ? ಪ್ರತಿ ಜೊತೆ ಕೋನಗಳು, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳ ಹತ್ತಿರ ಏರ್ಪಟ್ಟು ಛೇದಕ ರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಕಡೆ ಇರುತ್ತಾ, ಒಂದು ಕೋನ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನವಾಗಿ ಮತ್ತೊಂದು ಅಂತರ್ ಕೋನವಾಗಿ ಇದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಜೊತೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

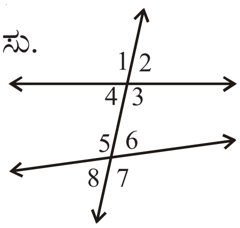


ಆದರೆ ಮೂರು ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಛೇದಕ ರೇಖೆ ಇದ್ದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳಾವುವು ? ಮತ್ತು ಬಾಹ್ಯ, ಅಂತರ ಕೋನಗಳೆಷ್ಟು?

ಒಂದು ಛೇದಕ ರೇಖೆಯಿಂದ 4, 5 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ?

ಅಂತರ, ಬಾಹ್ಯ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳನ್ನು ಊಹಿಸುವೆಯಾ?

4.2.1 (ಬಿ) ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು : ಅಂತರ್ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಬಾಹ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು



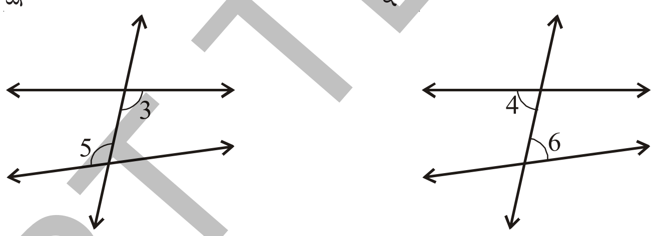
ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಿರುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸು.

(i) ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಕೋನಗಳು.

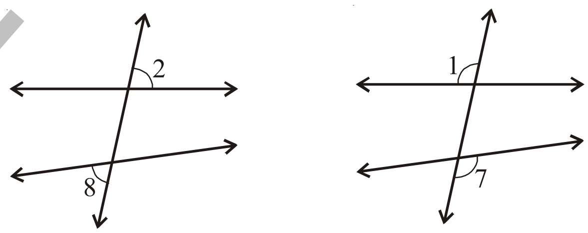
(ii) ಛೇದಕ ರೇಖೆಗೆ ಎರಡೂ ಕಡೆ ಇರುವ ಕೋನಗಳು

(iii) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳ ಅಂತರದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು(ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು)

ಮೇಲಿನ ಗುಣ ಲಕ್ಷಣಗಳಿರುವ ಕೋನದ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಅಂತರ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.



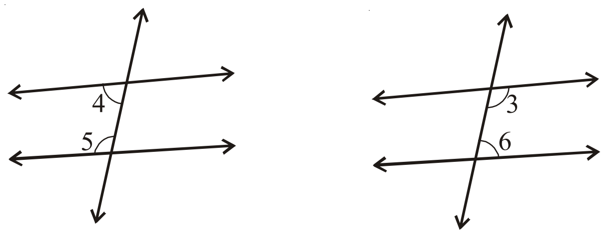
ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳಿಂದ $(\angle 3, \angle 5)$ ಮತ್ತು $(\angle 4, \angle 6)$ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಅಂತರ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಬಾಹ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.



ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳಿಂದ $(\angle 2, \angle 8)$ ಮತ್ತು $(\angle 1, \angle 7)$ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಬಾಹ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

4.2.1 (ಸಿ) ಛೇದನ ರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ ಕೋನಗಳು

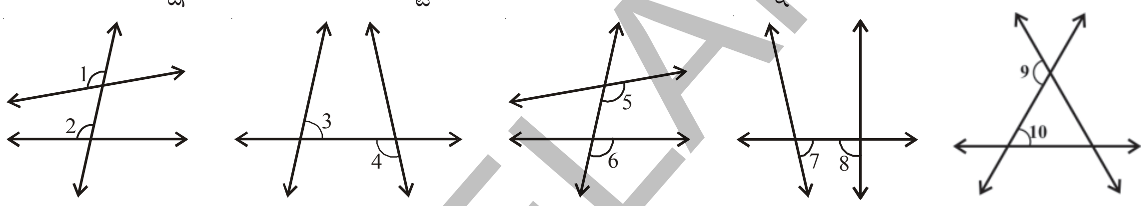
ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಛೇದನರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಕಡೆಗೆ ಸಹ ಇರಬಹುದು.



ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳಿಂದ ($\angle 4, \angle 5$) ಮತ್ತು ($\angle 3, \angle 6$) ಎಂಬುವವು ಛೇಧನ ರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ ಕೋನಗಳು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ

1. ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಿಂದ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



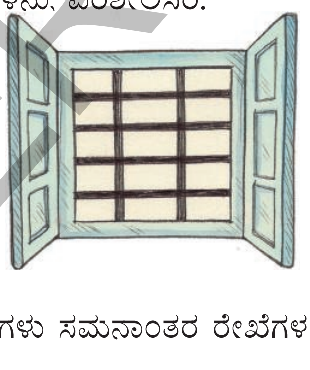
(i) (ii) (iii) (iv) (v)

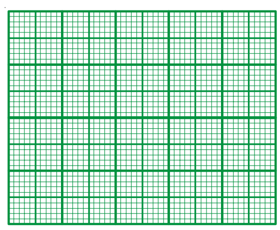
4.2.2 ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಮೇಲೆ ಛೇದನ ರೇಖೆ :

ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿದ್ದು ಅವುಗಳನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆಗೆ ಅನಂತದವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗಲೂ ಸಂಧಿಸದಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳೆನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಸಮನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.



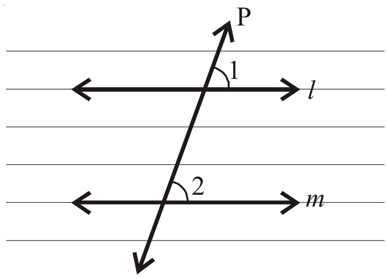


ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳು ಸಮನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ಛೇದಕರೇಖೆಗೆ ಉದಾಹರಣೆ.

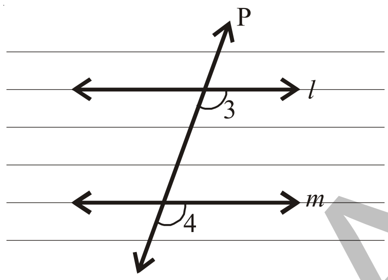
ಇವು ಮಾಡಿರಿ :

ಗೀರಿನ ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅವಗಳ ಮೇಲೆ 'l' ಮತ್ತು 'm' ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಅವುಗಳಿಗೆ 'p' ಛೇದನರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

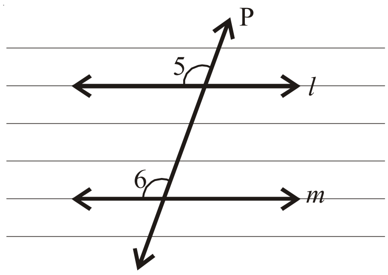
ಚಿತ್ರಗಳು (i), (ii), (iii) ಮತ್ತು (iv) ನಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.



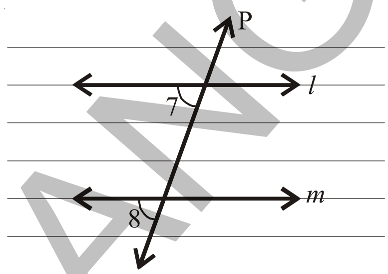
ಚಿತ್ರ (i)



ಚಿತ್ರ (ii)



ಚಿತ್ರ (iii)



ಚಿತ್ರ (iv)

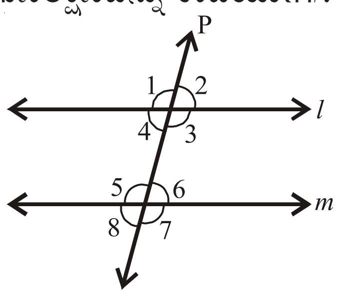
ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚಿತ್ರ (i) ಕ್ಕೆ ನಕಲುಮಾಡಿ.'p'ಯ ಮುಖಾಂತರ ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಜರಿಗಿಸುತ್ತಾ 'l', 'm' ಏಕೀಭವಿಸುವ ಹಾಗೆ ಮಾಡಿರಿ. ಟ್ರೇಸ್ ಪೇಪರ್ ಮೇಲಿರುವ $\angle 1$ ಅಸಲು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ $\angle 2$ ರ ಜೊತೆ ಏಕೀಭವಿಸುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle 1 = \angle 2$

ಹಾಗೆಯೇ ಉಳಿದ ಜೊತೆಗಳಲ್ಲಿನ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಹ ಸಮಾನವೇನಾ?ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ನಕಲು ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಸರಿನೋಡಿರಿ.

ಇದರಿಂದ **" ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋತೆಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ."**

ಸಮನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಸಮಾನತ್ವ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮತ್ತೊಂದು ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ.



ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'l' ಮತ್ತು 'm' ರೇಖೆಗಳಿಗೆ 'p'ಛೇದನರೇಖೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಎಲ್ಲಾ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ

$\angle 1 = \angle 5$

ಆದರೆ $\angle 1 = \angle 3$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

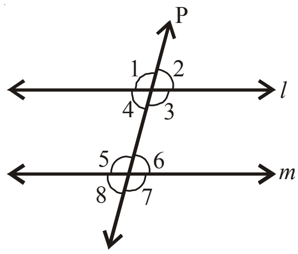
ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle 3 = \angle 5$

ಹಾಗೆಯೇ $\angle 4 = \angle 6$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬಹುದು.

ಇದರಿಂದ " ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕರೇಖೆ ಛೇದಿಸಿದರೆ ಏರ್ಪಡುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ."

ಬಾಹ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳಿಗೂ ಈ ಸಮಾನತ್ವ ಗುಣ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆಯಾ? ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಋಜು ಮಾಡಿ.

ಈಗ ಛೇದನ ರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಮತ್ತೊಂದು ಆಸಕ್ತಿಕರ ಅಂಶವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ !



ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'l' ಮತ್ತು 'm' ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ 'p' ಛೇದನ ರೇಖೆ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle 3 = \angle 5$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

ಆದರೆ $\angle 3 + \angle 4 = 180^0$ (ಏಕೆ?)

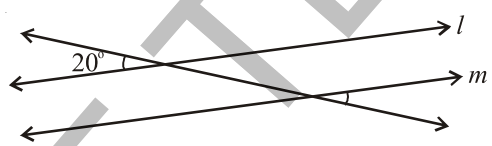
$\angle 4 + \angle 5 = 180^0$

ಹಾಗೆಯೇ $\angle 3 + \angle 6 = 180^0$

ಆದ್ದರಿಂದ " ಎರಡು ಸಮನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದರೆ, ಛೇದಕ ರೇಖೆಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ"

ಉದಾ 1 : ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'l' ಮತ್ತು 'm' ಗಳು ಸಮನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು 'p' ಒಂದು ಛೇದನರೇಖೆ ಆದರೆ 'x' ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :

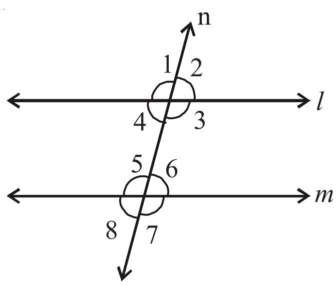


$l \parallel m$, ಮತ್ತು p ಛೇದನ ರೇಖೆ

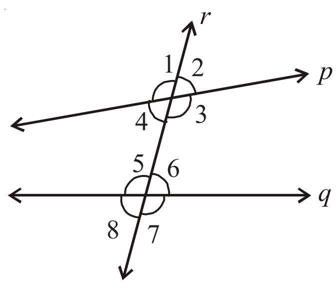
$\angle x$ ಮತ್ತು 20^0 ಬಾಹ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು. ಆದರೆ ಅವು ಸಮಾನ

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle x = 20^0$.

ಇವು ಮಾಡಿರಿ:



ಚಿತ್ರ (i)



ಚಿತ್ರ (ii)

(i) , (ii) ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಿಮ್ಮ ನೋಟು ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನಕಲು ಮಾಡಿರಿ. ಕೋನಮಾಪಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ತುಂಬಿರಿ.

ಪಟ್ಟಿ 1 ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯನ್ನು ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಚಿತ್ರ	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆ			
	ಮೊದಲ ಜೊತೆ	ಎರಡನೆ ಜೊತೆ	ಮೂರನೆ ಜೊತೆ	ನಾಲ್ಕನೆ ಜೊತೆ
(i)	$\angle 1$=	$\angle 2$ = ...	$\angle 3$ = ...	$\angle 4$ = ...
	$\angle 5$ = ...	$\angle 6$ = ...	$\angle 7$ = ...	$\angle 8$ = ...
(ii)	$\angle 1$ = ...	$\angle 2$ = ...	$\angle 3$ = ...	$\angle 4$ = ...
	$\angle 5$ = ...	$\angle 6$ = ...	$\angle 7$ = ...	$\angle 8$ = ...

ಯಾವ ಜೊತೆಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ?

ಆದ್ದರಿಂದ '*l*' ಮತ್ತು '*m*' ರೇಖೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ?

ಹಾಗೆಯೇ '*p*' ಮತ್ತು '*q*' ರೇಖೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ ?

ಯಾವ ರೇಖೆಗಳ ಜೊತೆಗಳು ಸಮಾಂತರಗಳು?

ಆದ್ದರಿಂದ " ಒಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಛೇದಕ ರೇಖೆಯು ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದರೆ. ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಮನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ"

ಪಟ್ಟಿ 2 : ನೀವು ಅಳೆದ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ಈ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ತುಂಬಿರಿ.

ಚಿತ್ರ	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆ	
	ಮೊದಲ ಜೊತೆ	ಎರಡನೆ ಜೊತೆ
(i)	$\angle 3$ = ... $\angle 5$ = ...	$\angle 4$ = ... $\angle 6$ = ...
(ii)	$\angle 3$ = ... $\angle 5$ = ...	$\angle 4$ = ... $\angle 6$ = ...

ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ? ಆದ್ದರಿಂದ '*l*' ಮತ್ತು '*m*' ರೇಖೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಿ ?

'*p*' ಮತ್ತು '*q*' ರೇಖೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಿ ?

ಆದ್ದರಿಂದ " ಒಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಛೇದಕ ರೇಖೆಯು ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದರೆ, ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಮನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ"

ಪಟ್ಟಿ 3 : ಛೇದನರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಚಿತ್ರ	ಛೇದನ ರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರಕೋನಗಳು			
	ಮೊದಲ ಜೊತೆ		ಎರಡನೆ ಜೊತೆ	
(i)	$\angle 3=$ .... $\angle 6=$	$\angle 3+\angle 6$	$\angle 4=$ .... $\angle 5=$	$\angle 4+\angle 5=$ ....
(ii)	$\angle 3=$ .... $\angle 6=$	$\angle 3+\angle 6$	$\angle 4=$ .... $\angle 5=$	$\angle 4+\angle 5=$ ....

ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಛೇದನರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳು ? ಅಂದರೆ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0

'l' ಮತ್ತು 'm' ರೇಖೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿಯ?

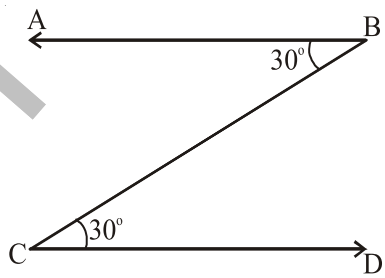
'p' ಮತ್ತು 'q' ರೇಖೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಿ ?

ಆದ್ದರಿಂದ " ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾದರೆ, ಒಂದು ಛೇದನ ರೇಖೆಯು ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದರೆ, ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಮನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಾಗುತ್ತವೆ."

ಉದಾ 2 : ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು 30^0 ಯಂತೆ ಗುರ್ತಿಸಿದೆ. ಆದರೆ ,

AB , $\overline{CD}$ ಗೆ ಸಮನಾಂತರವಾಗಿದೆಯಾ $AB \parallel CD$?

ಪರಿಹಾರ :



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ BC ಛೇದಕರೇಖೆಯಿಂದ ಒಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಏರ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $AB \parallel CD$.

ಅಭ್ಯಾಸ –7

1. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ :

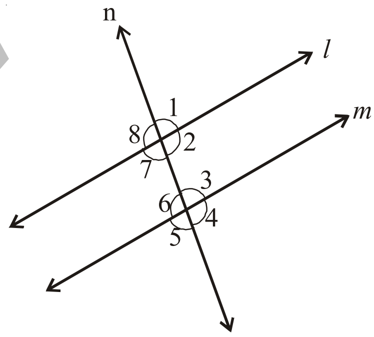
(i) ಒಂದು ರೇಖೆ, ಎರಡು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ ಆ ರೇಖೆಯನ್ನು __________ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

(ii) ಒಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಆ ರೇಖೆಗಳು______________

(iii) ಛೇದಕ ರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾದರೆ ಆ ರೇಖೆಗಳು ____________

(iv) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿ ಕೊಂಡರೆ ಆ ರೇಖೆಗಳ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ______________.

2. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'l' ಮತ್ತು 'm' ರೇಖೆಗಳು ಸಮನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು 'n' ಅವುಗಳ ಛೇದಕ ರೇಖೆ. ಆದರೆ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ



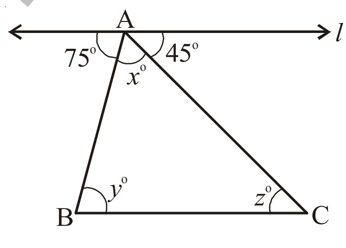
(i) $\angle 1 = 80^0$ ಆದರೆ $\angle 2 =$ ______________

ii) $\angle 3 = 45^0$ ಆದರೆ $\angle 7 =$ ______________

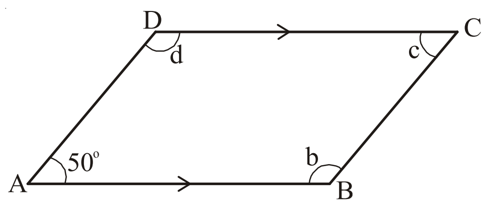
(iii) $\angle 2 = 90^0$ ಆದರೆ $\angle 8 =$ ______________

(iv) $\angle 4 = 100^0$ ಆದರೆ $\angle 8 =$ ______________

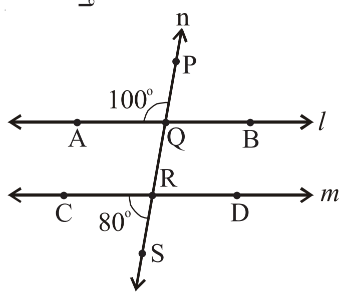
3. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $l \parallel BC$ ಆದರೆ x,y , z ಕೋನಗಳ ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



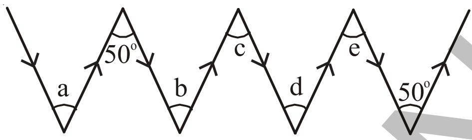
4. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ $AB \parallel DC$ ಮತ್ತು $AD \parallel BC$. ಆದರೆ $\angle b$, $\angle c$ ಮತ್ತು $\angle d$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



5. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ‘l’ ಮತ್ತು ‘m’ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ‘n’ಛೇದನ ರೇಖೆ ಆದರೆ $l \parallel m$ ಆಗುತ್ತದೆಯಾ?



6. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d$ ಮತ್ತು $\angle e$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ?ಕಾರಣ ತಿಳಿಸಿರಿ.



ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

1. (i) ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 90^{O} ಆದರೆ ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

   (ii) ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿ ಕೋನವು ಲಘು ಕೋನವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

2. (i) ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^{O},ಆದರೆ ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

   (ii) ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿ ಕೋನವು ಲಘುಕೋನ ಅಥವಾ ಲಂಬಕೋನ ಅಥವಾ ವಿಶಾಲ ಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತದೆ.

3. ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು ಇದ್ದು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವಿಗೆ ಎರಡೂ ಕಡೆ ಇರುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

4. ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಲಿ, ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಲೀ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳಾಗ ಬೇಕಿಲ್ಲ.

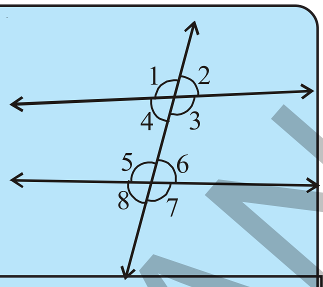
5. ಒಂದು ಜೊತೆ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸರಳಯುಗ್ಮ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

6. (i) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸಿ ಕೊಂಡಾಗ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿನ ಹತ್ತಿರ ಏರ್ಪಡುವ ಎದುರೆದುರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖಕೊನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

   (ii) ಶೃಂಗಾಭಿ ಮುಖ ಕೋನಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮಾನ.

7. (i) ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಗೆ ಛೇದಕ ರೇಖೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

(ii) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದನ ರೇಖೆ ಛೇದಿಸಿದಾಗ 8 ಕೋನಗಳು ಏರ್ಪಡುತ್ತವೆ.



ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ	ಕೋನಗಳ ವಿಧಗಳು	ಜೊತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಕೋನಗಳು
1.	ಅಂತರ ಕೋನಗಳು	—-	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
2.	ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು	—-	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
3.	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖಕೋನಗಳು	4 ಜೊತೆ	$(\angle 1, \angle 3)$; $(\angle 4, \angle 2)$; $(\angle 5, \angle 7)$; $(\angle 8, \angle 6)$
4.	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು	4 ಜೊತೆ	$(\angle 1, \angle 5)$; $(\angle 2, \angle 6)$; $(\angle 4, \angle 8)$; $(\angle 3, \angle 7)$
5.	ಅಂತರ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು	2 ಜೊತೆ	$(\angle 3, \angle 5)$; $(\angle 4, \angle 6)$
6.	ಬಾಹ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು	2 ಜೊತೆ	$(\angle 1, \angle 7)$; $(\angle 2, \angle 8)$
7.	ಛೇದನ ರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು	2 ಜೊತೆ	$(\angle 3, \angle 6)$; $(\angle 4, \angle 5)$

8. ಎರಡು ಸಮನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇಧನರೇಖೆ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಏರ್ಪಡುವ :

(i) ಪ್ರತಿ ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ

(ii) ಪ್ರತಿ ಜೊತೆ ಅಂತರ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ

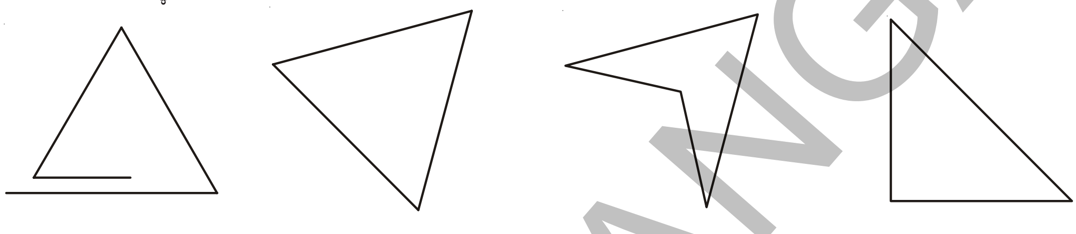
(iii) ಪ್ರತಿ ಜೊತೆ ಬಾಹ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ

(iv) ಛೇದನ ರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ(ಒಳ) ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳು – ಗುಣ ಲಕ್ಷಣಗಳು   5

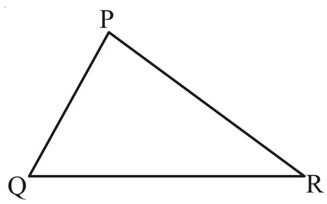
5.0 ಪರಿಚಯ

ನೀವು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕೆಳಗಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ. ಇವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಈ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಮೊದಲು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ನಮ್ಮ ಅವಗಾಹನೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ



(i) (ii) (iii) (iv)

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಚಿತ್ರಗಳು ಮಾತ್ರವೇ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಹೌದಾ ! ಇದರಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಚಿತ್ರಗಳು ಮಾತ್ರವೇ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಆಗುತ್ತಿವೆ ನಿನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತರೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸು. ಮೂರು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು.



ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜ ΔPQR ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಇದರಲ್ಲಿ

(i) ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಇವೆ. ಅವು $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RP}$

(ii) ಮೂರು ಕೋನಗಳಿವೆ. ಅವು $\angle PQR$, $\angle QRP$, $\angle RPQ$

(iii) ಮೂರು ಶೃಂಗಗಳಿವೆ. ಅವು P, Q, R

ಈ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಶೃಂಗ P ಗೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು $\overline{QR}$. ಮತ್ತೆ ಶೃಂಗಗಳು Q, R ಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಇರುವ ಬಾಹುಗಳು ಯಾವುವೋ ಹೇಳ ಬಲ್ಲಿರಾ? ಇದೇ ತ್ರೀಭುಜದಲ್ಲಿ $\angle QPR$ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಇರುವ ಬಾಹು $\overline{QR}$. ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ $\angle PQR$ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು ಯಾವುದೋ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

ಉಮ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವು ಮೂರು ಏಕರೇಖಾಗತ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ. ನೀವು ಉಮಳೊಂದಿಗೆ ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತೀರಾ? ಏಕೆ ?

ಸೂಚನೆ : ಮೂರು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಇದ್ದರೆ, ಅಂತಹ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಏಕರೇಖಾಗತ ಬಿಂದುಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಗಮನಿಸಿ : LM = LM ರೇಖಾಖಂಡದ ಉದ್ದ $\overline{LM}$ = ರೇಖಾಖಂಡ LM

$\overrightarrow{LM}$ = ಕಿರಣ LM ; $\overleftrightarrow{LM}$ = ಸರಳರೇಖೆ LM

5.1 ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಧಗಳು

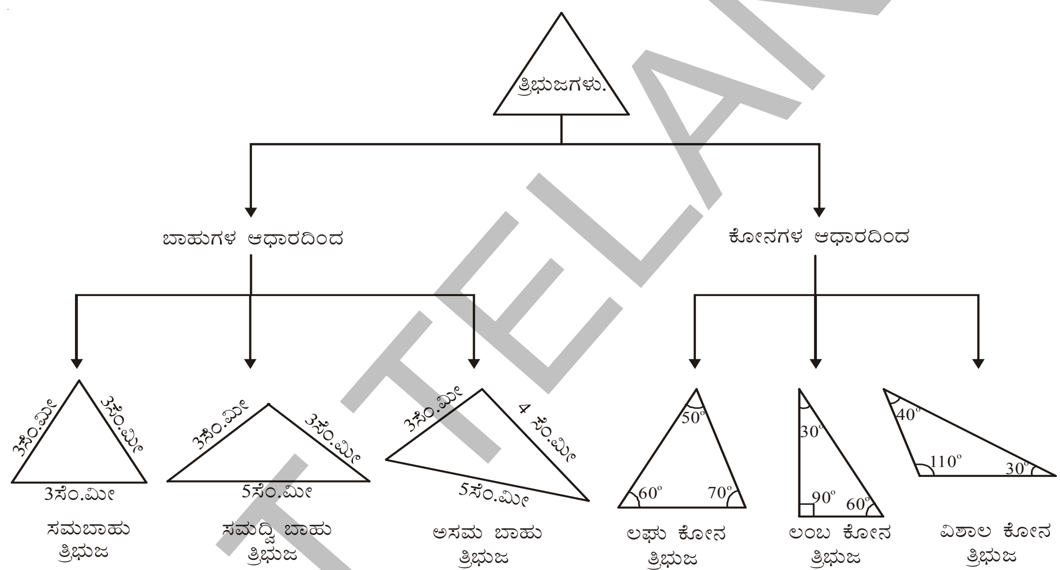
ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ವಿಂಗಡಿಸುವರು.

ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ ತ್ರೀಭುಜಗಳನ್ನು ಮೂರು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು.

- ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು "ಸಮ ಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ"ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮಾತ್ರವೇ ಸಮವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು "ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ " ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಯಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು "ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವೆನ್ನುತ್ತಾರೆ.

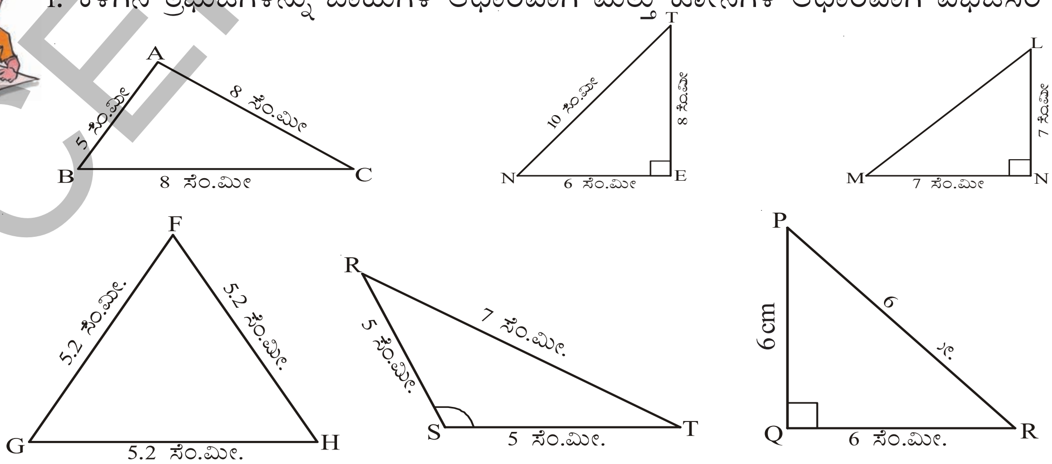
ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಕೋನಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಮೂರು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು.

- ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಲಘು ಕೋನಗಳಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು "ಲಘು ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಒಂದು ಕೋನವು ವಿಶಾಲ ಕೋನವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು"ವಿಶಾಲ ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಒಂದು ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು "ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.



ಇವು ಮಾಡಿರಿ :

1. ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಬಾಹುಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿರಿ

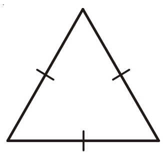
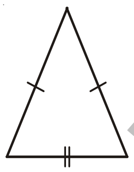
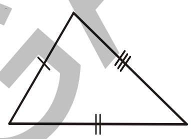
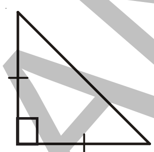
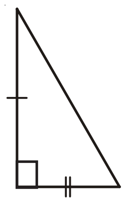
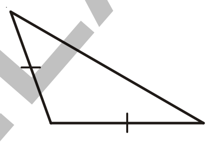
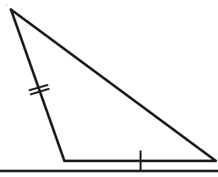


2. ΔABC ಯ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು, ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

3. ΔPQR ನಲ್ಲಿ ಶೃಂಗ Q ಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಇರುವ ಬಾಹು ಯಾವುದು?

4. ΔLMN ನಲ್ಲಿ $\overline{LM}$ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಇರುವ ಕೋನ ಯಾವುದು ?

5. ΔRST ನಲ್ಲಿ $\overline{RT}$ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಇರುವ ಶೃಂಗ ಯಾವುದು?

	ಸಮಬಾಹು	ಸಮದ್ವಿಬಾಹು	ಅಸಮಬಾಹು
ಲಘು ಕೋನ			
ಲಂಬ ಕೋನ			
ವಿಶಾಲ ಕೋನ			

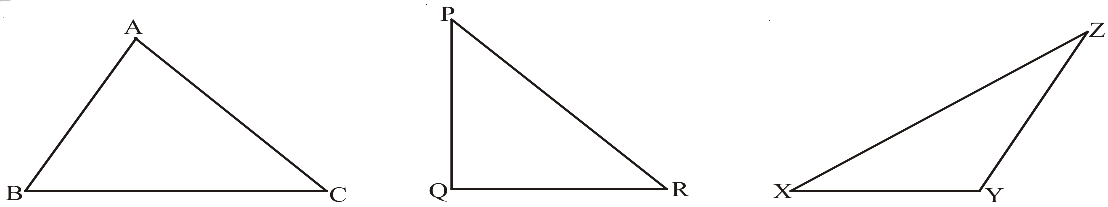
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. ಪೇಪರಿನಿಂದ ಮೇಲೆ ಚರ್ಚಿಸಿದ ವಿವಿಧ ವಿಧಗಳ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ. ನಿನ್ನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ನಿನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತನ ತ್ರಿಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿರಿ ?
2. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಲಂಬಕೋನಗಳು ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ರಶ್ಮಿ ಎನ್ನುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ. ರಶ್ಮಿಯೊಂದಿಗೆ ನೀವು ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತೀರಾ ? ಏಕೆ ?
3. ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಲಘು ಕೋನಗಳು ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಕಮಲ್ ಎನ್ನುತ್ತಿದ್ದಾನೆ ? ಕಮಲ್‌ನೊಂದಿಗೆ ನೀನು ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತೀಯಾ? ಏಕೆ?

5.2 ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯ ವಿರುವ ಸಂಬಂಧ :

5.2.1 ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಮೊತ್ತ

ಕೆಳಗೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೆ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ΔABC, ΔPQR ಮತ್ತು ΔXYZ ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ

ತ್ರಿಭುಜ	ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ	ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಮೊತ್ತ	ಇದು ನಿಜವೇನಾ?	ಹೌದು/ಅಲ್ಲ
ΔABC	$\overline{AB} =$	$\overline{AB} + \overline{BC} =$	$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{CA}$	
	$\overline{BC} =$	$\overline{BC} + \overline{CA} =$	$\overline{BC} + \overline{CA} > \overline{AB}$	
	$\overline{CA} =$	$\overline{CA} + \overline{AB} =$	$\overline{CA} + \overline{AB} > \overline{BC}$	
ΔPQR	$\overline{PQ} =$	$\overline{PQ} + \overline{QR} =$	$\overline{PQ} + \overline{QR} > \overline{RP}$	
	$\overline{QR} =$	$\overline{QR} + \overline{RP} =$	$\overline{QR} + \overline{RP} > \overline{PQ}$	
	$\overline{RP} =$	$\overline{RP} + \overline{PQ} =$	$\overline{RP} + \overline{PQ} > \overline{QR}$	
ΔXYZ	$\overline{XY} =$	$\overline{XY} + \overline{YZ} =$	$\overline{XY} + \overline{YZ} > \overline{ZX}$	
	$\overline{YZ} =$	$\overline{YZ} + \overline{ZX} =$	$\overline{YZ} + \overline{ZX} > \overline{XY}$	
	$\overline{ZX}$	$\overline{ZX} + \overline{XY} =$	$\overline{ZX} + \overline{XY} > \overline{YZ}$	

ಮೇಲಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಮೊತ್ತ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸ ಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{CA}$

$\overline{BC} + \overline{CA} > \overline{AB}$

$\overline{CA} + \overline{AB} > \overline{BC}$

5.2.2 ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ

ತ್ರಿಭುಜ	ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ	ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ	ಇದು ನಿಜವೇನಾ?	ಹೌದು/ಅಲ್ಲ
ΔABC	AB =	BC–CA =	BC – AB < AC	
	BC =	CA–AB =	CA – AB < BC	
	CA=	AB–BC =	AB – BC < CA	
ΔPQR	PQ =	QR–RP =	QR – RP < PQ	
	QR =	RP–PQ =	RP – PQ < QR	
	RP =	PQ–QR =	PQ – QR < RP	

ΔXYZ	$XY=$ $YZ=$ $ZX=$	$YZ-ZX=$ $ZX-XY=$ $XY-YZ=$	$YZ-ZX<XY$ $ZX-XY<YZ$ $XY-YZ<ZX$	

ಮೇಲಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಅಂದರೆ

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AB-BC<CA$; $BC-AB<CA$

$BC-CA<AB$; $CA-BC<AB$

$CA-AB<BC$; $AB-CA<BC$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು 6 ಸೆಂ.ಮೀ. ಮತ್ತು 9 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆದರೆ ಮೂರನೆ ಬಾಹು ಅಳತೆಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಉದಾ 1 : ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು 6 ಸೆಂ.ಮೀ, 8 ಸೆಂ.ಮೀ ಗಳ ಅಳತೆಯಿಂದ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಲುಸಾಧ್ಯವೇ?

ಪರಿಹಾರ : ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಗಳು $AB = 6$ ಸೆಂ.ಮೀ.

$BC = 5$ ಸೆಂ.ಮೀ.

$CA = 8$ ಸೆಂ.ಮೀ.

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ $AB+BC = 6+5 = 11 > 8$

$BC+CA = 5+8 = 13 > 6$

$CA+AB = 8+6 = 14 > 5$

ಇಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು, ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯ.

ಅಭ್ಯಾಸ –1

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇನಾ? ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ಏರ್ಪಟ್ಟಿದ್ದರೆ ಸರಿಯಾದ ಕಾರಣವನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ.

(i) 3 ಸೆಂ.ಮೀ 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 5 ಸೆಂ.ಮೀ

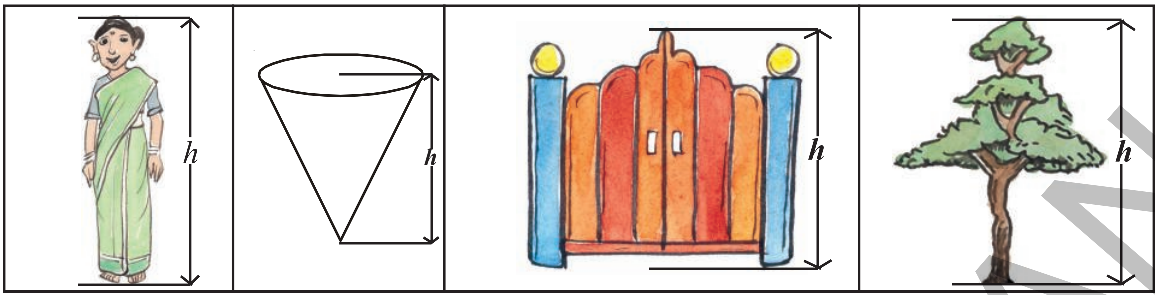
(ii) 6 ಸೆಂ.ಮೀ, 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 6 ಸೆಂ.ಮೀ

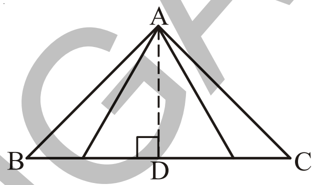
(iii) 4 ಸೆಂ.ಮೀ 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 8 ಸೆಂ.ಮೀ

(iv) 3 ಸೆಂ.ಮೀ 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 7 ಸೆಂ.ಮೀ.

5.3 ತ್ರಿಭುಜ –ಎತ್ತರಗಳು

ನಿಮ್ಮ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಸಂಧರ್ಭಗಳ 'ಎತ್ತರ' ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾ ಇರುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳ ಎತ್ತರವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವೆ.

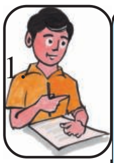




ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ವಿಧವಾಗಿ ಚಿತ್ರದ ಮೇಲ್ಭಾಗದಿಂದ ತಳದವರೆಗೂ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಹಾಗೆ ಇದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ.

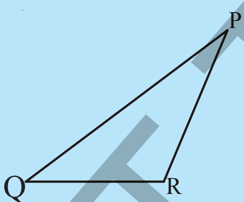
ಕೊಟ್ಟ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ ಶೃಂಗ A ನಿಂದ ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು $\overline{BC}$ ಗೆ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಎತ್ತರ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ವಿಧವಾಗಿ A ನಿಂದ $\overline{BC}$ ಗೆ ಅನೇಕ ದೂರಗಳನ್ನು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಾಗಿ ನಾವು ಊಹಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಎತ್ತರವನ್ನು ಯಾವ ರೇಖಾಖಂಡ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ?

ΔABC ಯಲ್ಲಿ A ನಿಂದ $\overline{BC}$ ಎಳೆದ ಲಂಬರೇಖೆಯನ್ನೇ ಎತ್ತರ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $\overline{AD}$ ಎತ್ತರ ಆಗುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಧವಾದ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆಯ ಬಹುದು.

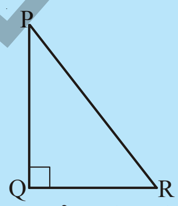


ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

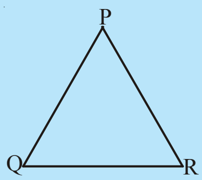
(i) ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ P ನಿಂದ $\overline{QR}$ ಗೆ ಅದೇವಿಧವಾಗಿ ಉಳಿದ ಎರಡು ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. (ಅವಸರವಾದರೆ ಮುಮ್ಮೂಲೆಮಟ್ಟಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ)



ವಿಶಾಲ ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ



ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ

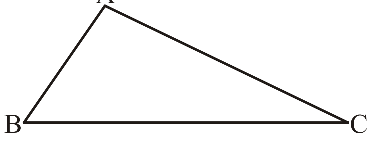


ಲಘು ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ

(ii) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರ ಯಾವಗಲೂ ಅದರ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆಯೇ?

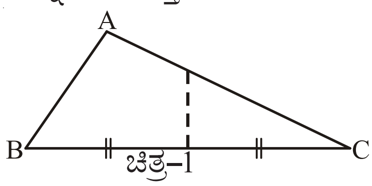
(iii) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಎತ್ತರಗಳು ಅದರ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆಯಾ, ಊಹಿಸುವೆಯಾ?

5.4 ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು:

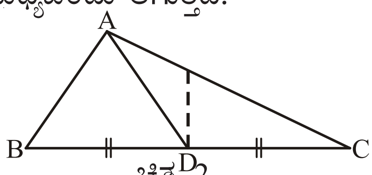


ಒಂದು ಪೇಪರಿನ ಮೇಲೆ ΔABC ಎಳೆದು ಕತ್ತರಿಸಿ.ಈಗ ತ್ರಿಭುಜದ B, C ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದಿಟ್ಟು ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಮಡಚಿರಿ.ಈ ಮಡಚಿರುವುದನ್ನಿ ಚಿತ್ರ–1 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸದ ಹಾಗೆ

$\overline{BC}$ ಬಾಹುವನ್ನು ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.ಛೇದನಬಿಂದು $\overline{BC}$ ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆಗುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ–1

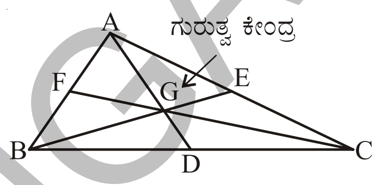


ಚಿತ್ರ–2

ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು D ಯಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಿ A D ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿರಿ. ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ A,C ನಲ್ಲಿ ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ, ಹಾಗೆಯೇ A,B ನಲ್ಲಿ ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಮಡಚಿ AC, AB ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ E,F ಗಳಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಿ, BE, CF ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿರಿ.

$\overline{AD}$, $\overline{BE}$ ಮತ್ತು $\overline{CF}$ ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಶೃಂಗಗಳು A, B, C ಯಿಂದ ಅವುಗಳ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು. ಇವುಗಳನ್ನೇ ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯ ರೇಖೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಅವು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ವಿಧವಾಗಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಹತ್ತಿರ ಛೇದಿಸಿ ಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಈ ಛೇದನ ಬಿಂದುವನ್ನೇ "ಗುರುತ್ವ ಕೇಂದ್ರ (G)" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.



"ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಶೃಂಗ ದಿಂದ ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಳೆದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನೇ ಮಧ್ಯರೇಖೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ."ಈ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳ ಏಕೀಭವಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನೇಗುರುತ್ವ ಕೇಂದ್ರ (G) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

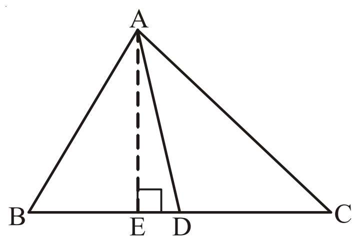
ಲಂಬಕೋನ ಮತ್ತು ವಿಶಾಲ ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಪೇಪರಿನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ವಿಧವಾಗಿ ಅವುಗಳ ಗುರುತ್ವ ಕೇಂದ್ರಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ -2

1. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರ ΔABC ಯಲ್ಲಿ, $\overline{BC}$ ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು 'D' ಆದರೆ

   (i) $\overline{AD}$ ಯನ್ನು ________________ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ

   (ii) $\overline{AE}$ ಯನ್ನು ________________ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ



2. ಯಾವ ವಿಧದ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅದರ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳೇ ಅದರ ಎತ್ತರಗಳಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ.
3. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆ ಯಾವಾಗಲೂ ಆ ತ್ರಿಭುಜದ ಅಂತರದಲ್ಲೇ ಇರುತ್ತದೆಯಾ?
4. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎತ್ತರ ಯಾವಗಲೂ ಆ ತ್ರಿಭುಜದ ಅಂತರದಲ್ಲೇ ಇರುತ್ತದೆಯಾ?
5. (i) ΔXYZ ನಲ್ಲಿ Y ಶೃಂಗಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು ಯಾವುದು?

   (ii) ΔPQR ನಲ್ಲಿ ಬಾಹು $\overline{PQ}$ ಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಇರುವ ಕೋನಯಾವುದು ?

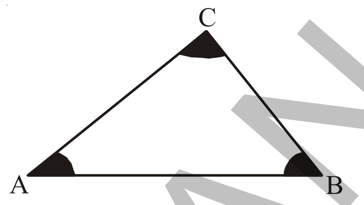
   (iii) ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\overline{AC}$ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಇರುವ ಶೃಂಗ ಯಾವುದು ?

5.5 ತ್ರಿಭುಜದ ಗುಣ ಲಕ್ಷಣಗಳು

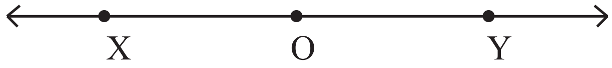
5.5.1 ತ್ರಿಭುಜ -ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ

ಕೆಳಗಿನ ನಾಲ್ಕು ಕೃತ್ಯಗಳಿಂದ ತ್ರಿಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿಯೋಣ

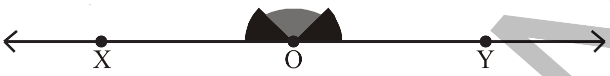
ಕೃತ್ಯ 1 :



1. ಒಂದು ಬಿಳಿ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಎಳೆದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅದರ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿರಿ
2. ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ ಕೋನ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಯಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ.
3. ಬೇರೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ XY ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಮೇಲೆ 'O' ಬಿಂದು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.



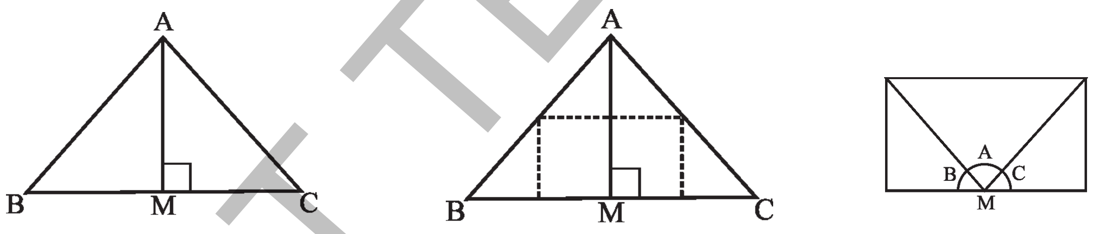
4. ಕತ್ತರಿಸಿದ ಮೂರು ಕೋನೀಯ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಶೃಂಗ 'O' ಹತ್ತಿರ ಸೇರುವ ವಿಧವಾಗಿ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಅಂಟಿಸಿರಿ.



ಈಗೆ ಅಂಟಿಸಿದಾಗ ಆ ಮೂರೂ ಕೋನಗಳು ಸೇರಿ ಒಂದು ಸರಳ ಕೋನವಾಗಿ ಏರ್ಪಟ್ಟಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^o.

ಕೃತ್ಯ 2 :

ಒಂದು ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದರಿಂದ ΔABC ಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿರಿ. ABC ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಅಂದರೆ ಶೃಂಗಗಳು A,B,C, M ಹತ್ತಿರ ಸೇರುವ ಹಾಗೆ ಮಡಚಿರಿ. (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ)

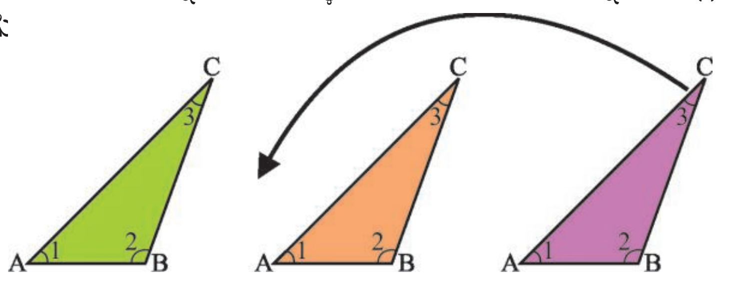


(i) (ii) (iii)

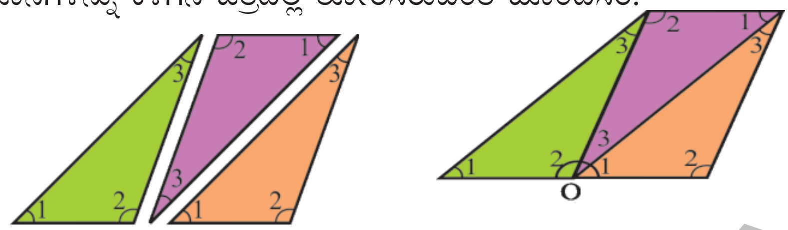
ಈಗ ಮೂರು ಶೃಂಗ A,B ,C ಗಳು M ಬಳಿ ಸೇರುವ ಹಾಗೆ ಮಡಿಚಿದಾಗ ಮೂರು ಕೋನಗಳು A, B , C ಗಳು ಸೇರಿ ಒಂದು ಸರಳ ಕೋನವಾಗಿ ಏರ್ಪಟ್ಟಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^o$.

ಕೃತ್ಯ–3

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಮೂರು ನಮೂನೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಅವುಗಳ ಕೋನಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 1,2,ಮತ್ತು 3 ಗಳಾಗಿ ಗು



ಈ ಮೂರು ನಮೂನೆಗಳನ್ನು ಕಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಹೊಂದಿಸಿರಿ.



ಬಿಂದು 'O' ಬಳಿ ಇರುವ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ ?

ಈ ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಸೇರಿ ಒಂದು ಸರಳ ಕೋನವಾಗಿ ಏರ್ಪಟ್ಟಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°.

ಕೃತ್ಯ –4

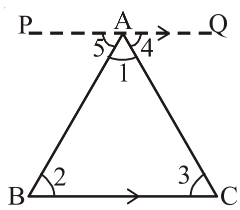
ನಿನ್ನ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ΔABC, ΔPQR , ΔXYZ ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೋನ ಮಾಪಕಗಳಿಂದ ಅಳೆದು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.

ತ್ರಿಭುಜ	ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು	ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ
ΔABC	$\angle A$ =....., $\angle B$ =....., $\angle C$ =.....,	$\angle A + \angle B + \angle C =$
ΔPQR	$\angle P$ =....., $\angle Q$ =....., $\angle R$ =.....,	$\angle P + \angle Q + \angle R =$
ΔXYZ	$\angle X$ =....., $\angle Y$ =....., $\angle Z$ =.....,	$\angle X + \angle Y + \angle Z =$

ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವಾಗ ಸಣ್ಣ ದೋಷಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣನೆಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳದೇ, ಆ ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಮೊತ್ತವನ್ನು 180° ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಇದರಿಂದ " ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಗೆ ಸಮ" ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸುವುದು.



ಹೇಳಿಕೆ : ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°

ದತ್ತ : ABC ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ

ಸಾಧನೀಯ : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

ರಚನೆ : A ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ $BC \parallel \overleftrightarrow{PQ}$ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ :

ಕೋನಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಅಂಕೆಗಳಿಂದ ಗುರ್ತಿಸಿ

$\angle 2 = \angle 5$ (ಅಂತರ್‌ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\angle 3 = \angle 4$ (ಅಂತರ್‌ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\angle 2 + \angle 3 = \angle 5 + \angle 4$ (ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕೂಡಿರಿ)

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 5 + \angle 4$ (ಎರಡು ಕಡೆ $\angle 1$ ನ್ನು ಕೂಡಿ)

$\angle 1 + \angle 5 + \angle 4 = 180^\circ$ (ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಸರಳ ಕೋನ)

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

ಅಂದರೆ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°.

ಉದಾ 1: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle A = 30^\circ$ ಮತ್ತು $\angle B = 45^\circ$, ಆದರೆ $\angle C$ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳಮೊತ್ತ 180°)

$30^\circ + 45^\circ + \angle C = 180^\circ$

$75^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\angle C = 180^\circ - 75^\circ$

$\therefore \angle C = 105^\circ$

ಉದಾ 2: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle A = 3\angle B$ ಮತ್ತು $\angle C = 2\angle B$. ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ ?

ಪರಿಹಾರ : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°)

$3\angle B + \angle B + 2\angle B = 180^\circ$ $[\angle A = 3\angle B,\ \angle C = 2\angle B]$

$6\angle B = 180^\circ$

$\angle B = 30^\circ$

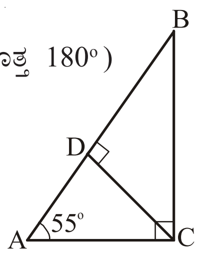
ಮತ್ತು $\angle A = 3\angle B = 3 \times 30^\circ = 90^\circ$

$\angle C = 2\angle B = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

ಉದಾ 3: ΔABC ಯಲ್ಲಿ C ಬಳಿ ಲಂಬಕೋನ ವಿದೆ. $CD \perp AB$ ಮತ್ತು $\angle A = 55^\circ$

ಆದರೆ (i) $\angle ACD$ (ii) $\angle BCD$ (iii) $\angle ABC$ ಗಳನ್ನುಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: (i) ΔACD,



$\angle CAD + \angle ADC + \angle ACD = 180^\circ$ (ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°)

$55^\circ + 90^\circ + \angle ACD = 180^\circ$

$145^\circ + \angle ACD = 180^\circ$

$\angle ACD = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$

$\therefore \angle ACD = 35^\circ$

(ii) ΔABC ಯಲ್ಲಿ

$\angle ACB = 90^\circ$

$\angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$ (ಚಿತ್ರದಿಂದ $\angle ACB = \angle ACD + \angle BCD$)

$35^\circ + \angle BCD = 90^\circ$ ((i) ರಿಂದ $\angle ACD = 35^\circ$)

$\angle BCD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

(iii) ΔABC ಯಲ್ಲಿ

$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$ (ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°)

$\angle ABC + 90^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ (ದತ್ತಾಂಶದಿಂದ)

$\angle ABC + 145^\circ = 180^\circ$

$\angle ABC = 180^\circ - 145^\circ$

ಎಂದರೆ $\angle ABC = 35^\circ$

ಉದಾ 4 : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳು 2:3:4 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಆದರೆ ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಕೋನಗಳ ಅನುಪಾತ $= 2:3:4$

ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $= 2 + 3 + 4 = 9$

ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 180^\circ$

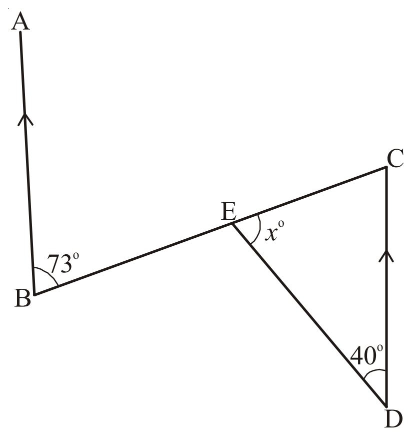
ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊದಲ ಕೋನ $= \frac{2}{9} \times 180^\circ = 40^\circ$

ಎರಡನೆ ಕೋನ $= \frac{3}{9} \times 180^\circ = 60^\circ$

ಮೂರನೆ ಕೋನ $= \frac{4}{9} \times 180^\circ = 80^\circ$

ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು $= 40^\circ, 60^\circ$ ಮತ್ತು 80°.

ಉದಾ 5 : ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಕೋನ **'x'** ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ : $\angle ECD = \angle ABC = 73^\circ$

($AB || CD$ ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಎರಡೂ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

ΔECD ಯಲ್ಲಿ

$\angle CED + \angle EDC + \angle DCE = 180^\circ$

$x^\circ + 40^\circ + 73^\circ = 180^\circ$

$x^\circ + 113^\circ = 180^\circ$

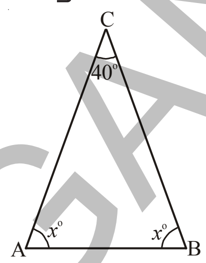
$x^\circ = 180^\circ - 113^\circ$

$x^\circ = 67^\circ$

ಉದಾ 6 : ΔABC ಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನವು 60^o ಮತ್ತು ಉಳಿದೆರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ. ಆದರೆ ಉಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ?

ಪರಿಹಾರ : $\angle C = 40^o$ ಮತ್ತು $\angle A = \angle B = x^o$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^o)



$x^o + x^o + 40^o = 180^o$

$2x^o + 40^o = 180^o$

$2x = 180^o - 40^o$

$2x = 140^o$

$x^o = 70^o$

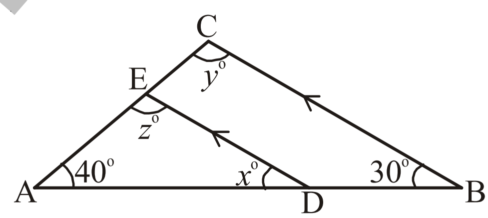
ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡೂ ಸಮಾನ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಕೋನವು 70^o

ಉದಾ 7 : ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABC ಯಲ್ಲಿ D, E ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB, AC ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು $DE \parallel BC$. $\angle B = 30^o$ ಮತ್ತು $\angle A = 40^o$ ಆದರೆ (i) x (ii) y (iii) z ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : (i) $\angle ADE = \angle ABC$ ($DE \parallel BC$ ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಎರಡು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

ಆದ್ದರಿಂದ, $x^o = 30^o$

(ii) ΔABCಯಲ್ಲಿ,



(ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ)

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$

$40^o + 30^o + y^o = 180^o$

$70^o + y^o = 180^o$

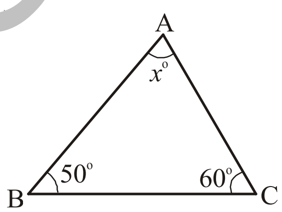
$\therefore y^o = 180^o - 70^o = 110^o$

(iii) $y^o = z^o = 110^o$

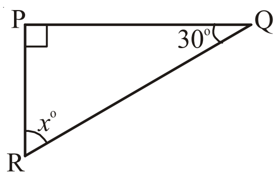
($DE \parallel BC$ ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಎರಡು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

ಅಭ್ಯಾಸ –3

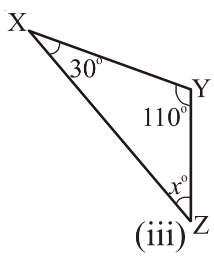
1. ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ 'x' ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



(i)

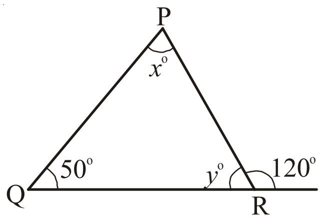


(ii)

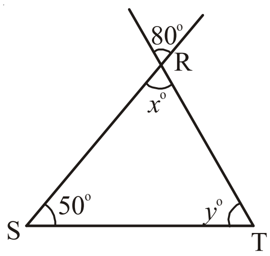


(iii)

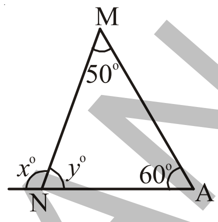
2. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ 'x' , 'y' ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



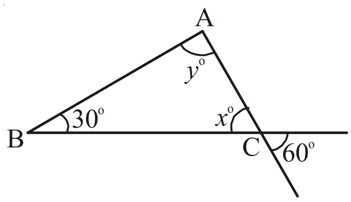
(i)



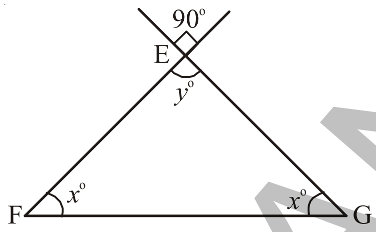
(ii)



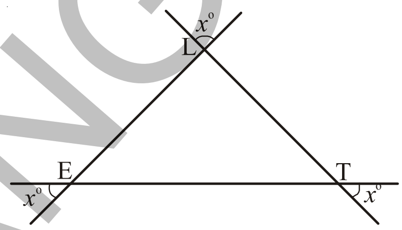
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

3. ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಎರಡು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಮೂರನೇ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 38^o, 102^o (ii) 116^o, 30^o (iii) 40^o, 80^o

4. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಲಘುಕೋನ 30^0, ಆದರೆ ಎರಡನೆ ಲಘು ಕೋನ ಎಷ್ಟು ?

5. ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸತ್ಯವೋ, ಅಸತ್ಯವೋ ತಿಳಿಸಿರಿ.

(i) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನಗಳು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.

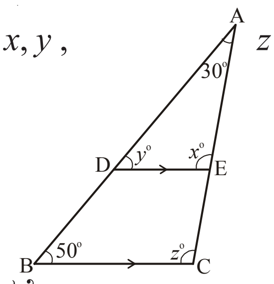
(ii) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಎರಡು ಲಘು ಕೋನಗಳು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.

(iii) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಎರಡು ವಿಶಾಲ ಕೋನಗಳು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.

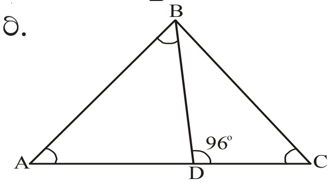
(iv) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಪ್ರತೀ ಕೋನವು 60^o ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಇರಬಹುದು.

6. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಅನುಪಾತ $1 : 2 : 3$ ಆದರೆ ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\angle A = 30^o$, $\angle B = 50^o$. ಆದರೆ x, y, z ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



8. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle ABD = 3\ \angle DAB$ ಮತ್ತು $\angle BDC = 96^o$. ಆದರೆ $\angle ABD$ ಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

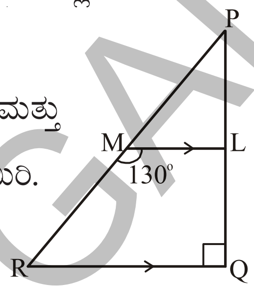


9. ΔPQR ನಲ್ಲಿ $\angle P = 2\angle Q$ ಮತ್ತು $2\angle R = 3\angle Q$, ಆದರೆ ΔPQR ನಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

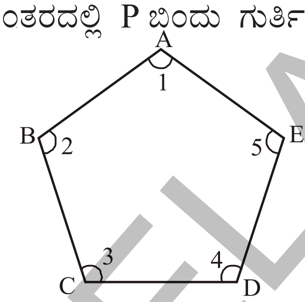
10. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳ ಅನುಪಾತ $1 : 4 : 5$ ಆದರೆ ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಲಘು ಕೋನಗಳು 2:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಆದರೆ ಆ ಎರಡು ಲಘು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

12. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔPQR ನಲ್ಲಿ Q ಬಳಿ ಲಂಬಕೋನ ಇದೆ. $\overline{ML} \parallel \overline{RQ}$ ಮತ್ತು $\angle LMR = 130^{\circ}$ ಆದರೆ $\angle LPM$, $\angle PML$ ಮತ್ತು $\angle PRQ$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



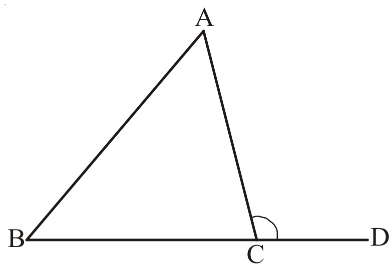
13. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCDE ಯಲ್ಲಿ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಸೂಚನೆ : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅಂತರದಲ್ಲಿ P ಬಿಂದು ಗುರ್ತಿಸಿ, ಎಲ್ಲಾ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು 'P' ಯೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ)



5.5.2 ತ್ರಿಭುಜ – ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು

ΔABC ತ್ರಿಭುಜದ ಚಿತ್ರ ಎಳೆದು (1) ನಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ $\overline{BC}$ ಬಾಹುವನ್ನು Dವರೆಗೂ ವೃದ್ಧಿಸಿ. ಈ ಸಮಯದಲ್ಲಿ $\angle ACD$ ಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಇದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯದಲ್ಲಿ ಇದೆ ಆದ್ದರಿಂದ C ಬಳಿ ತ್ರಿಭುಜದ " ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಚಿತ್ರ (1) ರಿಂದ $\angle ACD$ ಗೆ $\angle ACB$ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನವೆಂದು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಈ ಕೋನವು ಅಲ್ಲದೆ ΔABC ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಉಳಿದೆರಡು ಕೋನಗಳು, ಅಂದರೆ $\angle A$ ಅಥವಾ $\angle BAC$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಅಥವಾ $\angle CBA$ ಗಳನ್ನು $\angle ACD$ ಯ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಈಗ A,B ಕೋನಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಚಿತ್ರ (2)ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ವಿಧದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು 'C' ಬಳಿ ಒಂದರ ಪಕ್ಕ ಒಂದನ್ನು ಇಡಿರಿ.

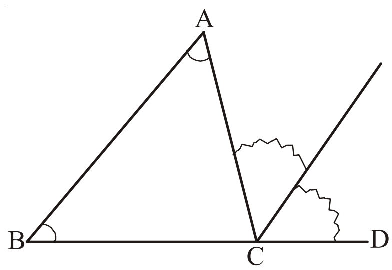


ಚಿತ್ರ (1)

ಈ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸೇರಿ $\angle ACD$ ಕೋನದೊಂದಿಗೆ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆಯಾ?

ಅಂದರೆ $\angle ACD = \angle A + \angle B$ ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲೆಯಾ ?

ಈ ಕೃತ್ಯದಿಂದ 'ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಬಹಿರ್ ಕೋನವು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ " ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ (2)

ಇವು ಮಾಡಿರಿ

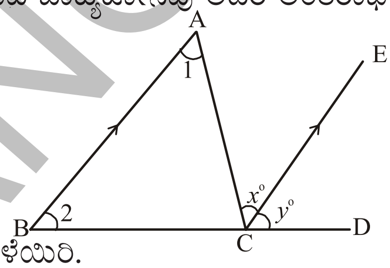
ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದಕ್ಕೆ 'C' ಬಳಿ $\angle ACD$ ಬಾಹ್ಯಕೋನವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಿ. ಕೋನಮಾಪಕ ಸಹಾಯದಿಂದ $\angle ACD$, $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಅಳತೆ ಮಾಡಿ.

ಈಗ $\angle A + \angle B$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು $\angle ACD$ ಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ.

$\angle ACD$ ಮತ್ತು $\angle A + \angle B$ ಸಮಾನವೇನಾ ?

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು ಅದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಎಂದು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಸಾಧಿಸಬಹುದು.

ಹೇಳಿಕೆ : ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು ಅದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.



ದತ್ತಾಂಶ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ACD$ ಬಾಹ್ಯಕೋನ

ಸಾಧನೀಯ : $\angle ACD = \angle A + \angle B$

ರಚನೆ : C ನಿಂದ $\overline{BA}$ ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ $\overline{CE}$ ಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ :

$\angle 1 = \angle x$ $\overline{BA} \| \overline{CE}$, $\overline{AC}$ ಛೇದನ ರೇಖೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಇವು ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\angle 2 = \angle y$ $\overline{BA} \| \overline{CE}$ ಮತ್ತು $\overline{BD}$ ಛೇದನ ರೇಖೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಇವು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

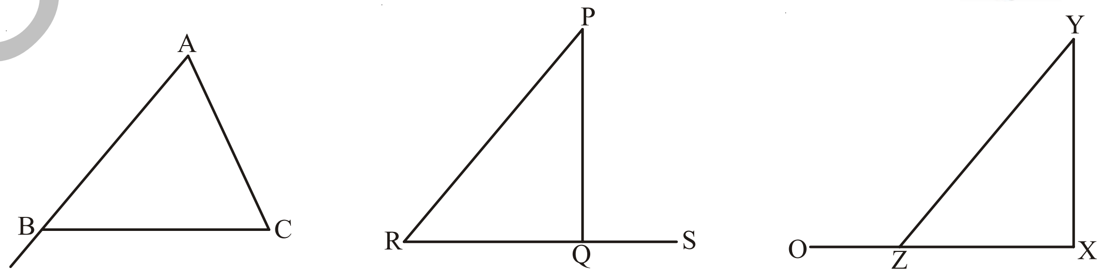
$\angle 1 + \angle 2 = \angle x + \angle y$

$\angle ACD = \angle 1 + \angle 2$ (ಚಿತ್ರದಿಂದ $\angle x + \angle y = \angle ACD$)

ಅಂದರೆ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಅದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

ಇವು ಮಾಡಿರಿ :

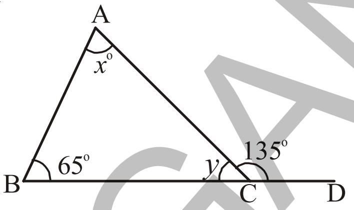
ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳ ನಕಲು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನವು ಅದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗುತ್ತದೆಯೋ ಸರಿ ನೋಡಿರಿ.



ಉದಾಹರಣೆ 8 : ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ x, y. ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

(ಬಾಹ್ಯಕೋನವು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನ)



$135^\circ = 65^\circ + x^\circ$

$135^\circ - 65^\circ = x^\circ$

ಆದ್ದರಿಂದ, $x^\circ = 70^\circ$

ಮತ್ತು $\angle ABC + \angle BAC + \angle BCA = 180^\circ$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)

$65^\circ + 70^\circ + y^\circ = 180^\circ$

$135^\circ + y^\circ = 180^\circ$

$y^\circ = 180^\circ - 135^\circ$

ಆದ್ದರಿಂದ $y^\circ = 45^\circ$

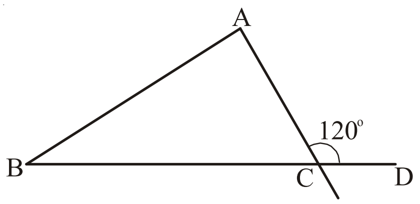
ಉದಾ 9 : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯಕೋನ 120^0 ಅದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು 1:5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ?

ಪರಿಹಾರ : $\angle ACD = 120^\circ$

$\angle ACD = \angle A + \angle B$

$\angle A + \angle B = 120^\circ$

$\angle B : \angle A = 1 : 5$



$\angle B = \frac{1}{6} \times 120^\circ = 20^\circ$

$\angle A = \frac{5}{6} \times 120^\circ = 100^\circ$

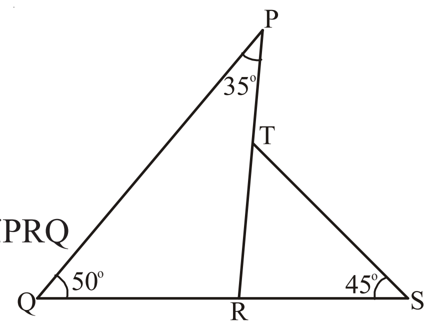
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)

$100^\circ + 20^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\therefore \angle C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

ಉದಾ 10 : ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ

(i) $\angle PRS$ (ii) $\angle PTS$ (iii) $\angle STR$ (iv) $\angle PRQ$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ : (i) ΔPQR ನಲ್ಲಿ, $\angle PRS$ ಬಾಹ್ಯಕೋನ

$\angle RQP$ ಮತ್ತು $\angle QPR$ ಗಳ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು.

$\therefore \angle PRS = \angle RQP + \angle QPR$ (ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ)

$\angle PRS = 50^o + 35^o = 85^o$

(ii) ΔRST ಯಲ್ಲಿ $\angle PTS$ ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಮತ್ತು $\angle SRT$, $\angle RST$ ಗಳು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು.

$\therefore \angle PTS = \angle SRT + \angle RST$

$\angle PTS = 85^o + 45^o \quad (\angle SRT = \angle PRS = 85^o)$

$\angle PTS = 130^o$

(iii) ΔRST ಯಲ್ಲಿ

$\angle STR + \angle RST + \angle SRT = 180^o$

$\angle STR + 45^o + 85^o = 180^o$

$\angle STR + 130^o = 180^o$

$\angle STR = 180^o - 130^o = 50^o$

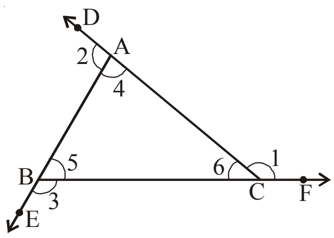
(iv) $\angle PRQ + \angle PRS = 180^o$ (ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು)

$\angle PRQ + 85^o = 180^o$

$\angle PRQ = 180^o - 85^o$

$\angle PRQ = 95^o$

ಉದಾ 11 : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ΔABC ಯ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360^o ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಪರಿಹಾರ : $\angle 2 + \angle 4 = 180^o$ (ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು)

$\angle 3 + \angle 5 = 180^o$ (ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು)

$\angle 6 + \angle 1 = 180^o$ (ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು)

ಮೇಲಿನವುಗಳನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡಿದಾಗ

$\angle 2 + \angle 4 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 1 = 180^o + 180^o + 180^o$

$(\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^o$

ಆದರೆ $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^o$ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು.

(ತ್ರಿಭಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಒಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)

ಆದರೆ $180^\circ + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ$

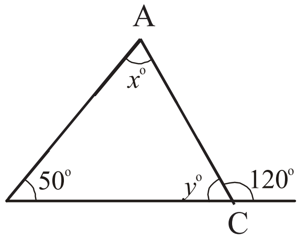
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ$$

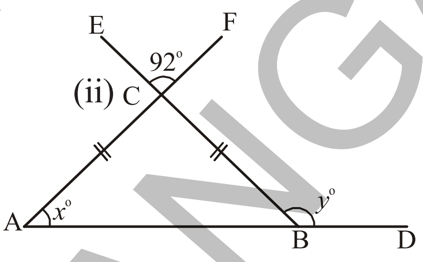
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$$

$\therefore$ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಬ್ಾಹ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 360^\circ$.

ಉದಾ 12 : ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿರುವ 'x' ಮತ್ತು 'y' ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

(i)





ಪರಿಹಾರ: (i) $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ ಅದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ)

$$x^\circ + 50^\circ = 120^\circ$$

$$x^\circ = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ$$

$\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$ (ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು)

$$y^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

(ii) $\angle ACB = \angle ECF = 92^\circ$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

$\angle CAB = \angle CBA$ (ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಎದುರಾಗಿರುವ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ)

ΔABC ಯಲ್ಲಿ, $\angle BAC + \angle CBA + \angle ACB = 180^\circ$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)

$$x^\circ + x^\circ + 92^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$$

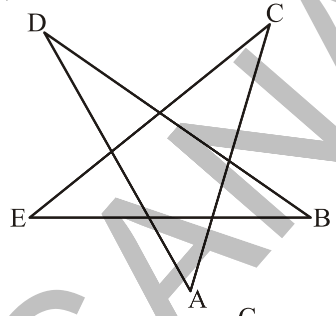
$$x^\circ = \frac{88}{2} = 44^\circ$$

$\angle ABC + y^\circ = 180^\circ$ (ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು)

$$y^\circ = 180^\circ - x^\circ$$

$$y^\circ = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$$

ಉದಾ 13 : ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ ?



ಪರಿಹಾರ : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ವಿಧವಾಗಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

ΔGHC ಯಲ್ಲಿ, $\angle 3 + \angle 6 + \angle 7 = 180^o$ ....(1)

ΔEHB ಯಲ್ಲಿ, $\angle 6 = \angle 5 + \angle 2$ ....(2)

ΔAGDಯಲ್ಲಿ, $\angle 7 = \angle 1 + \angle 4$ ....(3)

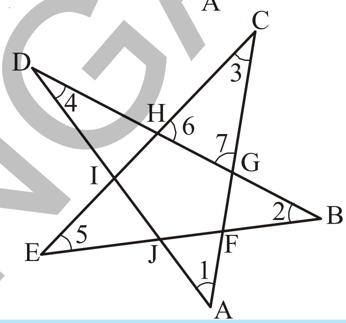
(ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ)

(2) ಮತ್ತು (3)ಗಳನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$\Rightarrow \quad \angle 3 + \angle 5 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 4 = 180^o$

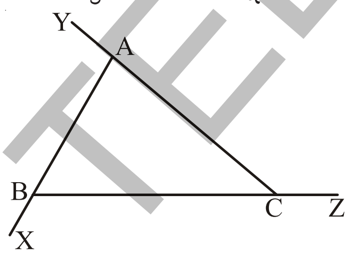
$\Rightarrow \quad \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^o$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^o$

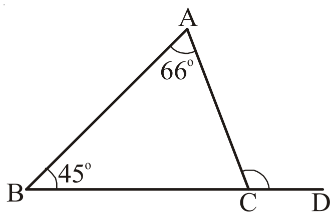


ಅಭ್ಯಾಸ –4

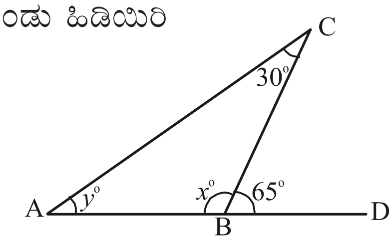
1. ΔABC ಯ ಅಂತರ, ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿರಿ.



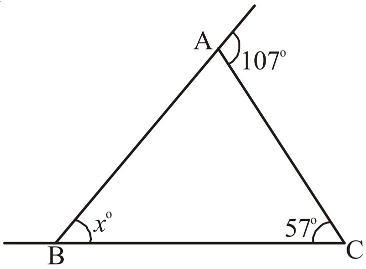
2. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ACD$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

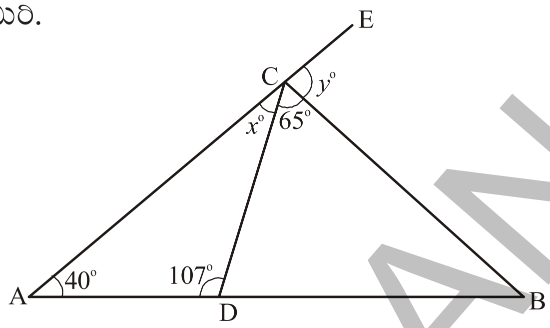


3. x , y ಕೋನಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

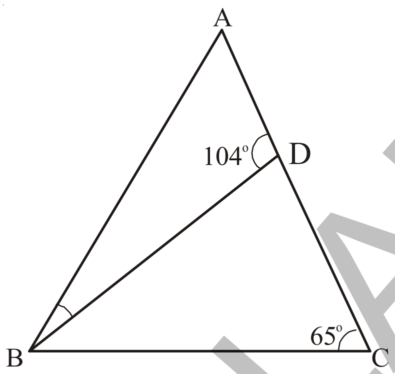


4. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ x, y ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

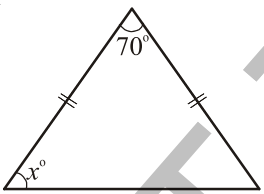




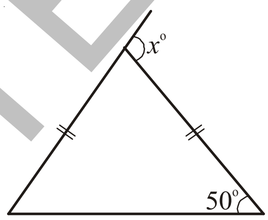
5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle BAD = 3\angle DBA$, ಆದರೆ $\angle CDB$, $\angle DBC$ ಮತ್ತು $\angle ABC$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



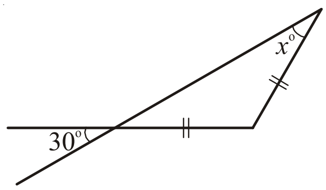
6. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ x, y ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



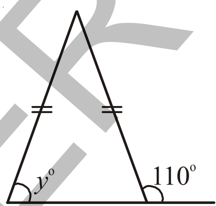
(i)



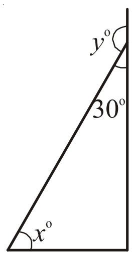
(ii)



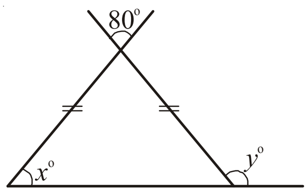
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

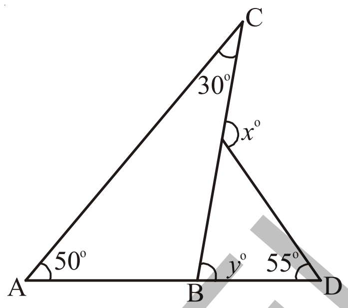
7. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಬಾಹ್ಯಕೋನ 125° ಮತ್ತು ಇದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಅನುಪಾತ 2:3 ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ΔPQR ನಲ್ಲಿ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು $\angle PRS = 105^\circ$ ಮತ್ತು $\angle Q = 70^\circ$, ಆದರೆ $\angle P$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ? $\angle PRS > \angle P$ ಆಗುತ್ತದೆಯಾ?

9. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ 130° ಮತ್ತು ಇದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನ 60^0 ಆದರೆ ಎರಡನೆ ಕೋನ ವೆಷ್ಟು ?

10. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಬಾಹ್ಯಕೋನ 105° ಮತ್ತು ಅದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಅನುಪಾತ 2:5 ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'x' ಮತ್ತು 'y' ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು :

1 (i) ಯಾವುದೇ ಮೂರು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ಸಮತಲಾ ಕೃತಿಯನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

(ii) ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳು 3 ವಿಧಗಳು.

- ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಯಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅಸಮ ಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ವೆನ್ನುತ್ತಾರೆ.

(iii) ಕೋನಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು 3 ವಿಧಗಳು.

- ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಲಘು ಕೋನಗಳಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಲಘು ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಒಂದು ಕೋನ ವಿಶಾಲಕೋನ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ವಿಶಾಲ ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ

- ಒಂದು ಕೋನ ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ

2. ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು, ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಸೇರಿ ತ್ರಿಭುಜದ 6 ಅಂಶಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

3. ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯವಿರುವ ಸಂಭಂಧ:

   (i) ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು.

   (ii) ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ.

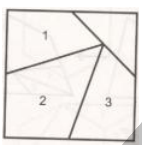
4. ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೃಂಗದಿಂದ ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಳೆದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಮಧ್ಯರೇಖೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಮೂರು ಮಧ್ಯ ರೇಖೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

5. ತ್ರಿಭಜದಲ್ಲಿನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೃಂಗದಿಂದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬನ್ನು ಎತ್ತರ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇಂತಹ ಮೂರು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಬಹುದು.

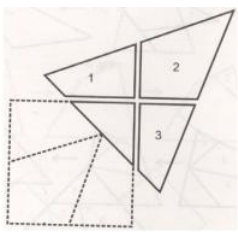
6. ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0

7. ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ವೃದ್ದಿಸಿದಾಗ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಅದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಆಕಾರಗಳಿಂದ ವಿನೋದ:



ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ತುಂಡನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಬಾಹು ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
ಆ ಚೌಕವನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿ, ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಪುನಃ ಜೋಡಿಸಿರಿ.



ಅನುಪಾತ –ಉಪಯೋಗಗಳು

6

6.0 ಪೀಠಿಕೆ :

ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತ ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಕೆಳಗಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ನಾವು ಕಲಿತುಕೊಂಡ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಪುನರ್ವಿಮರ್ಶೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಶೇಕಡಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬೇಕೋ ಕಲಿಯೋಣ.

6.1 ಅನುಪಾತ

- ಮಾಧುರಿಯ ತೂಕ 50 ಕೆಜಿಗಳು ಮತ್ತು ಆಕೆಯ ಮಗಳ ತೂಕ 10 ಕೆಜಿಗಳು. ಮಾಧುರಿಯ ತೂಕ ಆಕೆಯ ಮಗಳ ತೂಕಕ್ಕಿಂತ 5 ರಷ್ಟು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧವಾಗಿ ಮಗಳ ತೂಕ ತಾಯಿಯ ತೂಕದಲ್ಲಿ 5ನೇ ಒಂದು ಭಾಗ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಮಾಧುರಿಯ ತೂಕಕ್ಕೆ ಆಕೆಯ ಮಗಳ ತೂಕಕ್ಕೆ ಇರುವ ಅನುಪಾತ 50:10 ಅಥವಾ 5:1, ವಿಲೋಮವಾಗಿ ಮಗಳ ಮತ್ತು ತಾಯಿಯ ತೂಕಗಳ ಅನುಪಾತ 1:5.
- ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 60 ಹುಡುಗರು,40 ಹುಡುಗಿಯರು ಇದ್ದಾರೆ. ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಗಿಂತ $\frac{3}{2}$ ರಷ್ಟು. ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧವಾಗಿ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ $\frac{2}{3}$ನೇ ಭಾಗ. ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಹುಡುಗ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಅನುಪಾತ, 60:40 ಅಥವಾ 3:2 ವಿಲೋಮವಾಗಿ ಹುಡುಗಿಯರ, ಹುಡುಗರ ಅನುಪಾತ 2:3.

- ಆನಂದ್ ಬಳಿ 100 ಸೆಂ.ಮೀ. ಉದ್ದದ ತಂತಿ ಮತ್ತು ರಶ್ಮಿ ಬಳಿ 5 ಮೀ ಉದ್ದದ ತಂತಿ ಇದೆ. ಆನಂದ್ ರಶ್ಮಿಯ ಹತ್ತಿರ " ನನ್ನ ಬಳಿ ಇರುವ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ ನಿನ್ನ ಹತ್ತಿರ ತಂತಿಯ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ 20 ರಷ್ಟು ಉದ್ದವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಿದ. ಇದು ಅಸತ್ಯ. ಏಕೆಂದರೆ 100 ಸೆಂ.ಮೀ ಗಿಂತ 5 ಮೀ ಎನ್ನುವುದು ಬಹಳ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಿನಗೆ ಗೊತ್ತು,ರಶ್ಮಿ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಮೀಟರಿನಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿದರೆ, ಅದೇ ಆನಂದ್ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವದನ್ನು ಸೆಂಮೀ. ನಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡೂ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಮೂಲಮಾನಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಹೋಲಿಸಬೇಕು.

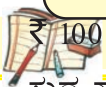
- 1 ಮೀ = 100 ಸೆಂ.ಮೀ ಎಂದು ನಿನಗೆ ಗೊತ್ತು. ಆದ್ದರಿಂದ ರಶ್ಮಿಯ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ 5 ಮೀ = 5 × 100 = 500 ಸೆಂ.ಮೀ. ಈ ವಿಧವಾಗಿ ರಶ್ಮಿ, ಆನಂದರ ತಂತಿಯ ಉದ್ದಗಳ ಅನುಪಾತ 500 : 100 ಅಥವಾ 5 : 1. ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧವಾಗಿ ರಶ್ಮಿಯ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ ಆನಂದ್ ತಂತಿಯ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ 5 ರಷ್ಟು.

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಮಾಣಗಳ್ನು , ಅನುಪಾತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೋಲಿಸಲಾಗಿದೆ. " ಅಂದರೆ ಒಂದೇ ಮೂಲಮಾನದ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದನ್ನು ಅನುಪಾತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ." ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು a ಮತ್ತು b ಯ ಅನುಪಾತ a: b ಮತ್ತು ಇದನ್ನು "a ಈಜ್‌ಟು b"ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ. ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹೋಲಿಸಿದ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳು 'a' ಮತ್ತು 'b' ಯನ್ನು ಅನುಪಾತದ ಪದಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಅನುಪಾತದ ಮೊದಲ ಪರಿಮಾಣ 'a' ಯನ್ನು ಪೂರ್ವಪದವೆಂದೂ, ಎರಡನೆ ಪರಿಮಾಣ 'b' ಯನ್ನು ಉತ್ತರಪದವೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಅನುಪಾತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೋಲಿಸುವುದಕ್ಕೆ ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿನ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಆಲೋಚಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ –1



1. ₹ 100 ಮತ್ತು ₹10 ರ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.
2. ಸುಧ ಹತ್ತಿರ ₹ 5 ಇದೆ. ರಾಧ ಹತ್ತಿರ ಸುಧ ಹತ್ತಿರ ಇರುವುದಕ್ಕಿಂತ 3 ರಷ್ಟು ಹಣ ಇದೆ. ಆದರೆ ರಾಧ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಹಣ ಎಷ್ಟು ?

   (i) ರಾಧ ಮತ್ತು ಸುಧ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಹಣಗಳ ಅನುಪಾತ ವೆಷ್ಟು ?

   (ii) ಸುಧ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಹಣಕ್ಕೂ, ರಾಧ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಹಣಕ್ಕೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತವೆಷ್ಟು?
3. ರಾಜು ಮತ್ತು ರವಿಗೆ 90 ಚಾಕ್ಲೆಟ್‌ನ್ನು 5 : 7 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿರಿ.
4. AB ರೇಖಾಖಂಡದ ಉದ್ದ 38 ಸೆಂ.ಮೀ. ಇದರ ಮೇಲೆ ಇರುವ X ಎಂಬ ಬಿಂದು ರೇಖಾ ಖಂಡವನನ್ನು 9:10 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ. ಆದರೆ AX ಮತ್ತು XB ರೇಖಾ ಖಂಡಗಳ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು?

5. ₹ 1, 60, 000 ಯನ್ನು 3 : 5.ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಹಂಚಲಾಗಿದೆ ಇದರಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಭಾಗವೆಷ್ಟು ?
6. ಒಂದು ಹಸಿರು ಬಣ್ಣ ಪಡೆಯಲು, ಒಬ್ಬ ಪೆಯಿಂಟರ್ ಹಳದಿ, ನೀಲಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಿದನು. ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು 12 ಲೀಟರ್ ಬಳಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ನೀಲಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು.
7. ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ 40 ಸೆಂ.ಮೀ., ಅಗಲ 20 ಸೇಂ.ಮೀ. ಆದರೆ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
8. ಒಂದು ಸಾಧಾರಣ ಬಸವನ ಹುಳುವಿನ ವೇಗ ಗಂಟೆಗೆ 50 ಮೀ ಮತ್ತು ಚಿರತೆಯ ವೇಗ ಗಂಟೆಗೆ 120 ಕಿ.ಮೀ. ಆದರೆ ಅವುಗಳ ವೇಗಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
9. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) ನಿನ್ನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಹುಡುಗ ಹುಡುಗಿಯರ ಅನುಪಾತ.

   (ii) ನಿನ್ನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಬಾಗಿಲು, ಕಿಟಕಿಗಳ ಅನುಪಾತ

   (iii) ನಿನ್ನ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಪಾಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಮತ್ತು ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಅನುಪಾತ.

ತರಗತಿ ಕೋಣೆ ಪ್ರಜೆಕ್ಟ್

1. ಟೇಪ್‌ನಿಂದ ನಿನ್ನ ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳ ನಿನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತನ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅಳೆದು, ಉದ್ದ ಅಗಲಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ₹ 10 ನೋಟಿನ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳನ್ನು ಅಳೆದು, ಆ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸಮೀಪ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅಂದಾಜುಮಾಡಿ, ಅವುಗಳ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   ಇದೇ ಕೃತ್ಯವನ್ನು ₹ 20 ಮತ್ತು ₹ 50 ನೋಟುಗಳಿಂದ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ

6.2 ಸಮಾನುಪಾತ (Proportion)

ಶ್ರೀಲೇಖಳ ತಾಯಿ 2 ಚಮಚೆ ಟೀಪುಡಿಯನ್ನು 1 ಕಪ್ಪು ಟೀ ತಯಾರಿಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಒಂದು ದಿನ ಅವರ ಮನೆಗೆ ಮೂವರು ಅತಿಥಿಗಳು ಬಂದರು. 3 ಕಪ್ಪುಗಳ ಟೀ ತಯಾರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಚಮಚೆಗಳ ಟೀ ಪುಡಿಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು? ಹೌದು. ನೀವು ಅಂದುಕೊಂಡಿದ್ದು ನಿಜವೇ 6 ಚಮಚ ಟೀಪುಡಿಯನ್ನು 3 ಕಪ್ಪುಗಳ ಟೀ ತಯಾರಿಗೆ ಬಳಸಬೇಕು. ಶ್ರೀಲೇಖಳ ತಾಯಿ ಸಮಸ್ಯಾ ಸಾಧನೆಗೆ " ಸಮಾನುಪಾತ" ನಿಯಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದಾಳೆ. ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ.

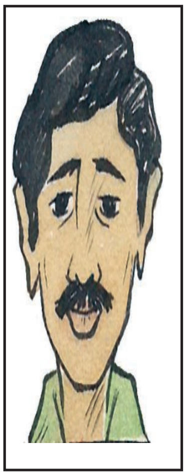
ರವಿ ಒಂದು ಪೋಟೋ ಸ್ಟೂಡಿಯೋದಲ್ಲಿ ಪೋಟೋ ತೆಗೆಸಿಕೊಂಡಿದ್ದಾನೆ. ಅದ್ದರ ಅಳತೆಗಳು 4 ಸೆಂ.ಮೀ × 6 ಸೆಂ.ಮೀ.

4ಸೆಂ.ಮೀ

6ಸೆಂ.ಮೀ

ಆ ಪೋಟೋವನ್ನು ಅವನು ಲ್ಯಾಬ್‌ಗೆ ಹೋಗಿ ದೊಡ್ಡದು ಮಾಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕೆಂದು ಕೊಂಡು ಲ್ಯಾಬ್‌ನವನಿಗೆ ಕೊಟ್ಟನು. ಲ್ಯಾಬಿನವನು ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯನಂತರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೆ ಮಾಡಿಕೊಟ್ಟನು. " ಈಗ

4 ಸೆಂ.ಮೀ



12 ಸೆಂ.ಮೀ

ಮಾಡಿದ ಪೋಟೋದಲ್ಲಿ ಏನೋ ದೋಷವಾಗಿದೆ" ಎಂದು ಹೇಳಿದ ರವಿ. ಆದರೆ ರವಿ ಹೇಳಿದ್ದು ನಿಜವೇನಾ ? ದೋಷ ಯಾವುದೋ ನೀನು ಹೇಳುವೆಯಾ?

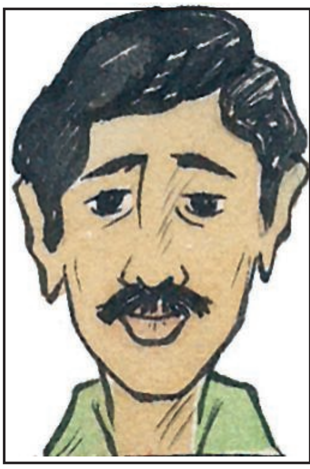
ರವಿ ಈ ಪೋಟೋ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳನ್ನು ಅಳೆದನು. ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳ ಅನುಪಾತ ಮೊದಲ ಪೋಟೋಗೂ, ಎರಡನೆಯ ಪೋಟೋಗೂ ಒಂದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಇರಬೇಕೆಂದು ಅವನಿಗೆ ಗೊತ್ತು.

ಮೊದಲ ಪೋಟೋ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳ ಅನುಪಾತ = 4 : 6 = 2 : 3

ಎರಡನೆ ಪೋಟೋ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳ ಅನುಪಾತ = 4 : 12 = 1 :3 ಆದರೆ ಈ ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನವೇ ? ಮೊದಲ ಪೋಟೋದ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳು ಎರಡನೆಯ ಪೋಟೋ ಉದ್ದ ಅಗಲಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿ ಇಲ್ಲವೆಂದು ಗ್ರಹಿಸಿದ. ಎರಡನೇ ಪೋಟೊ ಮೊದಲ ಪೋಟೋಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ ಎಂದು ಅರ್ಥವಾಗಿದೆ. ಆಗ ರವಿ ಲ್ಯಾಬಿನವನನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ದೊಡ್ಡ ಪೋಟೋವನ್ನು ಮೊದಲ ಪೋಟೋ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಮಾಡು ಎಂದನು. ಈಗ ಮಾಡಿದ ಪೋಟೋ ಸರಿಯಾಗಿದೆ. ಮತ್ತೆ ಪೋಟೋವಿನ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳನ್ನುಅಳೆದು ಅದರ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದ.

ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳ ಅನುಪಾತ = 8 : 12 = 2 : 3

8 ಸೆಂ.ಮೀ



12 ಸೆಂ.ಮೀ

ಈಗ ರವಿ ಮೊದಲ ಪೋಟೋ, ಮೂರನೆ ಪೋಟೋ ಎರಡು ಚೆನ್ನಾಗಿವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದ. ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮನ ಅಂದರೆ ಅವು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ "ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ." ಸಮಾನು ಪಾತದ ಚಿಹ್ನೆ **'::'** ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು **a : b** ಮತ್ತು **c : d** ಗಳು ಸಮಾನವಾದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಾಂಕೇತಿಕವಾಗಿ **a : b = c : d** ಅಥವಾ **a : b : : c : d**. ಇದನ್ನು **'a:b= c : d'** ಈಜ್‌ಎಜ್‌ಟು ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ. a, b, c ,d ನಾಲ್ಕು ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಮೊದಲನೇ ದ್ವಿತೀಯ, ತೃತೀಯ, ಚತುರ್ಥ ಪದಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಮೊದಲನೆ, ಚತುರ್ಥ ಪದಗಳನ್ನು ಅಂತ್ಯ ಪದಗಳು ಎಂದೂ, ದ್ವಿತೀಯ, ತೃತೀಯ ಪದಗಳನ್ನು ಮಧ್ಯಪದಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಈ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ a : b = c : d

ಅಂದರೆ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ಆದ್ದರಿಂದ $ad = bc$

ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಅಂತ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವು, ಮಧ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.

ಮಧ್ಯ ಪದಗಳು

ಅಂದರೆ $a : b = c : d$

ಅಂತ್ಯ ಪದಗಳು

ಇದರಲ್ಲಿ 'd' ಯನ್ನು ಚತುರ್ಥಾನು ಪಾತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು $d = \frac{b\text{-}c}{a}$

ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

ಉದಾ 1 : ಸಮಾನುಪಾತವನ್ನು ಪೂರ್ತಿ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ □ ತುಂಬಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : (i) $2 : 5 = 6 : □□$

ಅಂತ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವು ಮಧ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.

ಅಂದರೆ $2 : 5 = 6 : □□$

ಆದ್ದರಿಂದ $2 \times □□ = 5 \times 6$

$□ \quad □ = \frac{30}{2} = 15$

(ii) $16 : 20 = □□ \times 35$

ಅಂತ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವು ಮಧ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.

ಆದ್ದರಿಂದ $16 : 20 = □□ : 35$

$20 \times □□ = 16 \times 35$

$□□ = \frac{560}{20} = 28$

$\therefore \quad 6 : 20 = 28 \boxed{\times} 35$

ಅಭ್ಯಾಸ –2

1. ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿ □ಯಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟುಹೋದ ಪದಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾದ ಸಮಾಧಾನಗಳಿಂದ ತುಂಬಿರಿ.

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಸಮಾನುಪಾತ	ಅಂತ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದ	ಮಧ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದ
(i)	1 : 2 : : 4 : 8		
(ii)	5 : 6 : : 75 : 90		
(iii)	3 : 4 : : 24 : 32		
(iv)	2 : 5 : : □ : 15	30	
(v)	3 : 6 : : 12 : □		72

2. ಸತ್ಯವೋ ? ಅಸತ್ಯವೋ ? ತಿಳಿಸಿರಿ.

(i) 15 : 30 : : 30 : 40

(ii) 22 : 11 : : 12 : 6

(iii) 90 : 30 : : 36 : 12

(iv) 32 : 64 : : 6 : 12

(v) 25 : 1 : : 40 : 160

3 ಮಧು ಮಾರುಕಟ್ಟೆಯಿಂದ 5 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಆಲೂಗಡ್ಡೆಗಳನ್ನು ಕೊಂಡನು. 2 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಬೆಲೆ ₹. 36, ಆದರೆ ಮಧು ಎಷ್ಟು ಹಣವನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು.

4. ಭೌತಿಕ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ತೂಕಗಳು, ಚಂದ್ರನಮೇಲೆ ಅದೇ ವಸ್ತುವಿನ ತೂಕಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ 90 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ತೂಕವಿರುವ ಒಬ್ಬ ಪುರುಷನ ತೂಕ ಚಂದ್ರನ ಮೇಲೆ 15 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಗಳಾದರೆ. ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ 60 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ತೂಕವಿರುವ ಸ್ತ್ರೀ ಚಂದ್ರನ ಮೇಲೆ ಎಷ್ಟಿರುತ್ತಾಳೆ?

5. ಒಂದು ವಿಪತ್ತು ಸಹಾಯಕ ಬೃಂದದಲ್ಲಿ ಇಂಜನೀಯರ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಡಾಕ್ಟರ್‌ಗಳು2:5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ.

(i) 18 ಮಂದಿ ಇಂಜನೀಯರ್‌ಗಳಿರುವ ಬೃಂದದಲ್ಲಿ ಡಾಕ್ಟರ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

(ii) 65 ಮಂದಿ ಡಾಕ್ಟರ್‌ಗಳು ಇರುವ ಬೃಂದದಲ್ಲಿ ಇಂಜನೀಯರ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

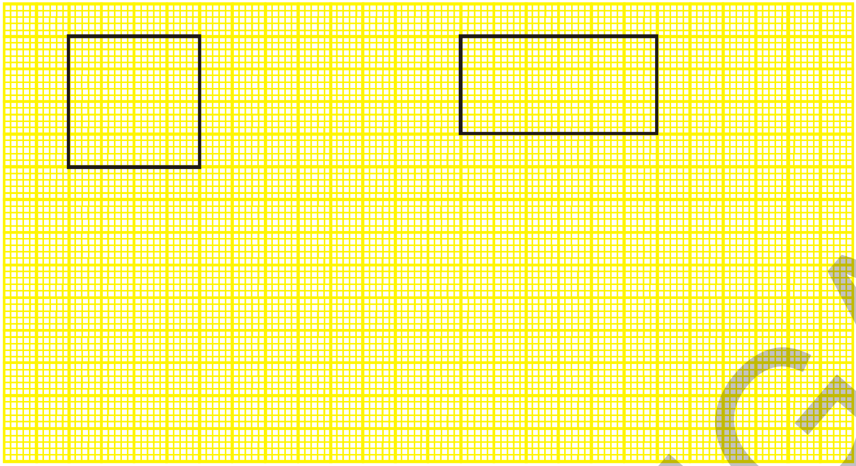
6. ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಅನುಪಾತ 3:1 ಆದರೆ,

(i) ಚಿಕ್ಕ ಕೋನ 180^o ಆದರೆ ದೊಡ್ಡ ಕೋನವೆಷ್ಟು?

(ii) ದೊಡ್ಡ ಕೋನ 63^o ಆದರೆ ಚಿಕ್ಕ ಕೋನವೆಷ್ಟು?

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಚೌಕ, ಆಯತಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ದೊಡ್ಡದಾಗಿ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ಚೌಕ, ಆಯತಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



6.3 ರೇಟು

ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ರೇಟುಗಳಾಗಿ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ನೋಡಿರಿ.

i) ನಮ್ಮ ತಂದೆಯವರು ವಾಹನವನ್ನು ಗಂಟೆಗೆ 60 ಕಿ.ಮೀ. ವೇಗದಲ್ಲಿ ಓಡಿಸುತ್ತಾರೆ (ಅಂದರೆ 60 ಕಿ.ಮೀ. /ಗಂಟೆಗೆ)

ii) ನಾನು ಒಂದು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಆಪಿಲ್ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ₹ 120 ರಂತೆ ಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ.

iii) ನನ್ನ ಹೃದಯ ಸ್ಪಂದನೆ ರೇಟು ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ 72 ಬಾರಿ.

iv) ಒಂದು ಡಜನ್ ಮೊಟ್ಟೆಗಳ ಬೆಲೆ ₹ 60 ಗಳು.

v) ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶ್ ಸರಾಸರಿ ಜನನ ರೇಟು 924 (ಜನನ ರೇಟು ಎಂದರೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸಾವಿರ ಜನಗಳಿಗೆ ಜೀವಂತವಾಗಿ ಉಳಿದ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ)

ಮೊದಲ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ವಾಹನ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಹಿಡಿಯುವ ಕಾಲದೊಂದಿದೆ ಹೋಲಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಎರಡನೆಯದರಲ್ಲಿ ಆಪಿಲ್ ಹಣ್ಣಿನ ದರವನ್ನು ಅದರ ತೂಕದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಮೂರನೆಯದರಲ್ಲಿ ಹೃದಯ ಸ್ಪಂದನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಾಲದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದ್ದಾರೆ. ನಾಲ್ಕನೆಯದರಲ್ಲಿ ಮೊಟ್ಟೆಯ ದರವನ್ನು ಮೊಟ್ಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹೋಲಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಐದನೆಯದರಲ್ಲಿ ಸಜೀವ ಜನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1000 ಜನಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಗಂಟೆಗೆ 60 ಕಿ.ಮೀ ವೇಗವನ್ನು ಸಾಂಕೇತಿಕವಾಗಿ 60 ಕಿ.ಮೀ/ಗಂ. ಹಾಗೆಯೇ ₹ 120/ಕಿ.ಗ್ರಾಂ, 72 ಸ್ಪಂದನಗಳು/ನಿ॥ , ₹ 60/ಡಜನ್ 924/1000 ಜನನಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

6.4 ಏಕಾಂಶ ಪದ್ಧತಿ

ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ನಂತರ ಬೇಕಾದ ಪರಿಮಾಣಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಏಕಾಂಶ ಪದ್ಧತಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು ₹ 30 ಗೆ 5 ಗ್ಲಾಸುಗಳನ್ನು ಮಾರುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಅಂತಹ 10 ಗ್ಲಾಸುಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : 5 ಗ್ಲಾಸುಗಳ ಬೆಲೆ = ₹ 30

ಆದ್ದರಿಂದ 1 ಗ್ಲಾಸಿನ ಬೆಲೆ $= \frac{30}{5} =$ ₹ 6

ಈ ವಿಧವಾಗಿ 10 ಗ್ಲಾಸುಗಳ ಬೆಲೆ = $6 \times 10 = ₹ 60$.

ಉದಾ 3 : ಒಂದು ಡಜನು ಬಾಳೆ ಹಣ್ಣುಗಳ ಬೆಲೆ ₹ 20 ಆದರೆ 9 ಬಾಳೆ ಹಣ್ಣಿನ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ : 1 ಡಜನು = 12 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು.

12 ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳ ಬೆಲೆ = ₹ 20

ಆದ್ದರಿಂದ 1 ಬಾಳೆ ಹಣ್ಣಿನ ಬೆಲೆ $= ₹ \frac{20}{12}$

ಈ ವಿಧವಾಗಿ 9 ಬಾಳೆಹಣ್ಣಿನ ಬೆಲೆ $= \frac{20}{12} \times 9 = ₹ 15$

ಇವು ಮಾಡಿರಿ.

1. 160 ಮಂದಿ ಮಕ್ಕಳು ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳಲು 40 ಬೆಂಚಿಗಳು ಅವಸರ. ಇದೇರೀತಿ 240 ಮಂದಿ ಮಕ್ಕಳು ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳಲು ಎಷ್ಟು ಬೆಂಚಿಗಳು ಅವಸರವಾಗುತ್ತವೆ?
2. ಒಂದು ಪಕ್ಷಿ 10 ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 23 ಬಾರಿ ತನ್ನ ರೆಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಡಿಯುತ್ತಿದೆ. ಆದರೆ 2 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ತನ್ನ ರೆಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಡಿಯುತ್ತದೆ.
3. ಮಾನವನ ಹೃದಯ ಸರಾಸರಿ ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ 72 ಬಾರಿ ಹೊಡೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. 15 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಹೊಡೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.? ಆದೇ ರೀತಿ 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ , 1 ದಿನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಹೊಡೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?

6.5 ನೇರ ಅನುಪಾತ ಅಥವಾ ಅನುಲೋಮಾನುಪಾತ

ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟೋ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಬದಲಾವಣೆ ಮತ್ತೊಂದು ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಗೆ ದಾರಿ ಮಾಡುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿರುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ :

- ಕೊಳ್ಳುವ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಳೆದರೆ, ಅದಕ್ಕೆ ಕೊಡಬೇಕಾದ ಬೆಲೆಯೂ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಕೊಳ್ಳುವ ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ಅದಕ್ಕೆ ಕೊಡಬೇಕಾದ ಬೆಲೆಯೂ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.
- ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಡಿಪಾಜಿಟ್ ಮಾಡುವ ಹಣ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಅದರ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಬಡ್ಡಿಯೂ ಸಹ ಬೆಳೆಯುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಡಿಪಾಜಿಟ್ ಹಣ ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ಅದರ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಬಡ್ಡಿಯೂ ಸಹತಗ್ಗುತ್ತದೆ.
- ವೇಗದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆ ಇಲ್ಲದಿದ್ದಾಗ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ ದೂರ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ಬೇಕಾಗುವ ಕಾಲವೂ ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ದೂರ ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ಬೇಕಾಗುವ ಕಾಲವೂ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಒಂದನ್ನೊಂದು ಅವಲಂಬಿಸಿದ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪರಿಮಾಣ ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ (ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ) ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣವೂ ಹೆಚ್ಚಾಗತ್ತದೆ (ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ)ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಪ್ರತಿಕ್ರಮವು ಸಹ ಸತ್ಯವೇ

ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ಅರ್ಥಮಾಡಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಒಂದು ಕೋಳಾಯಿ ಗಂಟೆಗೆ 300 ಲೀಟರ್ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ಟ್ಯಾಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸುತ್ತದೆ. 2ಗಂಟೆ ಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ನೀರು ತುಂಬಿಸಬಹುದು ? 600 ಲೀಟರ್ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿಸಬಹುದು. ಹಾಗೇಯೇ 4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ, 8 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ನೀರು ತುಂಬಿಸಬಹುದೊ ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ.

ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

ಟ್ಯಾಂಕ್ ತುಂಬಲು ತೆಗೆದುಕೋಳ್ಳುವ ಸಮಯ (ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)	1	2	4	8
ತುಂಬುವ ಸಾಮಥ್ಯ (ಲೀಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ)	300	600	1200	2400

ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕಾಲವ್ಯವಧಿ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆಲ್ಲಾ , ತುಂಬಿದ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಹಿಡಿಯುವ ಕಾಲಕ್ಕೆ, ತುಂಬಿದ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಇರುವ ಅನುಪಾತ ಸಮಾನ. ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಹಿಡಿಯುವ ಕಾಲ ಎರಡಷ್ಟಾದರೆ ತುಂಬಿದ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ ಸಹ ಎರಡರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ಹಿಡಿಯುವ ಕಾಲ 4 ರಷ್ಟಾದರೆ ತುಂಬಿದ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ ಸಹ 4 ರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಹಿಡಿಯುವ ಕಾಲ 8 ರಷ್ಟಾದರೆ ತುಂಬಿದ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ ಸಹ 8ರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಿಡಿಯುವ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಇರುವ ಅನುಪಾತ 1:2 ಮತ್ತು ತುಂಬಿದ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಇರುವ ಅನುಪಾತ 1:2 ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಟ್ಯಾಂಕ್‌ನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ಹಿಡಿಯುವ ಕಾಲ ಮತ್ತು ನೀರು ತುಂಬಿದ ಪ್ರಮಾಣವು ನೇರಅನುಪಾತ ಅಥವಾ ಅನುಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4 : ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು 6 ಮೊಟ್ಟೆಗಳನ್ನು ₹ 30 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದರೆ, 10 ಮೊಟ್ಟೆಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ಮೊಟ್ಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಅವುಗಳಿಗೆ ಕೊಡಬೇಕಾದ ಬೆಲೆಯೂ ಸಹ ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ಅಂದರೆ ಮೊಟ್ಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅನುಪಾತ ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮಾನವಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧದಲ್ಲಿ ಮೊಟ್ಟೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಈ ವಿಧವಾಗಿ

$6 : 10 = 30 : x$

ಅಂತ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ, ಮಧ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮಾನ,

ಆದ್ದರಿಂದ $6 \times x = 10 \times 30$

$6x = 10 \times 30$

$$x = \frac{10 \times 30}{6} = 50$$

$x = ₹\ 50$

ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಏಕವಸ್ತು ಮಾರ್ಗದಿಂದ ಸಹ ಸಾಧಿಸಬಹುದು. ಅಂದರೆ ಒಂದು ಮೊಟ್ಟೆಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಆ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬೇಕಾದ ಮೊಟ್ಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದರಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

6 ಮೊಟ್ಟೆಗಳ ಬೆಲೆ = ₹ 30

1 ಮೊಟ್ಟೆ ಬೆಲೆ = ₹ $\frac{30}{6}$ = ₹ 5

10 ಮೊಟ್ಟೆಗಳ ಬೆಲೆ = 5 × 10 = ₹ 50

ಉದಾ 5: 4 ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಕುಟುಂಬಕ್ಕೆ 20 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಅಕ್ಕಿಯು ಅವಸರವಾಗುತ್ತದೆ. ಕುಟುಂಬ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆ 10ಕ್ಕೆ ಏರಿದರೆ, ಅವರಿಗೆ ಅವಸರ ವಾಗುವ ಅಕ್ಕಿಯ ಪ್ರಮಾಣ ವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ : **ಪದ್ಧತಿ (1)** ಗಿರಿಜಾ ಹೇಳಿಕೆ ಪ್ರಕಾರ ಕುಟುಂಬದಲ್ಲಿನ ಸದಸ್ಯರು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆಲ್ಲ ಅಕ್ಕಿಯ ಪ್ರಮಾಣ ಸಹ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಬಂಧವು ಹೇಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದರೆ ಕುಟುಂಬ ಸದಸ್ಯರ ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಅಕ್ಕಿಯ ಪ್ರಮಾಣದ ಅನುಪಾತ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಕುಟುಂಬದ

ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅಕ್ಕಿಯ ಪ್ರಮಾಣಗಳು ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. 10 ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಕುಟುಂಬಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವ ಅಕ್ಕಿಯ ಪ್ರಮಾಣ x ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ $x : 20 = 10 : 4$

ಆದರೆ ಅಂತ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವು, ಮಧ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.

$$4x = 20 \times 10$$

$$x = \frac{150 \times 3}{90} = 5$$

$x = 50$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ $\therefore$ 10 ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಕುಟುಂಬಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವ ಅಕ್ಕಿಯ ಪ್ರಮಾಣ = 50 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ.

ಪದ್ಧತಿ 2 : ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಸರಳ ಏಕವಸ್ತು ಮಾರ್ಗ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬಿಡುಸುತ್ತಾಳೆ.

4 ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಕುಟುಂಬಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವ ಅಕ್ಕಿಯ ಪ್ರಮಾಣ = 20 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ

ಒಬ್ಬ ಸದಸ್ಯನಿಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ಅಕ್ಕಿಯ ಪ್ರಮಾಣ = $\frac{20}{4} = 5$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ

$\therefore$ 10 ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಕುಟುಂಬಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವ ಅಕ್ಕಿಯ ಪ್ರಮಾಣ = $10 \times 5 = 50$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ

ಉದಾ 6 : ಸ್ಥಿರ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೀಪು 3 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 90 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. 150 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಕಾಲವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ : ನಮಗೆ ತಿಳಿದಂತೆ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲವು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಹೇಗೆಂದರೆ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ ಹಾಗು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲಗಳ ಪ್ರಮಾಣ ಅನುಪಾತ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡ ಕಾಲಕ್ಕೆ ನೇರಾನು ಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

150 ಕಿ.ಮೀ. ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಜೀಪು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ x ಗಂಟೆಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಈ ಪ್ರಕಾರ $x : 3 = 150 : 90$

ಆದರೆ ಮಧ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದ ಅಂತ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದ ಸಮಾನ.

$$90\,x = 150 \times 3$$

$$x = \frac{150 \times 3}{90} = 5$$

$$x = 5$$

$\therefore$ 150 ಕಿ.ಮೀ ಕ್ರಮಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ = 5 ಗಂಟೆಗಳು.

ಉದಾ 7 : ಒಂದು ಪಟಕ್ಕೆ ಕೊಟ್ಟ ಸ್ಕೇಲಿನ ಪ್ರಮಾಣ 1:30000 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎರಡು ಪಟ್ಟಣಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಆಗಿದೆ. ಹಾಗದರೆ ಎರಡು ಪಣ್ಣಣಗಳ ನಡುವಿನ ನಿಖರವಾದ ದೂರವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ : ನೀಖರವಾದ ದೂರ = x ಕಿ.ಮೀ ಆಗಿರಲಿ. ಪಟದಲ್ಲಿರುವ ದೂರವು ನಿಖರವಾದಂತಹ ದೂರಕ್ಕೆ ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ,

$$1:30000 = 4 : x$$

ಆದರೆ ಅಂತ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವು ಮಧ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ

$x = 4 \times 30,000$

$= 1,20,000$ ಸೆಂ.ಮೀ

$= 1.2$ ಕಿ.ಮೀ (1 ಕಿ.ಮೀ = 1,00,000 ಸೆಂ.ಮೀ)

ಈ ಪ್ರಕಾರ ಪಟದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪಟ್ಟಣಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ಅದೇ ನಿಖರವಾದ ದೂರದಲ್ಲಿ 1.2 ಕಿ.ಮೀ ಇರುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿ.

1. ಒಂದು ಲೀಟರ್ ಪ್ರಮಾಣದ ಖಾಲಿ ಬಾಟಲ್ಲನ್ನು ಹನಿಹನಿಯಾಗಿ ಸೋರುತ್ತಿರುವ ಕೊಳಾಯಿಯ ಕೆಳಗೆ ಇಡಿ. ಬಾಟಲು ತುಂಬ ನೀರು ತುಂಬಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಎಷ್ಟು ನೀರು ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ವ್ಯರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿರಿ.
2. ಒಂದು ಗಡಿಯಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದರ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು 12ರ ಬಳಿ ಇರುವಂತೆ ಸ್ಥಿರಪಡಿಸಿ. ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಕಾಲಾವಧಿಗಳಲ್ಲಿ ಗುರ್ತಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಕ್ರಮಿಸಿದ ಕಾಲ	(T_1)	(T_2)	(T_3)	(T_4)
(ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ)	15	30	45	60
ಉಂಟುಮಾಡಿದ ಕೋನಗಳು	(A_1)	(A_2)	(A_3)	(A_4)
(ಡಿಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ)	90	....	....	....

ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು ಮಾಡಿದ ಕೋನವು ಗತಿಸಿದ ಕಾಲಕ್ಕೆ ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆಯೇ? ಹೌದು।

ಮೇಲಿನ ಪಟ್ಟಿಯ ಪ್ರಕಾರ, ಈ ಕೆಳಗೆ ಸೂಚಿಸದಂತೆಯೂ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಏಕೆಂದರೆ $T_1 : T_2 = A_1 : A_2$,

$T_1 : T_2 = 15 : 30 \;\; = 1 : 2$

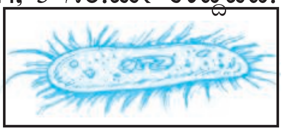
$A_1 : A_2 = 90 : 180 \;\; = 1 : 2$

$T_2 : T_3 = A_2 : A_3$ ಮತ್ತು $T_3 : T_4 = A_3 : A_4$ ಸರಿನೋಡಿರಿ.

ಇದೇ ಕೃತ್ಯವನ್ನು ನಿಮಗೆ ಇಷ್ಟವಾದ ಕಾಲವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪುನಃ ಮಾಡಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ –3

1. ಒಂದು ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾ ಉದ್ದವನ್ನು 50,000 ರಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದಾಗಿ ಮಾಡಿದಾಗ, 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದವಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾದ ನಿಜವಾದ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು ? ಒಂದುವೇಳೆ 20,000ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದೆ ಎಂದು 5 ಸೆಂ.ಮೀ.ಕೊಟ್ಟರೆ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾದ ಅಸಲು ಉದ್ದವೆಷ್ಟು ?



2. ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ x,y ಗಳು ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೋ ? ಇಲ್ಲವೋ ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

(i)

x	20	17	14	11	8	5	2
y	40	34	28	22	16	10	4

(ii)

x	6	10	14	18	22	26	30
y	4	8	12	16	20	24	28

(iii)

x	5	8	12	15	18	20	25
y	15	24	36	60	72	100	125

3. ಸುಷ್ಮ ಹತ್ತಿರ ಒಂದು ರೋಡ್ ಮ್ಯಾಪ್ ಇದೆ. ಅದರ ಸ್ಕೇಲ್ 1 ಸೆಂ.ಮೀ.ಗೆ 18 ಕಿ.ಮೀ ಆಗಿ

ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆಕೆ ರಸ್ತೆಯ ಮೇಲೆ 72 ಕಿ.ಮೀ ದೂರ ವಾಹನವನ್ನು ನಡೆಸಿದರೆ, ಆಕೆಯು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ ದೂರವು ಮ್ಯಾಪಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ?

4. ಒಂದು ಚೌಕುಳೀ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಐದು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಳತೆಗಳ ಚೌಕ ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

	ಚೌಕ 1	ಚೌಕ2	ಚೌಕ 3	ಚೌಕ 4	ಚೌಕ 5
ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ (L)					
ಸುತ್ತಳತೆ (P)					
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (A)					

ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ನೇರಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆಯೋ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆಗೆ

(ii) ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ

ಅನುಪಾತಗಳು ಶೇಕಡಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸಹ ಇರಬಹುದು. ಈಗ ನಾವು ಶೇಕಡಾ ಮಾನಗಳ ಬಗ್ಗೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಹೇಗ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂಬ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳೋಣ.

6.6 ಶೇಕಡಾ ಮಾನ

- ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸೌಮ್ಯ 65 % ಅಂಕಗಳನ್ನು, ರಂಜಿತ್ 59% ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ್ದಾಳೆ.
- ಒಬ್ಬ ಬಟ್ಟೆ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಟೋಕು ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ ರೇಷಿಮೆ ಸೀರೆಗಳ ಮೇಲೆ 25% ಲಾಭವನ್ನು, ಚಿಲ್ಲರೆ ವ್ಯಾಪಾರದ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ 10% ಲಾಭವನ್ನು ಪಡೆಯುವನು.
- ಅನಿತ ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ ₹10,000 ಗಳನ್ನು ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಸಾಲವಾಗಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾಳೆ. ಅದರ ಮೇಲೆ ಆಕೆ 10% ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಕೂಡಬೇಕು.

  ಹಬ್ಬದ ಪ್ರಯಕ್ತವಾಗಿ ಒಬ್ಬ ಟಿ.ವಿ. ಅಂಗಡಿಯವನು 10% ರಿಯಾಯಿತಿ (ಸೋಡಿ) ಯನ್ನು ಮತ್ತೊಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು 15% ರಿಯಾಯಿತಿ ಕೊಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ.

  ಶೇಕಡ ಎಂದರೆ "ಪ್ರತಿಶತ" ಅಥವಾ 100ಕ್ಕೆ ಇಂತಿಷ್ಟು" ಎಂದು ಅರ್ಥ ಶೇಕಡವನ್ನು "%" ಸಂಕೇತದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಈ ವಿಧವಾಗಿ 1% ಅಂದರೆ 100ಕ್ಕೆ 1 ಎಂದು , 27% ಎಂದರೆ 100ಕ್ಕೆ 27 ಎಂದು ಮತ್ತು 93% ಅಂದರೆ 100ಕ್ಕೆ 93 ಎಂದು ಅರ್ಥ.

1% ನ್ನು $\frac{1}{100}$ ಅಥವಾ 0.01 ಎಂದು ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು

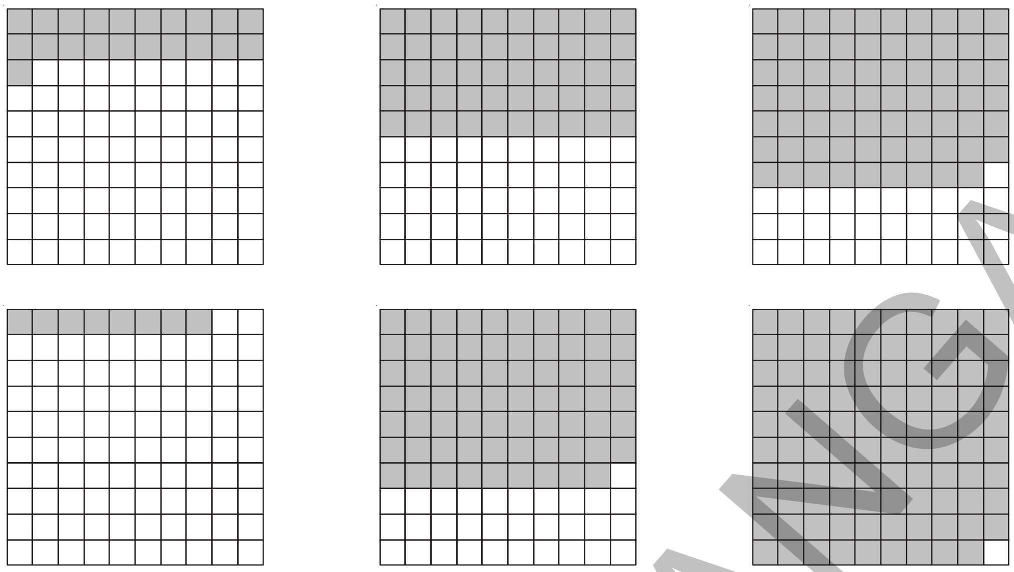
27% ನ್ನು $\frac{27}{100}$ ಅಥವಾ 0.27ಎಂದು ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು

93% ನ್ನು $\frac{93}{100}$ ಅಥವಾ 0.93 ಎಂದು ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು

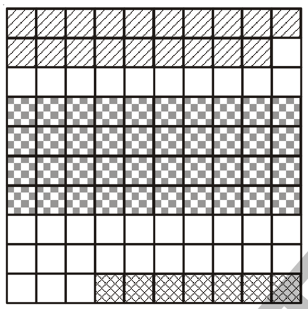
ಇವು ಮಾಡಿರಿ :

1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ 100 ಚದರಗಳ ಕೆಲವು ಚೌಕಳಿ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ, ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಚೌಕಳಿಗಳನ್ನು ಬಣ್ಣದಿಂದ ತುಂಬಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ ಚೌಕಳಿ ಭಾಗವನ್ನು ಮತ್ತು ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣ ಚೌಕಳಿ ಭಾಗವನ್ನು

(1) ಶೇಕಡಗಳಾಗಿ (2) ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ (3) ದಶಮಾಂಶಭಿನ್ನಗಳಾಗಿ ತಿಳಿಸಿರಿ.



2. ಕೆಳಗಿನ ಚೌಕಳಿ ಹಾಳೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಅದು ವಿಭಿನ್ನ ಆಕಾರಗಳಿಂದ ಬಣ್ಣ ಹಾಕಲಾಗಿದೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ ಭಾಗದ ಶೇಕಡಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



 ಭಾಗ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ?

 ಭಾಗ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ?

 ಭಾಗ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ?

 ಭಾಗ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ?

3. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪಟ್ಟಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಪ್ರತಿ ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಟ್ಟು ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ, ಶೇಕಡಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ತರಗತಿ	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಭಿನ್ನರಾಶಿ ರೂಪದಲ್ಲಿ	ಶೇಕಡಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ
VI	17		
VII	15		
VIII	20		
IX	30		
X	18		
ಒಟ್ಟು	100		

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 100. ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 100 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿದ್ದರೆ ಶೇಕಡವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿವಿರಿ ?

ಉದಾ 8 : ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 35 ಹೆಣ್ಣುಮಕ್ಕಳು ಮತ್ತು 15 ಗಂಡು ಮಕ್ಕಳು ಇದ್ದಾರೆ. ಹೆಣ್ಣು ಮಕ್ಕಳ ಶೇಕಡ ಪ್ರಮಾಣ, ಗಂಡು ಮಕ್ಕಳ ಶೇಕಡ ಪ್ರಮಾಣ ವೆಷ್ಟು ?

ಸುಧೀರ್ ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಪಟ್ಟಿ 1

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು	ಸಂಖ್ಯೆ	ಭಿನ್ನರಾಶಿ	ಛೇದವನ್ನು 100ಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದಾಗ	ಶೇಕಡಾರೂಪ
ಹೆಣ್ಣು	35	$\frac{35}{50}$	$\frac{35}{50}\ \frac{100}{100}\ \frac{70}{100}$	70%
ಗಂಡು	15	$\frac{15}{50}$	$\frac{15}{50}\ \frac{100}{100}\ \frac{30}{100}$	30%
ಒಟ್ಟು	50			

ಪಟ್ಟಿ –2

ಅನ್ವರ್ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದ ವಿಧಾನದಿಂದ, ಗಂಡು ಮತ್ತು ಹೆಣ್ಣು‌ಮಕ್ಕಳ ಶೇಕಡವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದನು

ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು $= 35 + 15 = 50$

50 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ 35 ಹೆಣ್ಣು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ

ಈ ವಿಧವಾಗಿ, 100 ಮಂದಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ $\frac{35}{50} \times 100 = 70$

ಹೆಣ್ಣುಮಕ್ಕಳು ಇರುತ್ತಾರೆ.

ಪಟ್ಟಿ –3

ರೀನಾ ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾಳೆ.

$$\frac{35}{50} \times \frac{2}{2} = \frac{70}{100} = 70\%$$

ಒಟ್ಟು 100 ಅಲ್ಲದಿದ್ದಾಗ, ಶೇಕಡಾಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಮೇಲಿನ ಮೂರು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ತಿಳಿದು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಮೊದಲ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು $\frac{100}{100}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ100 ಛೇದವಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ. ರೀನಾ, ಛೇದದಲ್ಲಿ 100 ಬರಲು $\frac{2}{2}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದ್ದಾಳೆ. ಅನ್ವರ್ ಏಕವಸ್ತು ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಮೇಲಿನವುಗಳ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ನೀವು ಯಾವ ವಿಧಾನವನ್ನಾದರು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಅಥವಾ ನಿಮ್ಮ ಸ್ವಂತ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಸಹ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಅನ್ವರ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ವಿಧಾನ ಎಲ್ಲಾ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯಾ ? ರೀನಾ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ವಿಧಾನ ಎಲ್ಲಾ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯಾ?

ರೀನಾಳ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಛೇದವನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಸಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 100 ಆದರ ಮಾತ್ರ ಈ ವಿಧಾನ ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅನ್ವರ್ ಹೇಳಿದನು. ಛೇದ 50 ಇರುವುದರಿಂದ ಅವಳು ಅದನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 100 ಆಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ವೇಳೆ ಛೇದ 60 ಆದರೆ ಆಗ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಲಾರಳು. ಇದನು ಒಪ್ಪಿಕೊಳ್ಳುವಿರಾ?

ಉದಾ9 : "A" ಅಂಗಿಯಲ್ಲಿ $\frac{3}{5}$ ನೆ ಭಾಗ ಹತ್ತಿ,"B" ಅಂಗಿಯಲ್ಲಿ $\frac{3}{4}$ ನೇ ಭಾಗ ಹತ್ತಿಯಿಂದ ತಯಾರಿಸಲಾಗಿದೆ.

(i) ಪ್ರತಿ ಅಂಗಿಯಲ್ಲಿ ಹತ್ತಿಯ ಶೇಕಡಾವೆಷ್ಟು ?

(ii)ಯಾವ ಅಂಗಿಯಲ್ಲಿ ಹತ್ತಿಯ ಶೇಕಡ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಇದೆ ?

ಪರಿಹಾರ : "A" ಅಂಗಿಯಲ್ಲಿ ಹತ್ತಿಯ ಶೇಕಡ= $\frac{3}{5} \times 100 = 60\%$

"B" ಅಂಗಿಯಲ್ಲಿ ಹತ್ತಿಯ ಶೇಕಡ = $\frac{3}{4} \times 100 = 75\%$

"B "ಅಂಗಿಯಲ್ಲಿ ಹತ್ತಿಯ ಶೇಕಡ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

ಉದಾ 10 : ಗಂಗಾ ಒಬ್ಬ ದರ್ಜಿಯ ಹತ್ತಿರ 1ಮೀ ಬಟ್ಟೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹೋದಳು. ಅದರಿಂದ ಅವಳಿಗೆ ಒಂದು ಕುಬಸವನ್ನು ಹೊಲಿಯಲು ಹೇಳಿದಳು. ದರ್ಜಿಯವನು ಕುಬಸವನ್ನು ಹೊಲಿಯಲು 0.75ಮೀ ಬಟ್ಟೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉಳಿದ ಬಟ್ಟೆಯನ್ನು ಗಂಗೆಗೆ ಹಿಂದಿರುಗಿಸಿದನು.

(i)ಕುಬುಸವನ್ನು ಹೊಲೆಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಶೇಕಡಾ ಬಟ್ಟೆ ಎಷ್ಟು?

(ii) ಗಂಗೆಗೆ ಹಿಂದಿರುಗಿಸಿದ ಶೇಕಡಾ ಬಟ್ಟೆ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ದರ್ಜಿ 0.75 ಮೀ ಬಟ್ಟೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದನು.

ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಶೇಕಡಾ ಬಟ್ಟೆ = $0.75 \times 100\%$

$$= \frac{75}{100} \times 100\%$$

$$= 75\%$$

ದರ್ಜಿ ಹಿಂದಿರುಗಿಸಿದ ಬಟ್ಟೆಯ ಅಳತೆ = $1 - 0.75 = 0.25$ ಮೀ.ಬಟ್ಟೆ

ಹಿಂದಿರುಗಿಸಿದ ಶೇಕಡಾ ಬಟ್ಟೆ = $0.25 \times 100\%$

$$= \frac{25}{100} \times 100\ \%$$

$$= 25\ \%$$

ಉದಾ 11 : ಹಿಂದನ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ ₹ 40.ಈ ವರ್ಷ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ ₹ 50 ಕ್ಕೆ ಬೆಳೆದಿದೆ. ಬೆಲೆಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ಹೆಚ್ಚಾದ ಬೆಲೆಯ ಶೇಕಡ $= \frac{\text{ಬೆಲೆಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ}}{\text{ಅಸಲು ಬೆಲೆ}} \times 100\%$

$$= \frac{50-40}{40} \times 100\ \%$$

$= \frac{10}{40} \times 100\% = \frac{1000}{40}\% = 25\ \%$

ಉದಾ 12: ಶ್ಯಾಮ್ ತನ್ನ ಆದಾಯದಲ್ಲಿ 25% ಉಳಿತಾಯಕ್ಕೆ, 60% ಕುಟುಂಬ ಖರ್ಚುಗಳಿಗೆ, 10% ಔಷಧಿಗಳಿಗೆ, 5% ವಿರಾಳಗಳಿಗೆ ನಿಗದಿ ಪಡಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅವನ ಒಟ್ಟು ತಿಂಗಳ ಆದಾಯ ₹ 10,000 ಆದರೆ ಪ್ರತಿ ಅಂಶಕ್ಕೆ ಖರ್ಚುಮಾಡುವ ಹಣವೆಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ಕುಟುಂಬ ಖರ್ಚುಗಳಿಗೆ ವೆಚ್ಚ ಮಾಡಿದ ಹಣ = ಒಟ್ಟು ಅದಾಯದಲ್ಲಿ60%

= ₹.10000 ರಲ್ಲಿ 60%

$= \frac{60}{100} \times 10000 =$ ₹.6000

ಅದೇರೀತಿ, ಔಷಧಿಗಳಿಗಾಗಿ ವೆಚ್ಚ ಮಾಡಿದ ಹಣ $= \frac{10}{100} \times 10000 =$ ₹.1000

ವಿರಾಳಗಳಿಗೆ ವೆಚ್ಚ ಮಾಡಿದ ಹಣ $= \frac{5}{100} \times 10000 =$ ₹.500

ಉಳಿತಾಯ ಮಾಡಿದ ಹಣ $= \frac{25}{100} \times 10000 =$ ₹. 2500

ಅಭ್ಯಾಸ –4

1. X ಪಾಠಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಹತ್ತನೇ ತರಗತಿಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ 48 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 36 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಉತ್ತೀರ್ಣರಾಗಿದ್ದಾರೆ. Y ಪಾಠಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 36 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 24 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಉತ್ತೀರ್ಣರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಜಿಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾಶಾಖಾದಿಕಾರಿ ಶೇಕಡ ಉತ್ತೀರ್ಣತೆ ಆಧಾರವಾಗಿ ಬಹುಮಾನ ಕೊಡಬೇಕೆಂದು ಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ. ಯಾವ ಪಾಠ ಶಾಲೆಗೆ ಬಹುಮಾನ ಕೊಡುತ್ತಾರೆ ?
2. ಕಳೆದ ವರ್ಷ 1000 ವಸ್ತುಗಳ ಬೆಲೆ ₹ 5000. ಈ ವರ್ಷ ಆ ವಸ್ತುಗಳ ಬೆಲೆ ₹ 4000 ಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ. ಕಡಿಮೆಯಾದ ಬೆಲೆಯ ಶೇಕಡ ವೆಷ್ಟು?
3. ಶ್ರೀ ಜ್ಯೋತಿಯ ಬುಟ್ಟಿ ತುಂಬ ಬಾಳೆ ಹಣ್ಣುಗಳು, ಕಿತ್ತಳೆ ಮತ್ತು ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳು ಇವೆ. ಅದರಲ್ಲಿ 50% ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳು, 15% ಕಿತ್ತಳೆಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಆದರೆ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಶೇಕಡಾ ವೆಷ್ಟು ?
4. 64% + 20% + ...?....... = 100%
5. ಮಳೆ ಬಂದ ದಿನ, ಒಂದು ಪಾಠಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 150 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 25 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗೈರು ಹಾಜರಾದರು. ಗೈರು ಹಾಜರಾದವರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಶೇಕಡಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ ? ಶಾಲೆಗೆ ಹಾಜರಾದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಶೇಕಡಾ ವೆಷ್ಟು ?
6. ಒಂದು ನಿಯೋಜಕವರ್ಗದಲ್ಲಿ 12000 ಮತದಾರರದಲ್ಲಿ 60% ಮತ ಚಲಾಯಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಮತ ಚಲಾಯಿಸಿದ ಮತದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
7. ಒಂದು ಸ್ಥಾನಿಕ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡ 20 ಪಂದ್ಯಗಳನ್ನು ಆಡಿದಾಗ, ಅದರಲ್ಲಿ 25% ಪಂದ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಗೆದ್ದು ಉಳಿದವೆಲ್ಲಾ ಸೋತಿದೆ. ಸೋತ ಪಂದ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

8. ಒಬ್ಬ ಅಕ್ಕ ಸಾಲಿಗ ಪ್ರತಿ ಗ್ರಾಮು ಬಂಗಾರಕ್ಕೆ 0.25 ಗ್ರಾಂ ಬೆಳ್ಳಿಯನ್ನು, 0.05 ಗ್ರಾಂ ತಾಮ್ರವನ್ನು ಬೆರೆಸುತ್ತಾನೆ. ಪ್ರತಿ ಗ್ರಾಮು ಬಂಗಾರದಲ್ಲಿರುವ ಬಂಗಾರ, ಬೆಳ್ಳಿ, ತಾಮ್ರದ ಶೇಕಡಗಳೆಷ್ಟು ?

9. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ 40% ಭಾಗವು 800 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. 2011 ಜನಗಣತಿ ಲೆಕ್ಕದ ಪ್ರಕಾರ ನಮ್ಮ ದೇಶದ ಜನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸರಿ ಸುಮಾರು 12×10^8 (120,00,00,000). ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ನಮ್ಮ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 3% ರಂತೆ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ 2012 ರಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ಜನ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?
2. (i) ಒಂದು ದೋಸೆಯಲ್ಲಿ 75% ತಿನ್ನಬಲ್ಲಿಯಾ ?
   (ii) ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ 90% ಬೆಳೆಯಬಹುದಾ?
   (iii) ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ 100% ಬೆಳೆಯಬಹುದಾ?

ಪ್ರಜೆಕ್ಟ್ ಕೆಲಸ :

ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕೆಲಸಗಳಿಗೆ ನೀವು ನಿಗದಿಪಡಿಸಿದ ಸಮಯವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ತುಂಬಿ, ದಿನದಲ್ಲಿ ಅದು ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡವೋ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕೃತ್ಯಗಳು	ನಿಗದಿ ಪಡಿಸಿದ ಸಮಯ	ಶೇಕಡಾ (ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)
ಹಲ್ಲು ಉಜ್ಜುವುದು, ಸ್ನಾನ, ಶಾಲೆಗೆ ಸಿದ್ಧವಾಗುವುದಕ್ಕೆ		
ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ		
ಮನೆಗೆಲಸ, ಓದುವುದಕ್ಕೆ		
ಆಟ ಆಡಲು/ ಟಿ.ವಿ ನೋಡಲು/ ತಂದೆ ತಾಯಿಗಳಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಲು		
ನಿದ್ದೆಗೆ.		

6.7 ಶೇಕಡಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳು.

ಶೇಕಡಗಳನ್ನು ನಾವು ಲಾಭ, ನಷ್ಟಗಳನ್ನು, ರಿಯಾಯಿತಿ ಮತ್ತು ಬಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಶೇಕಡಾ ಮಾನದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತ ಪಡಿಸುವದರಿಂದ ನಾವು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೋಲಿಸಬಹುದು.

6.7.1 : ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟ

- ಒಬ್ಬ ಕುಂಬಾರನು ಮಣ್ಣಿನ ಮಡಿಕೆಗಳನ್ನು ತಯಾರು ಮಾಡಿ ಸುಟ್ಟು, ಬಣ್ಣ ಹಾಕುವನು. ಅತನು ಜೇಡಿಮಣ್ಣಿಗಾಗಿ ₹ 3 ಗಳನ್ನು, ಸುಡಲು ₹ 2 ಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಬಣ್ಣ ಹಾಕಲು ₹ 1 ಖರ್ಚು ಮಾಡುವನು. ಅವನು ಪ್ರತಿ ಮಡಿಕೆಯನ್ನು ₹ 10 ಗೆ ಮಾರಿದರೆ ಲಾಭವೇ? ನಷ್ಟವೇ?
- ಒಬ್ಬ ಆಟದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದನು. ಒಂದು ಗೊಂಬೆಗೆ ರೂ. 50 ಅವನಿಗೆ ಖರ್ಚಾಯಿತು ಅವನು ಪ್ರತಿ ಗೊಂಬೆಯನ್ನು ರೂ.75 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದರೆ ಅವನಿಗೆ ಲಾಭವೋ ? ನಷ್ಟವೋ ?
- ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಅಂಗಿಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಕ್ಕೆ ₹ 540 ರಂತೆ ಕೊಂಡನು. ವರ್ಷಕೊನೆಯಾದರೂ ಅಂಗಿಗಳು ಮಾರಾಟವಾಗಲಿಲ್ಲ ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಅಂಗಿ ₹ 500. ರಂತೆ ಮಾರಿದನು. ಅವನಿಗೆ ಲಾಭವೋ, ನಷ್ಟವೋ ತಿಳಿಸಿರಿ.

- ಅಮರ್ 10 ಗ್ರಾಮು ಬಂಗಾರವನ್ನು ₹ 15000 ಕ್ಕೆ ಕಳೆದ ವರ್ಷಕೊಂಡನು. ಈಗ ಬಂಗಾರದ ಬೆಲೆ ₹ 20000 ಕ್ಕೆ ಏರಿದೆ. ಬಂಗಾರವನ್ನು ಮಾರುವುದರಿಂದ ಅಮರ್‌ಗೆ ಲಾಭವೋ ? ನಷ್ಟವೋ ? ತಿಳಿಸಿ.

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಲಾಭವನ್ನು ಅಥವಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಬಹುದು. ಈಗಾಗಿ ಬಹಳಷ್ಟು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಶೇಕಡವನ್ನು ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟವನ್ನು ದೈನಂದಿನ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾ 13: ರಾಮಯ್ಯ ಕೆಲವು ಪೆನ್ನುಗಳನ್ನು ₹ 200 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ₹ 240 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದನು. ಸೋಮಯ್ಯ ಕೆಲವು ಪೆನ್ನುಗಳನ್ನು ₹ 500 ಕೊಂಡು ₹ 575 ಮಾರಿದನು. ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭವನ್ನು ಗಳಿಸಿದರು?

ಪರಿಹಾರ : ರಾಮಯ್ಯ ಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ = ₹ 240 – ₹ 200 = ₹ 40

ಸೋಮಯ್ಯ ಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ = ₹ 575 – ₹ 500 = ₹ 75

ಮೇಲಿನ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ ರಾಮಯ್ಯ ಗಳಿಸದ ಲಾಭ ₹ 40 ಗಿಂತ ಸೋಮಯ್ಯಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ ₹ 75 ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತಿದೆ. ಇದು ಸರಿಯೇನಾ?

ರಾಮಯ್ಯ₹ 200 ಬಂಡವಾಳ ಹಾಕಿ₹ 40 ಲಾಭವನ್ನು ಅದೇರೀತಿ ಸೋಮಯ್ಯ ₹ 575 ಬಂಡವಾಳ ಹಾಕಿ ಲಾಭವನ್ನು ₹ 75 ಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಲಾಭ ಮತ್ತು ಬಂಡವಾಳಗಳನ್ನು ಅನುಪಾತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿದಾಗ,

ರಾಮಯ್ಯನ ಅನುಪಾತ $= \frac{40}{200}$ ಮತ್ತು

ಸೋಮಯ್ಯನ ಅನುಪಾತ $= \frac{75}{500}$

ಈ ಪ್ರಕಾರ, ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು.

ರಾಮಯ್ಯನ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ $= \frac{40}{200} \times 100\% = 20\%$

ಸೊಮಯ್ಯನ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ $= \frac{70}{500} \times 100\% = 15\%$

ರಾಮಯ್ಯನ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ 20% ಅಂದರೆ ₹ 100 ಕ್ಕೆ ಲಾಭ ₹ 20, ಮತ್ತು ಸೋಮಯ್ಯನ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ 15% ಅಂದರೆ ₹ 100 ಕ್ಕೆ ಲಾಭ ₹ 15. ಆದ್ದರಿಂದ ರಾಮಯ್ಯನು ಸೋಮಯ್ಯನಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಲಾಭ ಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಉದಾ 14 : ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಒಂದು ಟಿ.ವಿ ಯನ್ನು ₹ 9000 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ₹ 10,000 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದನು. ಅತನಿಗೆ ಬಂದ ಲಾಭವೋ, ನಷ್ಟವೋ ? ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ ? ಶೇಕಡಾವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿರಿ ?

ಪರಿಹಾರ : **ಗೋಪಾಲ್ ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಸಾಧನೆ ಮಾಡಿದ್ದಾನೆ**

ಟಿ.ವಿ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ (ಕೊ.ಬೆ) = ₹ 9000

ಟಿ.ವಿ. ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ (ಮಾ.ಬೆ) = ₹ 10,000

ಮಾ.ಬೆ > ಕೊ.ಬೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಲಾಭಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಲಾಭ = ₹ 10000 – ₹ 9000 = ₹ 1000

ಈ ಪ್ರಕಾರ, ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ₹ 9000 ಆಗಿದ್ದಾಗ ಬಂದ ಲಾಭ ₹ 1000

ಲಾಭ ಮತ್ತು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಳ ಅನುಪಾತ = $\frac{1000}{9000}$

ಶೇಕಡಾಲಾಭವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಅನುಪಾತವನ್ನು 100% ರಿಂದ ಗುಣಿಸ ಬೇಕು.

ಅಂದರೆ $\frac{1000}{9000} \times 100\% = \frac{100}{9}\% = 11\frac{1}{9}\%$

ಮಧು ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತ ನಿಯಮದಿಂದ ಈಗೆ ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಕೊ.ಬೆ ₹ 9000 ಆದಾಗ ಬಂದ ಲಾಭ ₹ 1000.

ಈಗ ಕೊಂಡಬೆಲೆ ₹ 100 ಆದಾಗ ಲಾಭ ₹ x ಎಂದು ಕೊಂಡರೆ ಲಾಭ ಮತ್ತು ಕೊಂಡಬೆಲೆ ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ಆದ್ದರಿಂದ ಲಾಭಗಳ ಅನುಪಾತ, ಕೊ.ಬೆ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.

ಆದ್ದರಿಂದ $x : 1000 = 100 : 9000$

$$\frac{x}{1000} = \frac{100}{9000}$$

$$9000 \times x = 1000 \times 100$$

$$x = \frac{1000 \times 100}{9000} = 11\frac{1}{9}.$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ $= 11\frac{1}{9}\ \%$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

12 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ, 15 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಗೆ ಸಮಾನವಾದರೆ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ ವೆಷ್ಟು ?

ಉದಾ 15 : ಒಬ್ಬ ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ₹ 650/- ಕೊಂಡು ಮಾರುವುದರಿಂದ 6% ಲಾಭವನ್ನು ಗಳಿಸಿದರೆ. ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ರವಿ ಸಾಧನೆ ಈಗೆ ಇದೆ.

ಕೊ.ಬೆ = ₹ 650

ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ = 6%

ಅಂದರೆ ಕೊ.ಬೆ ₹ 100 ಆದರೆ ₹ 6 ಆದಾಗ ಮಾ.ಬೆ =100 + 6 = ₹ 106

ಆದರೆ ಕೊ.ಬೆ. ₹ 650 ಮತ್ತು ,ಮಾ.ಬೆ ₹ x ಎಂದು ಕೊಂಡರೆ

ಕೊ.ಬೆ ಗಳ ಅನುಪಾತ = ಮಾ.ಬೆ ಗಳ ಅನುಪಾತ

$100 : 650 = 106 : x$

$$\frac{100}{650} = \frac{106}{x}$$

ಆದ್ದರಿಂದ $100\,x = 106 \times 650$

$$x = \frac{106 \times 650}{100} \times 689$$

ಅಂದರೆ ಮಾ.ಬೆ= ₹ 689

ಅರುಣ್ ಮೇಲಿನ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಈಗೆ ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಕೊ.ಬೆ = ₹ 650

ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ = 6%

ಆದ್ದರಿಂದ ಲಾಭ = 650 ರಲ್ಲಿ 6%

$$\frac{6}{100} \times 650 = 39$$

ಮಾ.ಬೆ = ಕೊ.ಬೆ + ಲಾಭ ಎಂದು ನಮಗೆಗೊತ್ತು.

$= 650 + 39 = 689$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ₹ 689

ಉದಾ 16 : ರಮೇಷ್ ಒಂದು ಡಿ.ವಿ.ಡಿ. ಪ್ಲೇಯರನ್ನು ₹ 2800 ಕ್ಕೆ ಮಾರುವುದರಿಂದ 12%. ಲಾಭವನ್ನುಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಕೊ.ಬೆ. ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ನಾಯಕ್ ಸಮಾನುಪಾತನಿಯಮದಿಂದ ಈಗೆ ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ $= 12\%$

ಮಾ.ಬೆ = ₹ 2800

ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊ.ಬೆ ₹ 100 ಎಂದುಕೊಂಡರೆ ಮಾ.ಬೆ (100+12)= ₹ 112 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆದರೆ ಮಾ.ಬೆ ₹ 2800 ಮತ್ತು ಕೊ..ಬೆ ₹ x ಎಂದುಕೊಂಡರೆ

ಕೊ.ಬೆ, ಮಾ.ಬೆ ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.

$x : 100 = 2800 : 112$

$$\frac{x}{100} = \frac{2800}{112}$$

ಆದ್ದರಿಂದ $112 \times x = 100 \times 2800$

$$x = \frac{100 \times 2800}{112} = ₹\ 2500$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊ.ಬೆ = ₹ 2500

ಮೀನಾ "ಏಕಾಂಶ ಪದ್ಧತಿ" ಯಿಂದ ಈಗೆ ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾಳೆ.

ಮಾ.ಬೆ = 2800

ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ = 12%

ಅಂದರೆ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ರೂ.100 ಆದರೆ ಲಾಭ ರೂ. 12

ಆದ್ದರಿಂದ ಮಾ.ಬೆ = 100+12= ₹ 112

ಮಾ.ಬೆ ₹ 112 ಆದರೆ ಕೊ.ಬೆ ₹ 100 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಹಾಗಾದರೆ, ಮಾ.ಬೆ. ರೂ.1 ಆದರೆ ಕೊ.ಬೆ $= \frac{100}{112}$

ಆದ್ದರಿಂದ ಮಾ.ಬೆ. ₹2800 ಆದರೆ ಕೊಬೆ= $\frac{100}{112} \times 2800$ = ₹ 2500

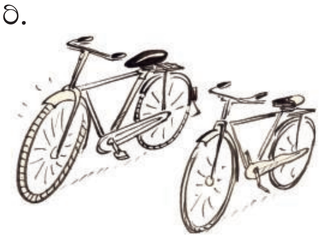
ಕೊ.ಬೆ = ₹ 2500

ಉದಾ 17: ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿ ಎರಡು ಸೈಕಿಲ್‌ಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಕ್ಕೆ ₹ 3000 ರಂತೆ ಮಾರಿದನು. ಒಂದರ ಮೇಲೆ 20% ಲಾಭ, ಇನ್ನೊಂದರ ಮೇಲೆ 20% ನಷ್ಟ ಅನುಭವಿಸಿದನು. ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಅವನಿಗೆ ಬಂದ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ ಅಥವಾ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹ 3000

ಮೊದಲ ಸೈಕಿಲ್ ಮೇಲೆ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ = 20%

ಎರಡನೆಯ ಸೈಕಿಲ್ ಮೇಲೆ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ = 20%



ಪದ್ಧತಿ (i) : **ಏಕವಸ್ತು ಮಾರ್ಗ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ**

ಮೊದಲ ಸೈಕಿಲ್ :-

ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ₹ 100 ಇದ್ದಾಗ ಲಾಭ ₹ 20 ಮತ್ತು ಮಾರಿದಬೆಲೆ = 100 + 20 = ₹ 120

ಆದ್ದರಿಂದ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ₹ 120 ಇದ್ದಾಗ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ₹ 100

ಈಗ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ರೂ.1 ಇದ್ದಾಗ ಕೊ.ಬೆ $= \frac{100}{120}$

ಈಗ ಮಾ.ಬೆ. ₹ 3000 ಇದ್ದಾಗ ಕೊ.ಬೆ $= \frac{100}{120} \times 3000 =$ ₹ 2500

ಎರಡನೆ ಸೈಕಿಲ್ :

ಕೊ.ಬೆ ₹100 ಇದ್ದಾಗ ನಷ್ಟ ರೂ. 20 ಮತ್ತು ಮಾ.ಬೆ= 100 – 20 = ₹ 80

ಈ ಪ್ರಕಾರ, ಮಾ.ಬೆ. ₹ 80 ಇದ್ದರೆ ಕೊ.ಬೆ= ₹100

ಈಗ, ಮಾ.ಬೆ. ರೂ.1 ಇದ್ದಾಗ ಕೊ.ಬೆ $= \frac{100}{80}$

ಈಗ, ಮಾ.ಬೆ ₹3000 ಇದ್ದಾಗ ಕೊ.ಬೆ= $\frac{100}{80} \times 3000 =$ ₹ 3750

ಒಟ್ಟು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

ಒಟ್ಟು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ₹ 3000 + ₹ 3000 = ₹ 6000

ಮಾ.ಬೆ<ಕೊ.ಬೆ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ನಷ್ಟ = 6250 – 6000 = ₹ 250

ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ $= \frac{\text{ನಷ್ಟ}}{\text{ಕೊ.ಬೆ}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

ಪದ್ಧತಿ (ii): ಸಮಾನುಪಾತ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ,

ಕೊ.ಬೆ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆಲ್ಲ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ, ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಕೊ.ಬೆ ಮತ್ತು ಮಾ.ಬೆ ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

ಕೊ.ಬೆ	ಮಾ.ಬೆ
100	120
x	3000

ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಅನುಪಾತ = ಮಾರಿದಬೆಲೆ ಅನುಪಾತ

$100 : x = 120 : 3000$

$$\frac{100}{x} = \frac{120}{3000}$$

$100 \times 3000 = 120\, x$

$$\frac{100 \times 3000}{120} = x$$

$x = 2500$

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊದಲನೆ ಸೈಕಿಲ್ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹ 2500

ಎರಡನೆ ಸೈಕಿಲ್

ಕೊ.ಬೆ	ಮಾ.ಬೆ
100	80
x	3000

$100 : x = 80 : 3000$

$$\frac{100}{x} = \frac{80}{3000}$$

$$x = \frac{100 \times 3000}{80} = ₹\ 3750$$

ಎರಡು ಸೈಕಿಲ್‌ಗಳ ಒಟ್ಟು ಕೊ.ಬೆ. = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

ಎರಡು ಸೈಕಿಲ್‌ಗಳ ಒಟ್ಟು ಮಾ.ಬೆ. = ₹ 3000 + ₹ 3000 = ₹ 6000

ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದರಿಂದ ನಷ್ಟ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.

ನಷ್ಟ = ₹ 6250 – ₹ 6000 = ₹ 250

ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ $= \frac{\text{ನಷ್ಟ}}{\text{ಕೊ.ಬೆ}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

ಪದ್ಧತಿ (iii): ಮೊದಲ ಸೈಕಿಲ್ ಮಾ.ಬೆ = ₹ 3000

ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ = 20%

ಕೊ.ಬೆ= ₹ x ಅಗಿರಲಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ಲಾಭ $= \frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100} x$

ಮಾ.ಬೆ = ಕೊ.ಬೆ + ಲಾಭ

ಆದ್ದರಿಂದ, $x + \frac{20}{100} x = 3000$

$$\frac{100x + 20x}{100} = 3000$$

$$\frac{120x}{100} = 3000$$

$$x = \frac{3000 \times 100}{120} = ₹\ 2500$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊದಲ ಸೈಕಿಲ್ ಕೊ.ಬೆ = ₹ 2500

ಎರಡನೆ ಸೈಕಿಲ್ ಮಾ.ಬೆ = ₹ 3000

ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ = 20%

ಕೊ.ಬೆ ₹ x ಎಂದು ಕೊಂಡರೆ

ನಷ್ಟ = $\frac{20}{100} \times x = \frac{20}{100} x$

ಮಾ.ಬೆ = ಕೊ.ಬೆ –ನಷ್ಟ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು

ಆದ್ದರಿಂದ, $x - \frac{20}{100} x = 3000$

$$\frac{80}{100} x = 3000$$

80 x = 3000 × 100

$$x = \frac{3000 \times 100}{80} = ₹\ 3750$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡನೆ ಸೈಕಿಲ್ ಕೊ.ಬೆ = ₹ 3750

ಎರಡು ಸೈಕಿಲ್‌ಗಳ ಒಟ್ಟು ಕೊ.ಬೆ = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

ಎರಡು ಸೈಕಿಲ್‌ಗಳು ಒಟ್ಟು ಮಾ.ಬೆ =₹ 3000+ ₹3000= ₹ 6000

ಮಾ.ಬೆ < ಕೊ.ಬೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ನಷ್ಟ = ಕೊ.ಬೆ –ಮಾ.ಬೆ

ನಷ್ಟ = ₹ 6250 – ₹ 6000 = ₹ 250

ಆದ್ದರಿಂದ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ = $\frac{\text{ನಷ್ಟ}}{\text{ಕೊ.ಬೆ}} \times 100 = \frac{250}{6250} \times 100 = 4\%$

ಉದಾ 18 : ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ 20% ರಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ ಇದೆ. ಈ ಲೆಕ್ಕ ಪ್ರಕಾರ ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ ₹ 19,200 ಆದರೆ ಅಸಲು ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಎರಡನೇ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ = ₹ 19,200

ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಬೆಲೆ 20% ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

ಮೊದಲನೆ ವರ್ಷದ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ = ₹100 ಆಗಿರಲಿ ,

ಎರಡನೆ ವರ್ಷದ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ ₹ 80 ಇರುತ್ತದೆ.

(100-100 ರಲ್ಲಿ 20%)

3ನೇ ವರ್ಷದ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ = 80-80 ರಲ್ಲಿ 20%

= 80 – 16 = ₹ 64

ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ ₹ 100 ಇದ್ದರೆ, ಮೂರನೇ ವರ್ಷದ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ಅದರ ಬೆಲೆ ₹ 64 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಲೆಕ್ಕ ಪ್ರಕಾರ 2 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ = ₹ 19200

ಆರಂಭದ ಬೆಲೆ ₹ x. ಆಗಿರಲಿ.

ಈ ಪ್ರಕಾರ, ಆರಂಭ ಬೆಲೆಗಳ ಅನುಪಾತ = 2 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಬೆಲೆಗಳ ಅನುಪಾತ

$x : 100 = 19200 : 64$

$$\frac{x}{100} = \frac{19200}{64}$$

$$64\,x = 19200 \times 100$$

$$x = \frac{19200 \times 100}{64}$$

$= 30000$

ಆದ್ದರಿಂದ ವಸ್ತುವಿನ ಆರಂಭ ಬೆಲೆ = ₹ 30000.

6.7.2 ಸೋಡಿ ಅಥವಾ ರಿಯಾಯಿತಿ (Discount)

ಸಂದರ್ಭ 1 : ವಿಜಯ್ ಒಂದು ಹೊಸ ಬಟ್ಟೆಯ ಅಂಗಡಿಯನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದನು. ಅವನು ಪ್ರಚಾರ ಮಾಡಲು ಜಾಹೀರಾತುಗಳನ್ನು ಬರೆಸಿದನು.

ಸಂದರ್ಭ 2: ದಸರಾ, ಸಂಕ್ರಾಂತಿ, ದೀಪಾವಳಿ ಮುಂತಾದ ಹಬ್ಬಹರಿದಿನಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಪಾರಿಗಳು ವಸ್ತುಗಳ ನಮೂದಿತ ಬೆಲೆ ಮೇಲೆ ರಿಯಾಯಿತಿ ಪ್ರಕಟಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಸಂದರ್ಭ 3:: ವ್ಯಾಪಾರಿಗಳು ತಮ್ಮ ಹತ್ತಿರ ಕೆಲವು ಸಲ ಉಳಿದ ಹೋದ ಮತ್ತು ಹಳೆಯ ಮಾಲನ್ನು ಮಾರಾಟಕ್ಕೆ ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಾ ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಪ್ರಕಟಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾ 19: ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಯವನು ತನ್ನ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಅಸಲು ಬೆಲೆಗಿಂತ 25% ಹೆಚ್ಚು ನಮೂದಿಸಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ನಮೂದಿಸಿದ ಪ್ರತಿ ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲೆ 12% ರಿಯಾಯಿತಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿದರೆ, ಈ ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಪಾರಿಗೆ ಆದ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವೆಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ: : ವಸ್ತುವಿನ ಅಸಲು ಬೆಲೆ ಅಥವಾ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ₹ 100 ಆಗಿರಲಿ.

ಈಗ ನಮೂದಿಸಿದ ಬೆಲೆ (MP) = ₹ 100 + ₹ 25 = ₹ 125.

ನಮೂದಿಸಿದ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ಶೇಕಡಾ ರಿಯಾಯಿತಿ = 12%

ರಿಯಾಯಿತಿ $= \frac{12}{100} \times 125 =$ ₹ 15

ಮಾ.ಬೆ = ನಮೂದಿತ ಬೆಲೆ – ರಿಯಾಯಿತಿ

$= 125 - 15 = 110$

ಆದ್ದರಿಂದ ಲಾಭ = ಮಾ.ಬೆ –ಕೊ.ಬೆ

$= 110 - 100$

= ₹ 10

ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ $= \frac{10}{100} \times 100 = 10\%$

ಆದ್ದರಿಂದ ವ್ಯಾಪಾರಿಯ 10% ಲಾಭವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ –5

1. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಒಂದು ಸೂಟ್‌ಕೇಸನ್ನು ₹ 480 ಕೊಂಡು ₹ 540 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದನು. ಅವನಿಗೆ ದೊರೆತ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವೆಷ್ಟು ?
2. ಅಜಯ್ ಒಂದು ಟಿ.ವಿ. ಯನ್ನು ₹ 15000 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು, ₹ 14100 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದರೆ ಅಜಯ್‌ಗೆ ದೊರೆತ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟವೆಷ್ಟು ?
3. ರಾಮು ಒಂದು ಸ್ಥಳವನ್ನು ₹ 24,000 ಗಳಿಗೆ ಮಾರುವುದರಿಂದ 20%. ಲಾಭವನ್ನು ಪಡೆದನು. ಆದರೆ ಸ್ಥಳದ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?
4. ಒಂದು ಸೆಲ್ ಫೋನ್‌ನ್ನು ₹ 750, ಮಾರುವುದರಿಂದ ವ್ಯಾಪಾರಿಗೆ 10%.ನಷ್ಟವನ್ನು ಪಡೆದನು. 5% ಲಾಭ ಪಡೆಯಲು ವ್ಯಾಪಾರಿ ಆ ಸೆಲ್‌ಫೋನ್‌ನ್ನು ಮಾರಬೇಕಾದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

5. ಒಬ್ಬ ರೈತ ಎರಡು ಎತ್ತುಗಳನ್ನು ₹ 24000 ಕ್ಕೆ ಒಂದೊಂದನ್ನು ಮಾರಿದನು. ಒಂದರ ಮೇಲೆ 25% ಲಾಭವನ್ನು, ಎರಡನೆಯದರ ಮೇಲೆ 20% ನಷ್ಟವನ್ನು ಪಡೆದರೆ. ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಅವನಿಗೆ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. ಶ್ರಾವ್ಯ ಒಂದು ಗಡಿಯಾರವನ್ನು ₹ 480 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ರಿಥಿಗೆ $6\frac{1}{4}$ %. ಲಾಭಕ್ಕೆ ಮಾರಿದಳು. ರಿಥಿ ಆ ಗಡಿಯಾರವನ್ನು ದಿವ್ಯಗೆ 10% ಲಾಭಕ್ಕೆ ಮಾರಿದಳು. ಆ ಗಡಿಯಾರಕ್ಕೆ ದಿವ್ಯ ಕೊಟ್ಟ ಹಣವೆಷ್ಟು ?

7. ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದ ನಮೂದಿತ ಬೆಲೆ ₹ 225 ಪ್ರಕಾಶಕ ಪುಸ್ತಕದ ಮೇಲೆ 10% ರಿಯಾಯಿತಿ ಕೊಟ್ಟರೆ, ಆ ಪುಸ್ತಕದ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

8. ಒಬ್ಬ ಬಡಿಗ (Carpenter) ತಾನು ತಯಾರು ಮಾಡಿದ ವಸ್ತುಗಳ ಮೇಲೆ 15% ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ಕೊಡುವನು. ಒಂದು ಕುರ್ಚಿ ಮಾರಿದ ಬೇಲೆ ₹ 680 ಆದರೆ ಅದರ ನಮೂದಿತ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

9. ಒಬ್ಬ ಡೀಲರ್ ತನ್ನ ವಸ್ತುಗಳ 10% ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೂ ಸಹ 10%.ಲಾಭವನ್ನು ಪಡೆಯುವನು. ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ₹ 900 ಆದರೆ ನಮೂದಿತ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

6.7.3 ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ (Simple Interest)

ರಾಮಯ್ಯನ ಹತ್ತಿರ ₹ 10,000 ಇದೆ. ಆದರೆ ಅವನಿಗೆ ವ್ಯವಸಾಯಕ್ಕಾಗಿ ₹ 15,000 ವರೆಗೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಅವನು ಕೃಷಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನ ಮೇನೇಜರ್ ಹತ್ತಿರ ಹೋಗುವನು. ಅವರಿಬ್ಬರ ಸಂಬಾಷಣೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ರಾಮಯ್ಯ : ನಮಸ್ಕಾರ ! ಸಾರ್ ! ನನಗೆ ಕೃಷಿ ಸಾಲಬೇಕು.

ಬ್ಯಾಂಕ್ ಮೇನೇಜರ್ : ನಿನಗೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಬೇಕು ?

ರಾಮಯ್ಯ : ₹ 5000 ಬೇಕು.

ಬ್ಯಾಂಕ್ ಮೇನೇಜರ್ : ಎಷ್ಟು ಕಾಲಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿರುಗಿಸುವೆ ?

ರಾಮಯ್ಯ : 1 ವರ್ಷ

ಬ್ಯಾಂಕ್ ಮೇನೇಜರ್ : 6% ಬಡ್ಡಿಯ ಜೊತೆಗೆ ಅಸಲನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದು ವರ್ಷದ ನಂತರ ಕಟ್ಟಬೇಕು.

ರಾಮಯ್ಯ : ಹಾಗೇ ಆಗಲಿ ಸಾರ್, ಒಟ್ಟು ಹಣವನ್ನು ಕಟ್ಟುತ್ತೇನೆ.

ಬ್ಯಾಂಕ್ ಮೇನೇಜರ್ : ಒಂದು ವರ್ಷದ ನಂತರ ನೀನು ಎಷ್ಟು ಕಟ್ಟಬೇಕು ಗೋತ್ತೇ !

ರಾಮಯ್ಯ : ಹೌದು, ₹ 100 ಕ್ಕೆ ₹ 6 ರಂತೆ ಬಡ್ಡಿ ಕಟ್ಟಬೇಕು.

ಹಾಗೆಯೇ ₹ 1ಕ್ಕೆ ನಾನು ₹ $\frac{6}{100}$ ರಂತೆ ಅಸಲು ₹ 5000 ಕ್ಕೆ ನಾನು ಕೊಡಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿ

₹ $\frac{6}{100} \times 5000 =$ ₹ 300

ಈ ಪ್ರಕಾರವಾಗಿ ನಾನು ₹ 5300 ಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟಬೇಕು.

ಸಾಲ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಅಥವಾ ಕೊಟ್ಟ ಹಣವನ್ನು 'ಅಸಲು' ಎನ್ನುವರು. ಸಾಲ ಪಡೆದಾಗಿನಿಂದ ಹಿಡಿದು, ಹಿಂದಿರುಗಿಸವರೆಗಿನ ಸಮಯವನ್ನು "ಅವಧಿ" ಅಥವಾ "ಕಾಲಕ್ಕೆ ಅಸಲಿನ ಜೊತೆಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಹಣವನ್ನು ಕಟ್ಟಬೇಕು. ಈಗೆ ಅಸಲನ್ನು ಹಿಂದಿರುಗಿಸುವಾಗ ಕೊಡುವ ಹೆಚ್ಚಿನ ಹಣವನ್ನು 'ಬಡ್ಡಿ' ಎನ್ನುವರು.

ಅಸಲು ಮತ್ತು ಬಡ್ಡಿ ಎರಡನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಕಟ್ಟ ಬೇಕಾದ ಹಣಕ್ಕೆ 'ಮೊತ್ತ ಎನ್ನುವರು.

ಮೊತ್ತ = ಅಸಲು + ಬಡ್ಡಿ

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, 1 ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಅಸಲಿನಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪ ಶೇಕಡವಾಗಿ ತಿಳಿಸುತ್ತೇವೆ. ಬಡ್ಡಿಯ ದರವನ್ನು ಹೇಳುವಾಗ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಸಾಲಿಯಾನ ಶೇಕಡಾ (ಸಾ.ಶೇ) ಅಥವಾ ₹100 ಗಳಿಗೆ 1 ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಎಂದಾಗುವುದು.

10% ಸಾ.ಶೇ ಎಂದರೆ ಪ್ರತಿ ₹ 100 ಸಾಲಕ್ಕೆ ₹ 10 ನ್ನು ಬಡ್ಡಿಯಾಗಿ ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

ಉದಾ 20 : ಸುನಿತಾ ₹ 5000 ಕ್ಕೆ ಸಾ.ಸೇ 12% ಬಡ್ಡಿಯಂತೆ ಸಾಲ ಪಡೆದುಕೊಂಡಿದ್ದಾಳೆ. 1 ವರ್ಷದ ನಂತರ ಅವಳು ಕೊಡಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ಅಸಲು = ₹ 5000,

ಬಡ್ಡಿ ದರ = 12 % ವರ್ಷಕ್ಕೆ

₹ 100 ಸಾಲತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಸುನಿತ ₹ 12 ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಅವಳು ₹ 5000 ಸಾಲವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರುವುದರಿಂದ ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಅವಳು ಕಟ್ಟಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿ.

$$= \frac{12}{100} \times 5000 = ₹\ 600$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟ ಬೇಕಾದ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ

ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ = ₹ 5000 + ₹ 600 = ₹ 5600

> ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ P ಅಸಲು, ಬಡ್ಡಿದರ – R% ಬಡ್ಡಿ –I , ರಂತೆ ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಆಗುವ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ
>
> $$A = P + \frac{P \times R}{100}$$

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ರಾಮಯ್ಯ ಕೆಲವು ಅನಿವಾರ್ಯಕಾರಣಗಳಿಂದ ಒಟ್ಟು ಹಣವನ್ನು ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಹಿಂದುರಿಗಿಸಲಾಗಲಿಲ್ಲ. ಸಾಲವನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಮುಂದೂಡಲಾಗಿದೆ. ಮುಂದಿನ ವರ್ಷಕ್ಕೂ ಸಹ ಬಡ್ಡಿ ₹300. ಈ ಪ್ರಕಾರವಾಗಿ ರಾಮಯ್ಯನು ಎರಡು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ₹ 600 ಬಡ್ಡಿಯಾಗಿ ಕಟ್ಟುವನು.

₹ 100 ಕ್ಕೆ ಸಾಲಿಯಾನ ಶೇಕಡ 18% ರಂತೆ 3ನೇ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ ಕಟ್ಟಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿ

$$= 18 + 18 + 18 = 3 \times 18 = ₹\ 54$$

ಕಾಲ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಬಡ್ಡಿಯು ಸಹ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.ಈ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿ ವರ್ಷಕ್ಕೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದನ್ನು ಸರಳಬಡ್ಡಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಅಸಲು $= P$, ಬಡ್ಡಿದರ $= R$ ಕಾಲ $= T$

ಆದರೆ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ $(I) = P \times R\% \times T$ or $P \times \frac{R}{100} \times T = \frac{PRT}{100} = \frac{PTR}{100}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ :

1. ಅಸಲು ₹ 8250 ಕ್ಕೆ 3 ವರ್ಷಗಳ ಕಾಲಕ್ಕೆ 8% ಬಡ್ಡಿದರದಂತೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ?
2. ₹ 3000 ಗಳಿಗೆ 9% ಬಡ್ಡಿದರದಂತೆ ಸಾಲಕೊಟ್ಟರೆ 2½ ವರ್ಷಗಳನಂತರ ಕೊಡಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾ 21 : ₹ 6880 ಗಳಿಗೆ ಸಾಲಿಯಾನ 10% ಬಡ್ಡಿದರದಂತೆ ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ ₹ 7224 ಆಗುತ್ತದೆ ?

ಪರಿಹಾರ : ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ $=$ ₹ 7224

ಅಸಲು $(P) =$ ₹ 6880

ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ $=$ ಮೊತ್ತ – ಅಸಲು $=$ ₹ 7224 – ₹ 6880 $=$ ₹ 344

$R\% = 10\%$

ಈಗ $I = P \times \frac{R}{100} \times T$

$$344 = 6880 \times \frac{10}{100} \times T$$

$$344 \times 100 = 6880 \times 10 \times T$$

ಆದ್ದರಿಂದ $T = \frac{344 \times 100}{6880 \times 10} = \frac{1}{2}$ ವರ್ಷಗಳು $= 6$ ತಿಂಗಳು

ಉದಾ 22 : ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಪ್ರಕಾರ 2 ವರ್ಷ 4 ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ, ಸಾಲಿಯಾನ 8% ಬಡ್ಡಿ ದರದಂತೆ ₹ 3927 ಬಡ್ಡಿಯಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಅಸಲನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ $=$ ₹ 3927,

$R\% = 8\ \%$

$T = 2$ ವರ್ಷ 4 ತಿಂಗಳು $= \left(2 + \frac{4}{12}\right)$ ವರ್ಷಗಳು $= \left(2 + \frac{1}{3}\right)$ ವರ್ಷಗಳು

$T = \frac{7}{3}$ ವರ್ಷಗಳು

$I = P \times \frac{R}{100} \times T$ ನಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$3927 = P \times \frac{8}{100} \times \frac{7}{3}$

$3927 \times 100 \times 3 = P \times 8 \times 7$

ಆದ್ದರಿಂದ $P = \frac{3927 \times 100 \times 3}{8 \times 7}$

ಈ ಪ್ರಕಾರವಾಗಿ, $P =$ ₹ 21037.50

ಆದ್ದರಿಂದ ಅಸಲು $(P) =$ ₹ 21037.50

ಉದಾ 23: ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಯಾವ ಬಡ್ಡಿದರದಂತೆ ₹ 6360 ಗಳು $2\frac{1}{2}$ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ₹1378 ಬಡ್ಡಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಪರಿಹಾರ : ಅಸಲು $(P) =$ ₹ 6360

ಕಾಲ $(T) = 2\frac{1}{2}$ ವರ್ಷಗಳು $= \frac{5}{2}$ ವರ್ಷಗಳು

ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ (S.I) = ₹ 1378

$I = P \times \frac{R}{100} \times T$ ನಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$1378 = 6360 \times \frac{R}{100} \times \frac{5}{2}$

$1378 \times 100 \times 2 = 6360 \times 5 \times R$

ಆದ್ದರಿಂದ $R = \frac{1378 \times 100 \times 2}{6360 \times 5} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}\%$

ಉದಾ 24 : 16 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಬಡ್ಡಿದರದಂತೆ ನಿಗದಿತ ಹಣವು ಮೂರರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ.?

ಪರಿಹಾರ : ಅಸಲು $(P) =$ ₹ x ಆಗಿರಲಿ

16 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಮೊತ್ತ $=$ ₹ $3x$

ಮೊತ್ತ – ಅಸಲು = ಬಡ್ಡಿ

ಆದ್ದರಿಂದ $3x - x = 2x$

$P = x, \quad T = 16, \quad I = 2x$

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T$$

$$2x = x \times \frac{R}{100} \times 16$$

$$2x \times 100 = x \times 16 \times R$$

ಆದ್ದರಿಂದ $R = \frac{2x \times 100}{x \times 16} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$ %

ಅಭ್ಯಾಸ –6

1. ₹12600 ಅಸಲಿಗೆ 9% ಬಡ್ಡಿ ದರದಂತೆ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ ₹ 15624 ಆಗಲು ಎಷ್ಟು ಕಾಲ ಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ?
2. 8 ವರ್ಷ 4 ತಿಂಗಳ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಬಡ್ಡಿದರದಂತೆ ಅಸಲು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳ್ಳುವುದು ?
3. ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನವರು ಶಾಲೆಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಒಂದು ಉಳಿತಾಯ ಸ್ಕೀಂ ಪ್ರಕಟಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕಿಡ್ಡೀ ಬ್ಯಾಂಕ್‌ಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು, ಅವರ ಉಳಿತಾಯ ಹಣವನ್ನು ಕೂಡಿಟ್ಟ ಕೊಂಡನಂತರ, ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಒಂದು ಬಾರಿ ಆ ಹಣವನ್ನು ಸೇಕರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಹಣ ₹ 10000 ಗಿಂತ ಮೇಲಿದ್ದರೆ 6% ರಂತೆ, ಅದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದರೆ 5% ರಂತೆ ಬಡ್ಡಿದರವನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಾರೆ. ₹ 9000 ಶೇಖರಣೆಗೆ ಆ ಶಾಲೆ ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿಗಳಿಸುತ್ತದೆ ?
4. ಯಾವ ಅಸಲಿಗೆ 8% ಬಡ್ಡಿದರದಂತೆ 2 ವರ್ಷಗಳ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಸರಳಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ₹ 12122 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 9 % ಬಡ್ಡಿದರದಂತೆ 2 ವರ್ಷ 8 ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೊತ್ತವಾಗುತ್ತದೆ ?
5. ಯಾವ ಬಡ್ಡಿದರಕ್ಕೆ ₹ 6500 ಗಳು 4 ವರ್ಷಗಳ ಕಾಲಕ್ಕೆ ₹ 8840 ಆಗುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಬಡ್ಡಿ ದರದಂತೆ ₹ 1600 ಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಕಾಲದಲ್ಲಿ ₹ 1816 ಮೊತ್ತವಾಗುತ್ತದೆ.

ಬಡ್ಡಿ ಪಡೆಯೋಣ !

ಮಕ್ಕಳೇ ! ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಆಟ ಆಡೋಣವೇ !

ಈ ಆಟವನ್ನು 5 ಮಂದಿ ಆಡಬಹುದು.

1. ಮೂರು P, R ಮತ್ತು T ಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿದ ಬಟ್ಟಲುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಪ್ರತಿ ಬಟ್ಟಲಿನಲ್ಲಿ 5 ಪೇಪರು ತುಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಪ್ರತಿ ತುಂಡಿನ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆದು ಹಾಕಬೇಕು.
   (ಸೂಚನೆ : P ಬಟ್ಟಲಿನಲ್ಲಿ 100 ಗುಣಕಗಳಾಗಲಿ ಅಥವಾ 1000 ಗುಣಕಗಳಾಗಲಿ ಬರೆಯಿರಿ)

2. ಪ್ರತಿ ಬಟ್ಟಲಿನಿಂದ ಒಂದು ಪೇಪರ್ ತುಂಡಿನಂತೆ ಮೂರು ಬಟ್ಟಲುಗಳಿಂದ ಮೂರು ಪೇಪರ್ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

3. P ಬಟ್ಟಲಿನಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಸಲು ಆಗಿ, T ಬಟ್ಟಲಿನಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಾಲವಾಗಿ, R ಬಟ್ಟಲಿನಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಬಡ್ಡಿದರವಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

4. ಈಗ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು I, P, T ಮತ್ತು R ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ.

5. ನೀವು ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹೇಳಿದ ಅಕೌಂಟಿನಲ್ಲಿ ಆ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ, ತಪ್ಪು ಹೇಳಿದರೆ (0) ಯಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

ಸೂಚನೆ : 2 ಅಥವಾ 3 ಬಾರಿ ಇದೇ ಆಟವನ್ನು ಆಡಿ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

ಬಡ್ಡಿಯ ಮೊತ್ತ				
ಹೆಸರು	1ನೇ ಬಾರಿ	2ನೇ ಬಾರಿ	3ನೇ ಬಾರಿ	ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು :

- ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಅನುಪಾತಗಳಲ್ಲಿ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ನನ್ನ ಸಂಬಳ ತಿಂಗಳಿಗೆ ₹ 10000 ಮತ್ತು ನನ್ನ ಮಿತ್ರನ ಸಂಬಳ ತಿಂಗಳಿಗೆ ₹ 20000 ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಅಂದರೆ ನನ್ನ ಸಂಬಳ ನನ್ನ ಮಿತ್ರನ ಸಂಬಳದಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ ಅಥವಾ ನನ್ನ ಮಿತ್ರನ ಸಂಬಳ ನನ್ನ ಸಂಬಳಕ್ಕಿಂತ ಎರಡರಷ್ಟು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ನನ್ನ ಸಂಬಳ ಮತ್ತು ನನ್ನ ಮಿತ್ರನ ಸಂಬಳಗಳ ಅನುಪಾತ 1:2 ಯಾಗಿ ಮಿತ್ರನ ಸಂಬಳ ಮತ್ತು ನನ್ನ ಸಂಬಳಗಳ ಅನುಪಾತ 2:1 ಆಗಿ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.
- ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳಲ್ಲಿನ ಪದಗಳು ಸಮಾನುಪಾತಗಳಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.
- ಒಂದನ್ನೊಂದು ಅವಲಂಬಿಸಿದ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಪರಿಮಾಣ ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ (ಕಡಿಮೆಯಾದಾಗ) ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣವೂ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ (ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ) ಅಂತಹ ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ನೇರಅನುಪಾತ ಎನ್ನುವರು.

- ಶೇಕಡಾ ಎಂದರೆ "ಪ್ರತಿಶತ" ಅಥವಾ 100ಕ್ಕೆ ಇಂತಿಷ್ಟು ಎಂದು ಅರ್ಥ. ಅನುಪಾತ ಹೋಲಿಕೆಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬಳಸುವುದರಿಂದ ಅರ್ಥಗರ್ಭಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಶೇಕಡದ ಗುರ್ತು "%" . 13% ಎಂದರೆ 100ಕ್ಕೆ 13 ಎಂದರ್ಥ.

  $$13\% = \frac{13}{100} = 0.13$$

- ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿನ ಲಾಭ ನಷ್ಟಗಳನ್ನು, ರಿಯಾಯಿತಿ, ಸರಳಬಡ್ಡಿ ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾಮಾನಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಅನುಪಾತಗಳ ಆಕರ್ಷಿಕ ತಮಾಷೆ !

1,2,3,............9 ಅಂಕೆಗಳಿಂದ ಎರೆಡೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳ ಅನುಪಾತ 1:2 ಇರುವಂತೆ $\frac{7329}{14658} = \frac{1}{2} =$ 1:2

ಈ ಲೆಕ್ಕ ನೋಡಲು ಆಸಕ್ತಿಕರವಾಗಿದೆ.

ಮತ್ತೊಂದು ಆಸಕ್ತಿಕರ ಅಂಶವೇನಂದರೆ 1 ರಿಂದ 9 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು 1:3, 1:4, 1:5, ...1:9 ಇರುವಂತೆಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಆನಂದಿಸಿರಿ.

ದತ್ತಾಂಶಗಳ ನಿರ್ವಹಣೆ

7

7.0 ಪರಿಚಯ

ರವಿ ದಿನ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ರೀಡೆಗಳ ವಾರ್ತೆಗಳ ಪುಟವನ್ನು ಓದುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಆ ಪುಟದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಕ್ರೀಡಾ ವಾರ್ತೆಗೆ ಸಂಭಂದಿಸಿದಂತೆ ಹೀಗಿವೆ.

2011 ಪ್ರಪಂಚಕಪ್ 5 ಜನ ಉತ್ತಮ ಬ್ಯಾಟ್ಸ ಮನ್

ಬ್ಯಾಟ್ಸ್‌ಮೆನ್ ಹೆಸರು	ಮಾಡಿದ ರನ್ನುಗಳು
ಟಿ.ಎಂ.ದಿಲ್ಷನ್ (ಶ್ರೀಲಂಕ)	500
ಸಚಿನ್ ಟೆಂಡೂಲ್ಕರ್ (ಭಾರತ)	482
ಕೆ.ಸಂಗಕ್ಕರ (ಶ್ರೀಲಂಕ)	465
ಜೋನಾಥನ್ ಟ್ರಾಟ್ (ಇಂಗ್ಲಂಡ್)	422
ತರಂಗ. ಯು(ಶ್ರೀಲಂಕ)	395

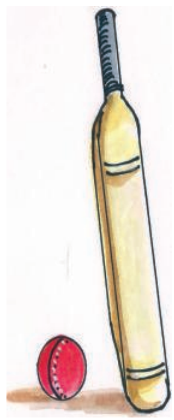
ಪಟ್ಟಿಕೆ–1

2011 ಪ್ರಪಂಚ ಕಪ್‌ನಲ್ಲಿ ಐದು ಜನ ಉತ್ತಮ ಬೌಲರ್‌ಗಳು

ಬೌಲರ್ ಹೆಸರು	ಪಡೆದುಕೊಂಡ ವಿಕೆಟ್‌ಗಳು
ಅಫ್ರೀದೀ (ಪಾಕಿಸ್ತಾನ್)	21
ಜಹೀರ್‌ಖಾನ್ (ಇಂಡಿಯಾ)	21
ಟಿ.ಜಿ.ಸೌತೀ (ನ್ಯೂಜಿಲ್ಯಾಂಡ್)	18
ಪೀಟರ್‌ಸನ್ (ದ. ಆಫ್ರಿಕ)	15
ಎಂ. ಮುರಳೀಧರನ್ (ಶ್ರೀಲಂಕ)	15

ಪಟ್ಟಿಕೆ–2

ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟಿಕೆಗಳು ಏನನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತಿವೆ?



2011 ಪ್ರಪಂಚಕಪ್ ಕ್ರಿಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ ಬ್ಯಾಟ್ಸ್‌ಮನ್‌ಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು, ಅವರು ಮಾಡಿದ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಮೊದಲನೆ ಪಟ್ಟಿಕೆ ತಿಳಿಸುತ್ತಿದೆ. ನಿರ್ಣಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ, ಉದಾಹರಣಗೆ ಅತ್ಯುತ್ತಮ ಬ್ಯಾಟ್ಸ್‌ಮೆನ್ ಅವಾರ್ಡು ಯಾರಿಗೆ ಕೊಡಬೇಕೆಂಬ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ನಿರ್ಣಯಕ್ಕೆ ಬರಲು ಪ್ರಪಂಚಕಪ್ ನಿರ್ವಾಹಕರಿಗೆ ಈ ಸಮಾಚಾರ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ.

2011 ಪ್ರಪಂಚಕಪ್ ಕ್ರಿಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ವಿಕೆಟ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದ ಬೌಲರ್‌ಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು, ಅವರು ಪಡೆದುಕೊಂಡ ವಿಕೆಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 2ನೇ ಪಟ್ಟಿಕೆ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿನ ಸಮಾಚಾರ ಅಂತಿಮ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಸೂಕ್ತ ನಿರ್ಣಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಅತ್ಯುತ್ತಮ ಬೌಲರ್ ಅವರು ಯಾರಿಗೆ ಕೊಡಬೇಕೆಂಬ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ನಿರ್ಣಯಕ್ಕೆ ಬರಲು ಪ್ರಪಂಚಕಪ್ ನಿರ್ವಾಹಕರಿಗೆ ಈ ಸಮಾಚಾರ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ರೀತಿ ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳ ಕುರಿತ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಸಂಗ್ರಹ, ವಿಂಗಡನೆ, ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ, ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸುವಿಕೆ ಇವುಗಳನ್ನು ಕುರಿತ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ "ದತ್ತಾಂಶಗಳು ಅಥವಾ ಅಂಕಿ–ಆಂಶಗಳು " ಅಥವಾ "ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಬ್ಯಾಟ್ಸ್‌ಮನ್ ಹೆಸರುಗಳು ಅವರು ಮಾಡಿದ ರನ್ನುಗಳು, ಬೌಲರ್‌ಗಳ ಹೆಸರುಗಳು ಪಡೆದುಕೊಂಡ ವಿಕೆಟ್‌ಗಳು ಮೊದಲಾದ ವಿವರಗಳನ್ನೇ 'ಅಂಕಿ ಅಂಶಗಳು' ಅಥವಾ 'ದತ್ತಾಂಶಗಳು' ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಪಟ್ಟಿಕೆಗಳು, ನಕ್ಷೆಗಳು ನಮಗೆ ಅಂಕಿ ಅಂಶಗಳ ಅಥವಾ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ತಿಳಿಯಪಡಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ರೀತಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ಪ್ರತಿ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸುವುದನ್ನು "ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳು" ಅಥವಾ "ಮೌಲ್ಯಗಳು" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

7.1 ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಜೋಡಣೆ

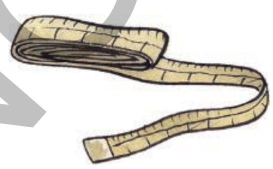
"ಜವಹರ್ ಬಾಲ ಆರೋಗ್ಯ ರಕ್ಷಾ " ಫಥಕದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಪಾಠಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಎಂಟನೇ ತರಗತಿ ಓದುತ್ತಿರುವ ಏಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ವಿವರಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಣ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

ಆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೃಷ್ಣ ತನ್ನ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ನಮೋದು ಮಾಡಿದ್ದಾನೆ.

ಅಮಲ –125 ಸೆಂ.ಮೀ, ಅಲೇಖ್ಯ – 133ಸೆಂ.ಮೀ, ತಬಸ್ಸುಮ್ – 121 ಸೆಂ.ಮೀ, ಸುಧ –140 ಸೆಂ.ಮೀ, ವನಜ –117 ಸೆಂ.ಮೀ, ಲೆನಿನ್ –129 ಸೆಂ.ಮೀ, ರಾಜೇಶ್ – 132 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಇದೇ ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಕುಮಾರ್ ಎಂಬ ಮತ್ತೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನಮೋದಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಹೆಸರು	ಎತ್ತರ (ಸೆಂ.ಮೀ.ಗಳಲ್ಲಿ)
ವನಜ	117
ತಬಸ್ಸುಮ್	121
ಅಮಲ	125
ಲೆನಿನ್	129
ರಾಜೇಶ್	132
ಅಲೇಖ್ಯ	133
ಸುಧ	140



ಈಗ,ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.

(i) ಮೇಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ಎತ್ತರ ಇರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಯಾರು ?

(ii) ಮೇಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಿಡ್ಡವಾಗಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಯಾರು ?

(iii) ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಎತ್ತರ ಪ್ರಕಾರ ನಿಲ್ಲಿಸಿದರೆ ಅಮಲ, ರಾಜೇಶ್‌ಗೆ ಮಧ್ಯ ಇರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಯಾರು ?

ಮೇಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಲು ನೀವು ಕೃಷ್ಣ ಬರೆದ ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೀರಾ ಅಥವಾ ಕುಮಾರ್ ಬರೆದ ಸಮಾಚಾರವನ್ನಾ ? ನೀವುಗಳು ಬಹುಶ ಕುಮಾರ್ ರೂಪಿಸಿದ ಸಮಾಚಾರವನ್ನೇ ಉಪಯೋಗಿಸಿರುತ್ತೀರಿ. ಕುಮಾರ್ ರೂಪಿಸಿದ ಸಮಾಚಾರ ಒಂದು ಕ್ರಮ ಪದ್ದತಿಯಲ್ಲಿ ಇದ್ದು, ಓದುವುದಕ್ಕೂ, ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೂ ಸುಲಭವಾಗಿ ಫಲಿತಾಂಶದ ಮೇಲೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿರಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

ಒಂದು ಯೂನಿಟ್ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ತೆಲುಗು, ಹಿಂದಿ, ಇಂಗ್ಲೀಷ್, ಗಣಿತ, ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಜ್ಞಾನ, ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಮರ್ ಕ್ರಮವಾಗಿ 20,18,23,21,24,22 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದಾನೆ ಈ ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಅರ್ಥವಂತವಾಗಿ, ಕ್ರಮ ಪದ್ದತಿಯಲ್ಲಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ,ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಕ್ರಮಪದ್ದತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ.

ತರಗತಿ ಕೋಣೆ ಪ್ರಾಜೆಕ್ಟ್

ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಮಕ್ಕಳ ತೂಕಗಳನ್ನು ತೂಕದ ಯಂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ತೂಕಗಳನ್ನು ಕ್ರಮ ಪದ್ದತಿಯಲ್ಲಿ ಆರೋಹಣ ಅಥವಾ ಅವರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೊಡಿರಿ.

a. ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಅತಿಕಡಿಮೆ ತೂಕ ಯಾರು ಇದ್ದಾರೆ ?

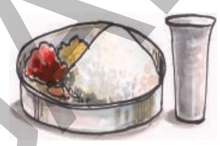
b. 25 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ತೂಕ ಇರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೆಷ್ಟು ?

c. 20 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ನಿಂದ 30ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಮಧ್ಯ ತೂಕ ಇರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೆಷ್ಟು?

7.2 ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳು

ಒಂದು ವಸತಿ ಗೃಹದಲ್ಲಿ,

- ಒಬ್ಬೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಒಂದು ದಿನಕ್ಕೆ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸರಾಸರಿ ಅಕ್ಕಿ 150ಗ್ರಾಂ.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸರಾಸರಿ ವಯಸ್ಸು 13 ವರ್ಷಗಳು.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರ 135 ಸೆಂ.ಮೀ.



ಮಕ್ಕಳೇ ! ಮೇಲಿನ ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಒಂದು ಸಾರಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ. ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಒಂದು ದಿನಕ್ಕೆ 150 ಗ್ರಾಂ. ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು ಬಳಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದಾನಾ? ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ವಯಸ್ಸು 13 ವರ್ಷಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದಾ? ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು 135 ಸೆಂ.ಮೀ ಎತ್ತರ ಇರುತ್ತಾರೆಂದು ಹೇಳಬಹುದಾ?

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಗಳು "ಅಲ್ಲ" ಎಂದು ಬರುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ಮಕ್ಕಳು 150 ಗ್ರಾಂ ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು, ಮತ್ತೆ ಕೆಲವು ಮಕ್ಕಳು 150 ಗ್ರಾಂ ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ತಿನ್ನಬಹುದು. ಮತ್ತೆ ಕೆಲವರು ಖಚ್ಚಿತವಾಗಿ 150 ಗ್ರಾಂ ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು ತಿನ್ನಬಹುದು. ಮಕ್ಕಳ ತೂಕ, ಎತ್ತರ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲೂ ಅಷ್ಟೇ !

ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ವಸತಿಗೃಹದಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಬಳಕೆ ಮಾಡಿದ ಅಕ್ಕಿ 150 ಗ್ರಾಂ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಒಬ್ಬೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಬಳಕೆ ಮಾಡಿದ ಅಕ್ಕಿಗೆ ಇದು "ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ಬೆಲೆ." ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಒಬ್ಬೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ವಯಸ್ಸು 13 ವರ್ಷ ಸುಚಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು ಒಬ್ಬೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ವಯಸ್ಸಿಗೆ, ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆ ಎತ್ತರ ವಿಷಯದಲ್ಲೂ ಇದೇ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣಗಳೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತಿವೆ. ಅದನ್ನೇ **ಸರಾಸರಿ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ 'ಸರಾಸರಿ' ಹಾಗೂ 'ಮಧ್ಯಾಂಕ ', 'ಬಹುಳಕ' ಎಂಬ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳು ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳೋಣ.

7.3.1 ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಅಂಕಗಣಿತ ಮಾಧ್ಯಮ (Arithmetic Mean)

ಒಂದು ಪಾಠಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಯಾಮ ಶಿಕ್ಷಕ ಪ್ರತಿದಿನ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಬೇಕೆಂದು ತನ್ನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿದ್ದರು. ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ರಾಜೇಂದ್ರ ಎಂಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಅಭ್ಯಾಸ ಕಾಲದ ವಿವರಗಳು (ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ) ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಇವೆ.

ದಿನ	ಸೋಮ	ಮಂಗಳ	ಬುಧ	ಗುರು	ಶುಕ್ರ	ಶನಿ	ಆದಿ
ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ ಕಾಲ(ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ)	20	35	40	30	25	45	15

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೊಸ್ಕರ ರಾಜೇಂದ್ರ ಪ್ರತಿ ದಿನ ವ್ಯಯಮಾಡಿದ ಸಮಯವನ್ನು ನಾವು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಬಹುದಾ? ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

ಒಟ್ಟು ವಾರದಲ್ಲಿ ರಾಜೇಂದ್ರ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೋಸ್ಕರ ವ್ಯಯ ಮಾಡಿದ ಸಮಯವೆಷ್ಟು ?

ಒಟ್ಟು ಸಮಯ $= 20 + 35 + 40 + 30 + 25 + 45 + 15 = 210$ ನಿಮಿಷಗಳು.

ದಿನಕ್ಕೆ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೋಸ್ಕರ ವ್ಯಯಮಾಡಿದ ಸಮಯವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಲು, ಒಟ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ಒಟ್ಟು ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು.

ಅಂದರೆ $$\frac{20+35+40+30+20+45+15}{7} = \frac{210}{7} = 30 \text{ ನಿಮಿಷಗಳು.}$$

ಇದು ಪ್ರತಿದಿನಕ್ಕೆ ಅಭ್ಯಾಸಕೋಸ್ಕರ ವ್ಯಯ ಮಾಡಿದ ಸರಾಸರಿ ಸಮಯ.

ಉದಾ 1 : ಒಬ್ಬ ತರಕಾರಿ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ಬಂದ ಸಂಪಾದನೆ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) 200, 150,18,300,160,170,170. ಒಂದು ದಿನಕ್ಕೆ ಅವನ ಸರಾಸರಿ ಸಂಪಾದನೆ ಎಷ್ಟು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಒಟ್ಟು ಸಂಪಾದನೆ (₹ಗಳಲ್ಲಿ) = 200+150+180+300+160+170+170 = ₹1330

ವಾರದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ದಿನಗಳು = 7

ಸರಾಸರಿ ಸಂಪಾದನೆ $= \frac{1330}{7} =$ ₹ 190

ಸರಾಸರಿಯನ್ನು 'ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಅಂಕಗಣಿತ ಮಧ್ಯಮ' ಎಂದು ಸಹ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಸರಾಸರಿ (**AM**) $= \dfrac{\text{ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. ಒಂದು ಟೀಮ್‌ನಲ್ಲಿನ ಕ್ರೀಡಾ ಪಟುಗಳ ವಯಸ್ಸುಗಳು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ)16, 16, 16, 14, 17, 18.ಆದರೆ
   (i) ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ, ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ವಯಸ್ಸುಗಳಿನ ಕ್ರೀಡಾ ಪಟುಗಳ ವಯಸ್ಸುಗಳು ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ?
   (ii) ಕ್ರೀಡಾಪಟುಗಳ ಸರಾಸರಿ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು ?
2. ನೀವು ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ದಿನಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಲೋಟ ನೀರು ಕುಡಿಯುತ್ತೀರಿ? ಈ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

7.3.2 ಅಂಕ ಮಧ್ಯಮ ಎಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ?

ತೆಲುಗು, ಹಿಂದಿ ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಪಾಠ್ಯಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಅನಿಲ್, ಅಮರ್, ಆಂಟೋನಿ, ಇಂದರ್ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳ ವಿವರಗಳು ಕೆಳಗಿನ ವಿಧದಲ್ಲಿ ಇವೆ.

	ತೆಲುಗು	ಹಿಂದಿ	ಇಂಗ್ಲೀಷ್
ಅನಿಲ್	15	8	10
ಅಮರ್	10	10	12
ಆಂಟೋನಿ	11	6	11
ಇಂದರ್	12	12	13

ಪ್ರತಿ ಸಬ್ಜೆಕ್ಟ್‌ನಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪಡೆದ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡೋಣ.

ತೆಲುಗು	ಹಿಂದಿ	ಇಂಗ್ಲೀಷು
$AM = \frac{15+10+11+12}{4}$	$AM = \frac{8+10+6+12}{4}$	$AM = \ldots\ldots\ldots$
$= \frac{48}{4}$	$= \frac{36}{4}$	$= \ldots\ldots\ldots$
$= 12$	$= \ldots\ldots\ldots$	$= \ldots\ldots\ldots$
ಅತ್ಯಧಿಕ ಅಂಕಗಳು = 15	ಅತ್ಯಧಿಕ ಅಂಕಗಳು = ...	ಅತ್ಯಧಿಕ ಅಂಕಗಳು = ...
ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಅಂಕಗಳು = 10	ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಅಂಕಗಳು = ...	ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಅಂಕಗಳು = ...
ಸರಾಸರಿ = 12	ಸರಾಸರಿ = ...	ಸರಾಸರಿ = ...

ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ "ಸರಾಸರಿ" ಬೆಲೆ ಅತ್ಯಧಿಕ, ಅತಿಕಡಿಮೆ ಬೆಲೆಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಇದೆಯಾ?
ನಿಜ ಅಲ್ಲವೇ !

" ಸರಾಸರಿ ಯಾವಾಗಲೂ ಅತ್ಯಧಿಕ, ಅತಿಕಡಿಮೆ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಅಥವಾ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಬೆಲೆಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.

7.3.3 ಸರಾಸರಿ ಗುಣಲಕ್ಷಣ

ಉದಾ 2 : ಒಂದು ಕುಟುಂಬದಲ್ಲಿ ಕೃಷ್ಣ, ರಾಧಿಕ, ನಿಹಾರಿಕ, ನಿಖಿಲ್ ಎಂಬ ಕುಟುಂಬ ಸದಸ್ಯರು ವಯಸ್ಸುಗಳು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ) 44,39,17,12. ಆದರೆ (i) ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಅಂಕ ಮಧ್ಯಮ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ? (ii) ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅವರುಗಳ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು ? ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಸರಾಸರಿ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು ? ಸರಾಸರಿಯಲ್ಲಿನ ಬದಲಾವಣೆಗೂ, ವಯಸ್ಸುಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?

ಪರಿಹಾರ : ಕುಟುಂಬ ಸದಸ್ಯರ ವಯಸ್ಸುಗಳು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ) $= 44, 39, 17, 12$

ಕುಟುಂಬ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆ $= 4$

ಆದ್ದರಿಂದ ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಸರಾಸರಿ $= \frac{44+39+17+12}{4} = \frac{112}{4} = 28$ ವರ್ಷಗಳು

ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಅವರ ವಯಸ್ಸಗಳು $= 44-5, 39-5, 17-5, 12-5$

$= 39, 34, 12, 7$

$\therefore$ ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅವರ ಸಾರಸರಿ $= \frac{39+34+12+7}{4} = \frac{92}{4} = 23$ ವರ್ಷಗಳು

ಪ್ರಸ್ತುತ ಸರಾಸರಿಗೂ, ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಸರಾಸರಿಗೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೆಷ್ಟು? ಇದರಿಂದ ಏನು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ ?

ಪ್ರತಿ ಕುಟುಂಬ ಸದಸ್ಯರ ಐದು ವರ್ಷ ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ಸರಾಸರಿಯೂ ಸಹ ಐದು ವರ್ಷ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಸ್ತುತದಿಂದ ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಕುಟುಂಬ ಸದಸ್ಯರ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಆ ಕುಟುಂಬದಲ್ಲಿನ ಸದಸ್ಯರ ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟಿರಬಹುದು.

"ಒಂದು ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿದರೂ, ಅಥವಾ ಕಳೆದರೂ ಸರಾಸರಿ ಕೂಡಾ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯಾ ಬೆಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ತಗ್ಗುತ್ತದೆ".

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. ಒಂದು ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ 10 ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಟ ಬೆಲೆ 25 ಯಾಗಿ ಕನಿಷ್ಟ ಬೆಲೆ 15 ಯಾಗಿ ಇದೆ. ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟು ಆಗುವ ಅವಕಾಶವಿದೆ ? ಏಕೆ ?

   (i) 12 (ii) 15 (iii) 21 (iv) 27

2. ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಬೆಲೆಗಳು 23, 45, 33, 21, 48, 30, 34, 36 , 35 ಯಾಗಿ ನಮೋದಾಗಿದೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬೆಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಬೆಲೆ ಸರಾಸರಿ ಆಗುತ್ತದೆಯೋ ಲೆಕ್ಕಿಸದೇ ತಿಳಿಸಿರಿ.

   (i) 20 (ii) 35 (iii) 48 (iv) 50

ಅಭ್ಯಾಸ –1

1. ಹೈದರಾಬಾದ್‌ನಲ್ಲಿ 2011 ಫೆಬ್ರವರಿ 26 ರಿಂದ ಮಾರ್ಚ್ 4ರ ವರೆಗೆ ಪ್ರತಿದಿನವೂ ಗರಿಷ್ಟ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆಗಳು 26 °C, 27 °C, 30 °C, 30 °C, 32 °C, 33 °C , 32 °C ಯಾಗಿ ದಾಖಲೆಯಾಗಿವೆ.
   (i) ಆ ವಾರದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಧಿಕ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ ಎಷ್ಟು ?
   (ii) ಆ ವಾರದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿದಿನದ ಗರಿಷ್ಟ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆಗಳ ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟು ?

2. ಒಂದು ಪಾಠಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಾಹ್ನ ಭೋಜನ ಪಥಕದಲ್ಲಿ 5 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾದ ಅಕ್ಕಿ 15.750 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ, 14.850 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ, 14.700ಕಿ.ಗ್ರಾಂ, 17.700 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ, ಆದರೆ ಐದು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ಅಕ್ಕಿಯ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. ಒಂದು ಗ್ರಾಮದಲ್ಲಿ ಶೇಂಗಾ, ಜೋಳ, ಸಾಸಿವೆ ಬೆಳೆಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಯುತ್ತಾರೆ. ಕ್ರಮವಾಗಿ ನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಆಯಾ ಬೆಳೆಗಳಿಗೆ ಎಕರೆಗೆ ಲಾಭವು (ರುಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಇವೆ.

ಬೆಳೆ/ಸಂವತ್ಸರ	2005	2006	2007	2008
ಶೇಂಗಾ	7000	8000	7500	7500
ಜೋಳ	6000	1000	8000	1000
ಸಾಸಿವೆ	9000	5000	3000	4000

   (i) ಮೇಲಿನ ನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಬೆಳೆಗೆ ಸರಾಸರಿ ಲಾಭವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (ii) ಆ ನಂತರ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಬೆಳೆ ಬೆಳೆದರೆ ಚೆನ್ನಾಗಿರುತ್ತದೆಯೋ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರ ಆಧಾರವಾಗಿ ತಿಳಿಸಿರಿ.

4. ಟಿ.ಎಸ್.ಆರ್.ಟಿ.ಸಿ ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಆದಿಲಾಬಾದ್ ನಿಂದ ನಿರ್ಮಲ್ ವರೆಗೆ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ 4 ಟ್ರಿಪ್ಪುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ ಪ್ರಯಾಣಿಕರ ಸಂಖ್ಯೆ 39,30,45,54. ಆ ಬಸ್ಸು ಆಕ್ಯೂಪೆನ್ಸೀ ರೇಷಿಯೋ (ಒಂದು ಟ್ರಿಪ್ಪಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ ಸರಾಸರಿ ಪ್ರಯಾಣಿಕರ ಸಂಖ್ಯೆ) ಆ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು?

5. ಇಂಗ್ಲೀಷು ಘಟಕ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಅಂಜು, ನೀಲೇಶ್, ಲೇಖ್ಯ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಇವೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಹೆಸರು	ಘಟಕ ಪರೀಕ್ಷೆ – I	ಘಟಕ ಪರೀಕ್ಷೆ –II	ಘಟಕ ಪರೀಕ್ಷೆ– III	ಘಟಕ ಪರೀಕ್ಷೆ – IV
ಅಂಜು	ಅನುಪಸ್ಥಿತಿ	19	18	19
ನೀಲು	0	15	17	19
ಲೇಖ್ಯ	15	19	19	19

(i) ಲೇಖ್ಯ ಪಡೆದ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) ಅಂಜು ಪಡೆದ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಆಕೆ ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು 3 ನಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಿರೇ ಇಲ್ಲದೇ 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಿರೇ? ಏಕೆ?

(iii) ನೀಲೇಷ್ ಎಲ್ಲಾ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಿಗೂ ಹಾಜರಾಗಿದ್ದಾನೆ. ಅವನ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕಗಳೆಷ್ಟು? ಅವನು ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತಾರಾ ಇಲ್ಲವೇ 4 ರಿಂದನಾ ? ಏಕೆ ?

(iv) ಇಂಗ್ಲೀಷು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಒಳ್ಳೆ ಪ್ರತಿಭೆ ತೋರಿಸಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯಾರು ?

6. ಮೂರು ಸ್ನೇಹಿತರು ಒಂದು ಹೋಟಲ್ ಹೋಗಿ ತಮಗಿಷ್ಟವಾದ ತಿಂಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಕ್ರಮವಾಗಿ ₹16, ₹17, ₹21 ಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. (i) ಅವರ ಸರಾಸರಿ ಖರ್ಚನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ? (ii) ಅವರು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ ಹಣಕ್ಕೆ 3ರಷ್ಟು ಮೊತ್ತವನ್ನು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದರೆ ಸರಾಸರಿ ಖರ್ಚು ಎಷ್ಟು ? (iii) ಖರ್ಚಿನಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಗೂ ಸರಾಸರಿ ಖರ್ಚಿನಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಗೂ ಮಧ್ಯ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ ?

7. ಮೊದಲ 10 ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ಮೊದಲ 5 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ (Prime numbers)ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ನಾಲ್ಕು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಎರಡು ಕನಿಷ್ಠ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿ 102. ಮೊದಲ ಮೂರು ಕನಿಷ್ಠ ಪೂರ್ಣಾಂಕಳ ಸರಾಸರಿ 103, ಒಟ್ಟು ನಾಲ್ಕು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿ 104. ಈ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಗರಿಷ್ಠ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

10. ಸರಾಸರಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಸರಿಯಾದ ಸಮಾಚಾರ ಕೊಡುತ್ತಾ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪ್ರಾಜೆಕ್ಟ್

ನಿಮ್ಮ ಬೀದಿಯಲ್ಲಿನ ಮನೆಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಕುಟುಂಬ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ಬೀದಿಯಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ಪರಿಮಾಣ ಎಷ್ಟು ? ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

7.4 ಬಹುಳಕ (Mode) ಅಥವಾ ರೂಢಿ ಬೆಲೆ :

ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನೆಯದಾದ " ಬಹುಳಕ" ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಓದಿರಿ

ಉದಾ–3: ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಯಾವ ಅಡುಗೆ ಎಣ್ಣೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಶೇಖರಿಸಿ ಕೊಳ್ಳಲು ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳಬೇಕೆಂದು ಕೊಂಡಿದ್ದಾನೆ. ಅದಕ್ಕೊಸ್ಕರ ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ಅಡುಗೆ ಎಣ್ಣೆ ಮಾರಾಟವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ರಿಕಾರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ಬರೆದಿಟ್ಟಿದ್ದಾನೆ.

ದಿನ	ಮಾರಿದ ಅಡುಗೆ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳು
ಸೋಮ	GGGSSSSPP
ಮಂಗಳ	GGGSSSSSPP
ಬುಧ	GGSSSSSP
ಗುರು	GGGSSSP
ಶುಕ್ರ	GGGSSPP
ಶನಿ	GSSSSSSSS
ಆದಿ	GGGSSSP

G = ಶೇಂಗ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್ S = ಸೂರ್ಯಕಾಂತಿ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್ ಮತ್ತು P= ಪಾಮೋಲಿನ್ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್

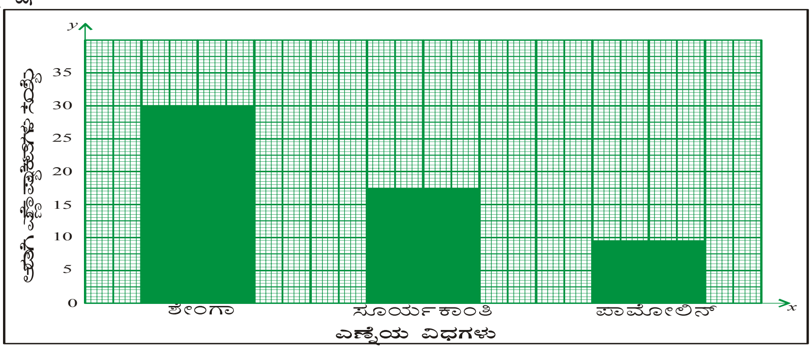
ಇಂತರ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಅಡುಗೆ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್ಗಳ ಸರಾಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸುವದರಿಂದ ಒಂದು ನಿರ್ಣಯಕ್ಕೆ ಬರುವುದಕ್ಕೆ ಆ ವ್ಯಾಪಾರಿಗೆ ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದಯೇ ?

ಸಾಧನೆ : ತಾನು ಆರ್ಡರ್ ಮಾಡಬೇಕಾದ ಅಡುಗೆ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳು ಸರಾಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೊದಲು ವ್ಯಾಪಾರಿ ಲೆಕ್ಕಿಸುತ್ತಾನೆ.

ಅಡುಗೆ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳ ಸಾರಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ $= \dfrac{18+30+9}{3} = \dfrac{57}{3} = 19.$

ಪ್ರತಿ ವಿಧದ ಅಡುಗೆ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳನ್ನು 19 ರಂತೆ ಶೇಖರಿಸಿ ಇಡಬೇಕಾ? ವ್ಯಾಪಾರಿ ಅಡುಗೆ ಎಣ್ಣೆ ಮಾರಾಟಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತಾನೆ. ಸೂರ್ಯಕಾಂತಿ ಎಣ್ಣೆಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಡಿಮಾಂಡ್ ಇರುವುದನ್ನು ಪಾಮೋಲಿನ್ ಎಣ್ಣೆಗೆ ಕಡಿಮೆ ಡಿಮಾಂಡ್ ಇರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತಾನೆ. ಒಂದೊಂದು ವಿಧದ 19 ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳಂತೆ ಆರ್ಡರ್ ಮಾಡಿದರೆ ಸೂರ್ಯಕಾಂತಿ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳು ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಪಾಮೋಲಿನ್ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳು ಮಾರಾಟವಾಗದಂತೆ ಉಳಿದು ಹೋಗುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಹೆಚ್ಚು ಸೂರ್ಯಕಾಂತಿ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಪಾಮೋಲಿನ್ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಆ ವ್ಯಾಪಾರಿ ನಿರ್ಣಯಿಸುತ್ತಾನೆ. ಈ ನಿರ್ಣಯಕ್ಕೆ ಮೂಲ ಕಾರಣ ಸೂರ್ಯಕಾಂತಿ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ಗಳ ಮಾರಾಟ ಆ ವಾರದಲ್ಲಿ 30 ಆಗಿರುವುದೇ. ಈ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಯೇ ಆ ವಾರದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಮಾರಿದ ಸೂರ್ಯಕಾಂತಿ ಎಣ್ಣೆ ಪ್ಯಾಕೆಟ್ ಆಗಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಬಹುಳಕ . ಕೆಲವು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಪುನರಾರ್ತಿಸಿದೆಯೋ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ರೂಢಿ ಬೆಲೆ ಅಥವಾ ಬಹುಳಕ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಸ್ಥಂಬಾಲೇಖ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅತಿ ಉದ್ದವಾದ ಸ್ಥಂಬ ಸೂಚಿಸುವ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬಹುಳಕವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣಗೆ ಕೆಳಗಿನ ನಕ್ಷೆ ನೋಡಿರಿ.



ಉದಾ 4 : 2,3,5,3,4,7,3,2,1,7,3 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಬಹುಳಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಕ್ರಮ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ 1,2,2,3,3,3,3,4,5,7,7 ಬರುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗಿರುವ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ. ಬೇರೆಯವುಗಳಿಗಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಹುಳಕ $= 3$

ಉದಾ 5 : 3, 5, 9, 6, 5, 9, 2, 9, 3, 5 ಈ ಅಂಕಗಳ ಬಹುಳಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಒಂದೇ ಮೌಲ್ಯ ವಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ 2, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 9, 9, 9 ಬರುತ್ತದೆ.

ಇದರಲ್ಲಿ 5,9 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಎರಡು ಬಹುಳಕಗಳು 5,9 ಗಳಿವೆ. ಇಂತಹ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು "ದ್ವಿ ಬಹುಳಕ ದತ್ತಾಂಶ" **(Bimodal Data)** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಸೂಚನೆ : ಒಂದು ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳು ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪುನರಾವರ್ತಯಾದರೆ ಅಥವಾ ಯಾವುದೇ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಯಾಗುತ್ತಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಆ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಬಹುಳಕ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

1. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಬಹುಳಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

(i) 5, 6, 3, 5, 4, 9, 5, 6, 4, 9, 5

(ii) 25, 14, 18, 15, 17, 16, 19, 13, 12, 24

(iii) 10, 15, 20, 15, 20, 10, 15, 20, 10

ಉದಾ 6 : 10 ಅಂಕಗಳಿಗೆ ನಿರ್ವಹಿಸಿದ ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 50 ಮಂದಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಇವೆ.

ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
00	2
1	1
2	2
3	1
4	0
5	4
6	10
7	15
8	9
9	5
10	1
ಒಟ್ಟು	50

ಪರಿಹಾರ : ಈ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಕೋಡಲಾದ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳು ಅಂದರೆ ಅಂಕಗಳು ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ದತ್ತಾಂಶದ ಪ್ರಕಾರ " 7 ಅಂಕಗಳು" ಎಂಬ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕವನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಅಂದರೆ '7' ಎಂಬ ರಾಶಿ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗಿದೆ.

ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಳಕ $= 7$

ಸೂಚನೆ : 15 ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಯಾದ '7' ಸಂಖ್ಯೆ ಬಹುಳಕ ಆದರೆ ಪುನರಾವರ್ತನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 15 ನ್ನು ಬಹುಳಕವಾಗಿ ಭಾವಿಸಬಾರದು.

ಉದಾ 7 : ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಯಾವ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಬಹುಳಕವು ಸರಿಯಾದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

(a) ಅಂಗಿಗಳನ್ನು ಮಾರುವ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಯಾವ ಸೈಜಿನ ಅಂಗಿಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಆರ್ಡರ್ ಮಾಡಬೇಕೋ ನಿರ್ಣಯಿಸಲು.

(b) 20 ಮಂದಿ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳು ಹಾಜರಾಗುವ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಅಕ್ಕಿಯನ್ನುಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳಲು

(c) ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಬಾಗಿಲುಗಳ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು.

ಸಾಧನೆ : ಮೊದಲ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ವ್ಯಾಪಾರಿ ನಾಲ್ಕು ಸೈಜಿನ ಅಂಗಿಗಳನ್ನು ಮಾರುತಿದ್ದಾನೆಂದು ಕೊಂಡರೆ ಫೆಬ್ರವರಿ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಅವನು ಮಾರಿದ ಅಂಗಿಗಳು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವಿಧವಾಗಿ ಇರಬಹುದು.

ಸೈಜು	ಸಂಖ್ಯೆ
M	15
L	18
XL	40
XXL	22
ಒಟ್ಟು	92

ಒಂದೊಂದು ಸೈಜಿನಲ್ಲಿ ಆ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಮಾರುವ ಸರಾಸರಿ ಅಂಗಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \dfrac{12+18+40+22}{4}$

$= 23$ ಅಂಗಿಗಳು

ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸೈಜಿನಲ್ಲೂ 23 ಅಂಗಿಗಳನ್ನು ಆರ್ಡರ್ ಮಾಡುವುದು ಸರಿಯಾದುದ್ದೇನಾ ? ಆ ವ್ಯಾಪಾರಿ ತನ್ನ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಸಮಾಚಾರವನ್ನುಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತಾನೆ.ಅತಿಹೆಚ್ಚು ಖರ್ಚಾಗುವ ಅಂಗಿಗಳ ಸೈಜು XL ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತಾನೆ. ಎಲ್ಲಾ ಸೈಜುಗಳ ಅಂಗಿಗಳನ್ನು 23 ರಂತೆ ತಂದುಕೊಂಡರೆ XL ಸೈಜು ಅಂಗಿಗಳು ಕಡಿಮೆ ಬೀಳುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ XL ಸೈಜು ಅಂಗಿಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ , ಉಳಿದ ಸೈಜುಗಳ ಅಂಗಿಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ತರಿಸುವುದು ಅರ್ಥಗರ್ಭಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಈ ನಿರ್ಣಯಕ್ಕೆ ಬರಲು ಆ ವ್ಯಾಪಾರಿ 'ಬಹುಳಕ' ಅಥವಾ ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಪುನರಾವೃತವಾಗುವ ಮೌಲ್ಯ ಎಂಬ ಭಾವನೆಯನನು ತೆಗೆದುಕೋಳ್ಳುತ್ತಾನೆ.

ಎರಡನೇ ಸಂಧರ್ಭವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ :

ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರು ತಿನ್ನುವುದನ್ನು ಗರಿಷ್ಠವಾಗಿ ಊಹಿಸಿ 20 ರಷ್ಟು ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು ಕೊಂಡರೆ ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆ ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರು ತಿನ್ನುವುದನ್ನು ಕನಿಷ್ಠವಾಗಿ ಊಹಿಸಿ 20 ರಷ್ಟು ಅಕ್ಕಿಯನ್ನು ಕೊಂಡರೆ ಸಾಕಾಗದೆ ಇರಬಹುದು. ಆದರೆ ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರು ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ (ಸರಾಸರಿಯಾಗಿ) ತಿನ್ನುತ್ತಾರೆಂದು ಊಹಿಸಿದರೆ ಸರಿಯಾದ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಅಕ್ಕಿಯು ಕೊಂಡು ಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಆದರೆ ಈ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಬಹುಳಕ ಯಾವುದೇ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗದು.

ಮೂರನೇ ಸಂಧರ್ಭವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ :

ಒಂದು ಮನೆಯಲ್ಲಿ 134 ಸೆಂ.ಮೀ 125 ಸೆಂ.ಮೀ, 100 ಸೆಂ.ಮೀ, 125 ಸೆಂ.ಮೀ, 144 ಸೆಂ.ಮೀ, ಸೆಂ.ಮೀ ಎತ್ತರ ಇರುವ ಐದು ಕುಟುಂಬ ಸದಸ್ಯರಿದ್ದಾರೆ. ಈ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಬಹುಳಕ 125 ಸೆಂ.ಮೀ ಆದ್ದರಿಂದ ಮನೆಯಲ್ಲಿನ ಬಾಗಿಲಗಳ ಎತ್ತರ 125 ಸೆಂ.ಮೀಇರಬೇಕೆಂದು ಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ 144 ಸೆಂ.ಮೀ ಎತ್ತರ ವಿರುವ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಬಾಗಿಲಿನಿಂದ ಓಡಾಡಲು ಕಷ್ಟ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬಹುಳಕ ಅಥವಾ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

1. ಸರಾಸರಿ ಸರಿಯಾದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಯಾಗಿರುವ ಒಂದು ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ.
2. ಬಹುಳಕಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಯಾಗಿರುವ ಒಂದು ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ –2

1. ಒಂದು ತಂಡದಲ್ಲಿನ ಏಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಲಾಂಗ್‌ಜಂಪ್‌ನಲ್ಲಿ 98 ಸೆಂ.ಮೀ, 140ಸೆಂ.ಮೀ, 155ಸೆಂ.ಮೀ, 174 ಸೆಂ.ಮೀ, 140ಸೆಂ.ಮೀ,155ಸೆಂ.ಮೀ ದೂರ ಜಿಗಿದಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಬಹುಳಕ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ತಂಡದ ಅಟಗಾರರ ವಯಸ್ಸುಗಳು(ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ) 25, 26, 25, 27, 28, 30, 31, 27, 33, 27, 29.
   (i) ಈ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ, ಬಹುಳಕವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (ii) ಬಹುಳಕವನ್ನು ಬದಲಿಸಲು ಈ ತಂಡದಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸ ಬೇಕಾದ ಆಟಗಾರರ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಬಹುಳಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 12, 24, 36, 46, 25, 38, 72, 36, 25, 38, 12, 24, 46, 25, 12, 24, 46, 25, 72, 12, 24, 36,25, 38 ಮತ್ತು 36.
4. ಕೆಳಗೆ ತಿಳಿಸಿದ ಸಂದರ್ಭಗಳಿಗೆ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿ, ಬಹುಳಕದಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸೂಕ್ತವೋ ತಿಳಿಸಿರಿ.
   (i) ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸೈಜುಗಳಲ್ಲಿನ ಟೂತ್ ಪೇಸ್ಟುಗಳನ್ನು ಮಾರುವ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಯಾವ ಸೈಜು ಟೂತ್ ಪೇಸ್ಟ್ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳಬೇಕೋ ನಿರ್ಣಯಿಸಲು

   (ii) ಪರೀಕ್ಷೆ ಕೋಣೆಯೊಳಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಹಾಳೆಗಳನ್ನು ತಂದುಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ ಇನ್ವಿಜಿಲೇಟರ್‌ಗೆ ಉಪಯೋಗವಾಗಲು.
   (iii) ಒಂದು ಮದುವೆಯಲ್ಲಿ ತಯಾರುಮಾಡಬೇಕಾದ ಲಡ್ಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸುವುದಕ್ಕೆ.
   (iv) ಒಂದು ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಭಿಮಾನ ಕ್ರಿಕೆಟರ್ ಯಾರೋ ನಿರ್ಧರಿಸಲು.

7.5 ಮಧ್ಯಾಂಕ

ದತ್ತಾಂಶ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಯಾಗಿ ಸರಾಸರಿ, ಬಹುಳಕ ಇರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ನಾವು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ಮತ್ತೊಂದು ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಒಂದು ಉತ್ಪಾದನೆ ಸಂಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಮೇನೇಜರ್, ಕೆಲಸಗಾರರ ಸರಾಸರಿ ಸಂಬಳಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿಧವಾಗಿ ಇವೆ.

ಮೇನೇಜರು	-	40,000
1ನೇ ಕೆಲಸಗಾರ	-	3300
2ನೇ ಕೆಲಸಗಾರ	-	5000
3ನೇ ಕೆಲಸಗಾರ	-	4000
4ನೇ ಕೆಲಸಗಾರ	-	4200
5ನೇ ಕೆಲಸಗಾರ	-	3500

6ನೇ ಕೆಲಸಗಾರ - 4500

7ನೇ ಕೆಲಸಗಾರ - 4200

8ನೇ ಕೆಲಸಗಾರ - 4300

9ನೇ ಕೆಲಸಗಾರ - 3500

10ನೇ ಕೆಲಸಗಾರ - 3500

ಈ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಬಹುಳಕ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆಯಾ ?ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ !

ಆ ಸಂಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಬಳಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸೋಣ

$$\text{ಸಂಬಳಗಳ ಸರಾಸರಿ} = \frac{\text{ಒಟ್ಟು ಸಂಬಳ}}{\text{ಒಟ್ಟು ಕೆಲಸಗಾರರು}}$$

$$= \frac{3300+5000+4000+4200+3500+4500+4200+4300+3500+3500+40000}{11}$$

$$= ₹7272.72$$

ಈ ಸಂಬಳ ಮೇನೇಜರು,ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಬಳಗಳಿಗೆ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆಯಾ? ಇದು ಮೇನೇಜರು ಸಂಬಳಕ್ಕಿಂತ ಬಹಳ ಕಡಿಮೆ ಆದರೆ ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಬಳಕ್ಕಿಂತ ಬಹಳ ಹೆಚ್ಚು.

ಈಗ ಬಹುಳಕವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ಈ ದತ್ತಾಂದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾದ ಬೆಲೆ ₹3500 ಆದರೆ ಇದು ಮೂರುಬಾರಿ ಮಾತ್ರವೇ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿದೆ.ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಈ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾದ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ಮೌಲ್ಯ ಅಲ್ಲ.

ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಯ ಮತ್ತೊಂದು ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಲೆಕ್ಕಿಸೋಣ.

ಈ ಸಂಬಳಗಳನೆಲ್ಲಾ ಆರೋಹಣ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸೋಣ.

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

ಈ ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯಬೆಲೆ 4200. ಈ ಮೌಲ್ಯದ ಮೊತ್ತ ಉದ್ಯೋಗಿಗಳನ್ನು ₹4200 ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಪಾದಿಸುವ ಐದುಜನ, ಅದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಸಂಪಾದಿಸುವರು ಐದು ಜನ ಹೀಗೆ ಮಧ್ಯಬೆಲೆ ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ.

ಈ ಮೌಲ್ಯವನ್ನೇ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಈ ಸಂಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿನ ಉದ್ಯೋಗಸ್ಥರ ಸಂಬಳಗಳಿಗೆ ಇದು ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

"ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಆರೋಹಣ ಅಥವಾ ಅವರೋಹಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕದ ಬೆಲೆಯೇ ಮಧ್ಯಾಂಕ ವಾಗಿರುತ್ತದೆ".

ಮೆಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 11, ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಉಳಿದ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ವೇಳೆ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ?

ಮೇಲಿನ ಉತ್ಪಾದನೆ ಸಂಸ್ಥೆ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಮತ್ತೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ, 4000 ಗಳನ್ನು ಸಂಪಾದಿಸುವ ಮತ್ತೊಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿ ಈ ಉತ್ಪಾದನೆ ಸಂಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಸೇರಿದರೆ ಹೇಗೆ ಇರುತ್ತದೆ ?

ಈಗ 12 ಜನ ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಪಾದನೆಯನ್ನು ಆರೋಹಣ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸೋಣ.

3300, 3500, 3500, 3500, 4000, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 5000, 40000

ಈ ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ 4000, 4200 ಎಂಬ ಎರಡು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಿವೆ. ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಈ ಎರಡು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿ ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $= \frac{4000+4200}{2} = ₹.4100.$

ಉದಾ 8 : ಏಳು ಮಂದಿ ಉದ್ಯೋಗಿಗಳ ತಿಂಗಳ ಆದಾಯ 8000,9000,8200,7900,8500, 8600,ಮತ್ತು 600000. ಮಧ್ಯಾಂಕ ಆದಾಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಆದಾಯಗಳನ್ನು ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ : 7900, 8000, 8200, 8500, 8600, 9000, 600000

ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 7

ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಂದರೆ ದತ್ತಂಶದಲಿನ್ಲ 4ನೇ ಪದ = 8500

ಆದ್ದರಿಂದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಆದಾಯ = ₹ 8500

ಉದಾ 9 : 49, 48, 15, 20, 28, 17, 14 ,110 ಮಧ್ಯಗತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮ = 14, 15, 17, 20, 28, 48, 49, 110

ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 8

ಮೌಲ್ಯಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅಂದರೆ
ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ 4,5ನೇ ಪದಗಳು

ಮಧ್ಯಗತ = 4,5ನೇಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿ =20, 28

$= \frac{20+28}{2} = 24$

ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯಾಂಕ 24

ಅಭ್ಯಾಸ–3

1. ಸತ್ಯವೋ ? ಅಸತ್ಯವೋ ? ತಿಳಿಸಿರಿ.
   (i) ಗರಿಷ್ಟ, ಕನಿಷ್ಟ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು "ಸರಾಸರಿ" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
   (ii) ಸ್ಥಂಬಾಲೇಖ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅತಿದೊಡ್ಡ ಸ್ಥಂಬ ಬಹುಳಕವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.
   (iii) ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸುವಾಗ ದತ್ತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣನೆಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.
   (iv) ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಯಾವಾಗಲೂ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೋ ಒಂದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
2. ಒಂದು ಗ್ರಾಮದಲ್ಲಿ ಏಳು ಕುಟುಂಬಗಳ ತಿಂಗಳ ಆದಾಯ (ರುಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ) 1200, 1500, 1400, 1000, 1000, 1600, 10000. (i)ಆ ಕುಟುಂಬಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಆದಾಯವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. (ii) ₹ 1500 ತಿಂಗಳ ಆದಾಯವಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಕುಟುಂಬವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಆದಾಯ ಎಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ ?
3. ಒಂದು ದತ್ತಾಂಶದ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳು 16, 72, 0, 55, 65, 55, 10, 41. ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣನೆಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳದೆ ಚೈತನ್ಯ ಬಹುಳಕ,ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದಾನೆ. ಚೈತನ್ಯ ಮಾಡಿದ್ದು ಸರಿಯೇನಾ ?
4. ಮೂರು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಮುದಾಯಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡರೆ ಸರಾಸರಿ 6, ಮಧ್ಯಾಂಕ 7, ಒಂದೂ ಬಹುಳಕ ಇಲ್ಲದಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ ?

5. 3, 4, 5, 5 , 8 ಎಂಬ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಮುದಾಯಕ್ಕೆ ನಾಲ್ಕು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ, ಬಹುಳಕ 1 ರಂತೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತವೆ. ಹೊಸದಾಗಿ ಸೇರಿದ ಸಮುದಾಯದಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

ಆಟ ಆಡಿರಿ :

1, 2, 3, 4, 5 , 6 ಅಂಕೆಗಳು ಗುರ್ತಿಸಿದ ದಾಳವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರನ್ನು ದಾಳ ಹಾಕಿ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಲು ಹೇಳಿ. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು 10 ಬಾರಿ ಮುಂದುವರಿಸಲು ಹೇಳಿ. ಈಗೆ ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಪಡೆದ 10 ಅಂಕೆಗಳ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ, ಬಹುಳಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7.6 ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ವಿಧಾನ :

ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಅಥವಾ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ, ಪೈನಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದನ್ನು ಆರನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ವಸ್ತುಗಳ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾ ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಅಥವಾ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವವೇ ಚಿತ್ರನಕ್ಷೆ ಅಥವಾ ಪಿಕ್ಟೋಗ್ರಾಫ್‌ಗಳು. ಆದರೆ ಫಿಕ್ಟೋಗ್ರಾಫ್‌ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದರಿಂದ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ. ಇದು ಬರೆಯುವುದು ಕಷ್ಟಸಾಧ್ಯ. ಆದರೆ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಅಥವಾ ಕಂಬ ಸಾಲು ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು ಬಹಳ ಸುಲಭ.

7.6.1 ಸ್ತಾಂಭಾಲೇಖ ಅಥವಾ ಕಂಬಸಾಲು ನಕ್ಷೆ (Bar graph)

ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಚಿತ್ರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಮತ್ತಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳೋಣ. ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಸಮ ಅಗಲದ ಆಯತಾಕಾರದ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಸಮದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಪಾದರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿರುವಂತೆ ಎಳೆಯಬೇಕು. ಈ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಲ್ಲಾಗಲಿ ಅಥವಾ ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಾಗಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸ ಬಹುದು. ಸ್ತಂಭದ ಅಗಲಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೂ. ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದ ಉದ್ದ ಸ್ಕೇಲ್ (ಪ್ರಮಾಣದ) ದ ಮೇಲೆ ಆಧಾರ ಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು.

ಉದಾ 10 : ಒಂದು ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾರಿದ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಈ ಸ್ತಂಬಾಲೇಖ ನಕ್ಷೆ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ

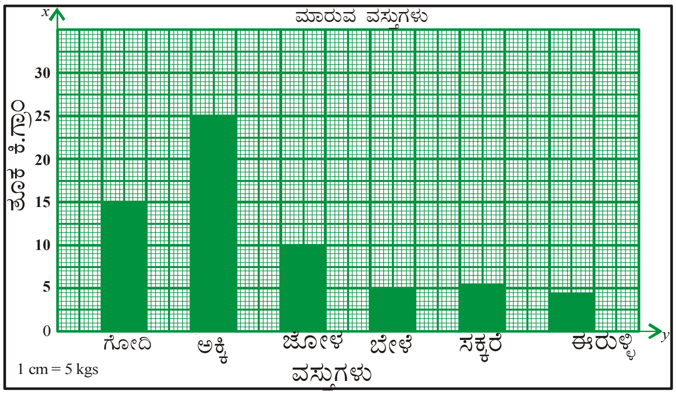
(i) x ಅಕ್ಷ, y ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಯಾವ ಅಂಶಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ ?

(ii) y ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಆಯ್ದುಕೊಂಡ ಪ್ರಮಾಣ ಯಾವುದು ?

(iii) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ವಸ್ತುವು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಮಾರಾಟವಾಗಿದೆ,ಎಷ್ಟು?

(iv) ಈರುಳ್ಳಿ ಮಾರಾಟ ಬೇಳೆಯ ಮಾರಾಟ ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಇದೆಯಾ ?

(v) ಜೋಳ, ಬೇಳೆ ಮಾರಾಟಗಳ ಅನುಪಾತ ವೆಷ್ಟು ?



ಉದಾ11: ಮತ್ತೊಂದು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ

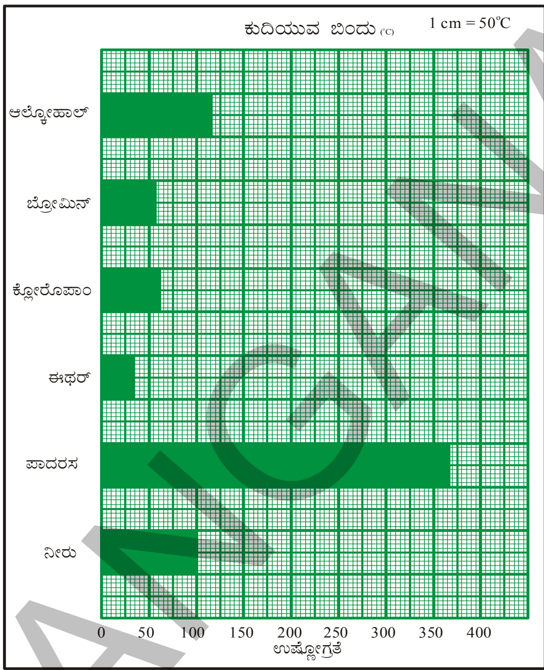
(i) ಈ ನಕ್ಷೆ ಯಾವ ವಿವರಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ?

(ii) x -ಅಕ್ಷ, y- ಅಕ್ಷಗಳ ಮೇಲೆ ಯಾವ ಅಂಶಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ ?

(iii) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಕುದಿಯುವ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ ಇರುವ ದ್ರವ ಪದಾರ್ಥ ಯಾವುದು?

(iv) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದ್ರವ ಪದಾರ್ಥಗಳಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆ ಕುದಿಯುವ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ ಇರುವ ದ್ರವ ಯಾವುದು?

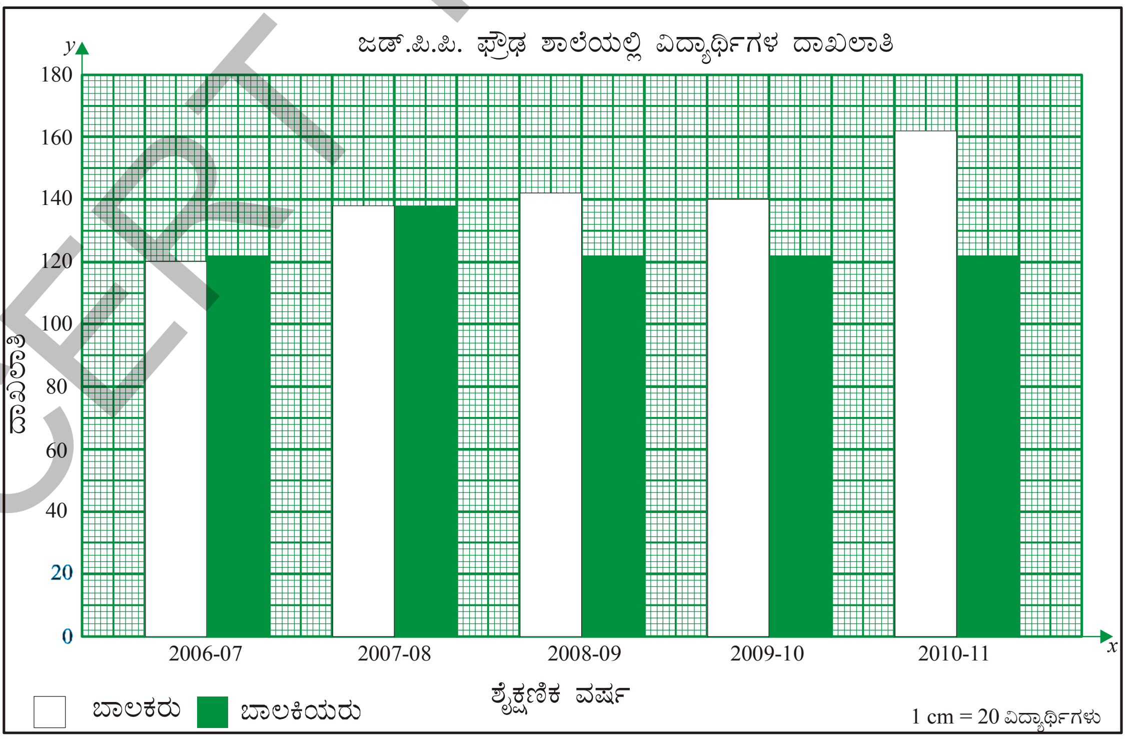
(v) ಪಾದರಸ, ಈಥರ್ ಕುದಿಯುವ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆಗಳ ನಡುವೆಇರುವ ಅನುಪಾತವೆಷ್ಟು?



7.6.2 ಎರಡು ಕ್ರಮ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ನಕ್ಷೆಗಳು (Double Bar Graph)

ಈಗ ಮತ್ತೊಂದು ರಕದ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ನಕ್ಷೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಉದಾ 12 : ಕೆಳಗಿನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ. ಜಿಲ್ಲಾ ಪ್ರಜಾ ಪರಿಷತ್ತು ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಬಾಲಕ, ಬಾಲಕಿಯರ ದಾಖಲಾತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಈ ಚಿತ್ರ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.



ಪ್ರತಿ ವರ್ಷದಲ್ಲೂ ಎರಡು ಸ್ತಂಭಗಳು ಇರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ ? ಮೊದಲ ಸ್ತಂಭ ಏನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ? ಎರಡನೆ ಸ್ತಂಭ ಏನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ ? ಇಂತಹ ಸ್ತಂಭ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎರಡು ಕ್ರಮ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ನಕ್ಷೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ಪಕ್ಕ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

(i) ಯಾವ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಬಾಲಕರ ಸಂಖ್ಯೆ ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಇದೆ ?

(ii) ಯಾವ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಬಾಲಕ, ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ

(iii) ಯಾವ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಕನಿಷ್ಟ ಸ್ಥಾಯಿಯಲ್ಲಿ ಇದೆ ?

(iv) 2007–08 ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

ಉದಾ 13 : ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಐದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ವಿವರಗಳು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿವೆ. ಈ ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಎರಡು ಕ್ರಮ ಸ್ತಂಬಾಲೇಖ ಚಿತ್ರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿರಿ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಹೆಸರು	ಗಣಿತ	ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಜ್ಞಾನ
ಶರವಣ್	70	75
ರಾಮನ್	35	30
ಮಣಿ	65	75
ರೇಣುಕ	90	100
ಗಿರಿಜ	22	35
ಷರ್ಮಿಳ	50	50

ಪರಿಹಾರ : ಎರಡು ಕ್ರಮ ಸ್ತಂಭಾ ಲೇಖ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸುವ ವಿಧಾನ.

1. ಒಂದು ನಕ್ಷೆಯ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ x-ಅಕ್ಷ (ಅಡ್ಡ ರೇಖೆ),y-ಅಕ್ಷ (ಉದ್ದರೇಖೆ) ಎಳೆಯಿರಿ. ಛೇಧನ ಬಿಂದು O ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸಿ.

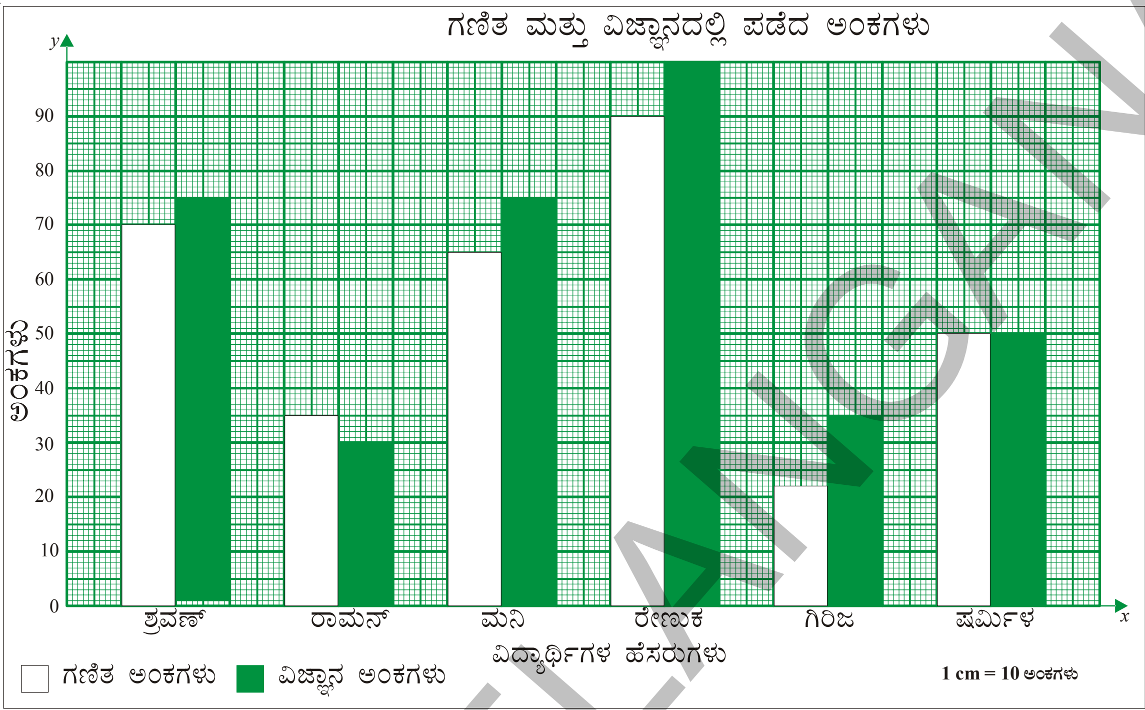
2. x- ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ

3. y- ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಗಣಿತ, ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಜ್ಞಾನಗಳ ಅಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

4. ಈ ಎರಡು ಪಾಠ್ಯಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಟ ಅಂಕಗಳು ನಕ್ಷೆಯ ಹಾಳೆಯ ಗುರ್ತಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಸೂಕ್ತವಾದ ಸ್ಕೇಲನ್ನು y- ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. y- ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ 100 ಬೆಲೆ ಗರಿಷ್ಟ ವಾಗಿರುವುದರಿಂದ 1 ಸೆಂ.ಮೀ =10 ಅಂಕಗಳಿಗೆ ಸಮ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿರಿ.

5. ಅಂಕಗಳನ್ನು 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಸ್ತಂಭ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.
(ಸ್ಕೇಲು 1 ಸೆಂ.ಮೀ =10 ಅಂಕಗಳು)

6. ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಗಣಿತ, ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಜ್ಞಾನ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲೇ ಪರಿಗಣಿಸಿರಿ.

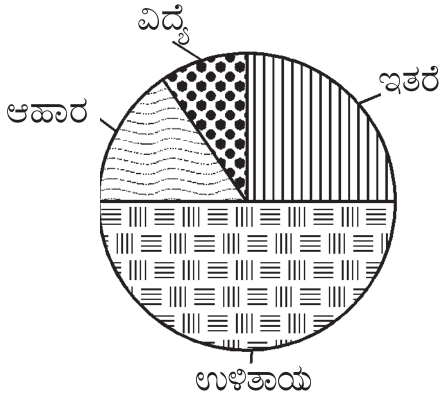


7.6.3 ಪೈನಕ್ಷೆ (ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಲೇಖ)

ದತ್ತ ಅಂಕಿ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಮತ್ತೊಂದು ಪದ್ಧತಿ "ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಲೇಖ" (ಪೈನಕ್ಷೆ) ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

ಒಂದು ಕುಟುಂಬದ ಮಾಸಿಕ ಬಡ್ಜೆಟ್ ವಿವರಗಳು ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಬಲಭಾಗ ದಲ್ಲಿ ಈ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಪೈನಕ್ಷೆ ಯಲ್ಲಿದೆ. ಒಟ್ಟು ಆದಾಯದಲ್ಲಿ ಬಡ್ಜೆಟ್ ಯಾವ ಅಂಶದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಇದ್ದರೆ ವೃತ್ತಖಂಡ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಆ ಅಂಶ ಹೆಚ್ಚು ಭಾಗ ಇರುತ್ತದೆ..

ಖರ್ಚಿನ ವಿವರ	ಖರ್ಚು ರೂ.ಗಳಲ್ಲಿ (₹)
ಆಹಾರ	1500
ವಿದ್ಯೆ	750
ಇತರೆ ಖರ್ಚುಗಳು	2250
ಉಳಿತಾಯ	4500
ಮೊತ್ತ	9000



ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ನೋಡಿ, ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(i) ಈ ನಕ್ಷೆ ಯಾವ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ ?

(ii) ಆಹಾರ, ವಿದ್ಯೆ, ಉಳಿತಾಯ, ಇತರೆ ಖರ್ಚುಗಳನ್ನು ಯಾವ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ?

(iii) ಸತ್ಯವೋ, ಅಸತ್ಯವೋ ತಿಳಿಸಿರಿ

(a) ಒಟ್ಟು ಆದಾಯದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಭಾಗ ಉಳಿತಾಯ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ.

(b) ವಿದ್ಯೆಯ ಮೇಲೆ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ.

7.6.4 ಒಂದು ಪೈ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸುವ ವಿಧಾನ :

ಒಂದು ವೃತಖಂಡ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ನಿರೂಪಿಸುತ್ತೆವೆಯೋ ಈಗ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಒಟ್ಟು ಆದಾಯದಲ್ಲಿ ಖರ್ಚುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಒಂದೊಂದು ಅಂಶ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವೋ, ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಷ್ಟು ಭಾಗ (ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ) ಆ ಅಂಶವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ವೃತ ಕೇಂದ್ರದ ಬಳಿ ಒಟ್ಟು ಕೋನವು 360° ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ಇದು ಒಟ್ಟು ಆದಾಯ ₹ 9000 ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಖರ್ಚಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಆಂಶವು ಒಟ್ಟು ಆದಾಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಅಂಶದಲ್ಲಿನ ಖರ್ಚಿಗೆ, ಒಟ್ಟು ಆದಾಯಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯವಿರುವ ಅನುಪಾತದ ಮೇಲೆ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಕೋನ ಅಥವಾ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆಧಾರ ಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ತಿಜ್ಯಾಂತರ ಕೋನ $= \dfrac{\text{ಖರ್ಚಿನ ವಿವಿರ}}{\text{ಒಟ್ಟು ಆದಾಯ}} \times 360$

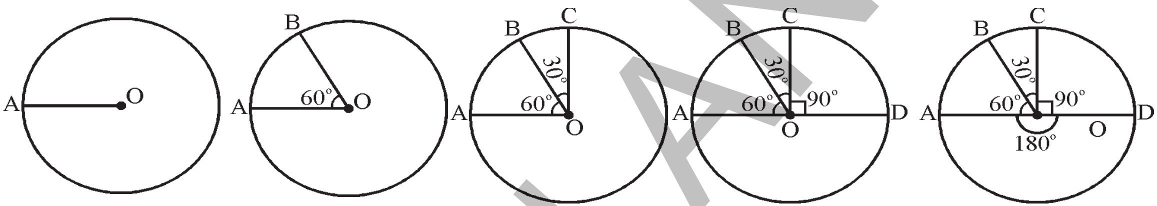
ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಅನುಪಾತವಾಗಿ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿರುವ 360^{0} ನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸಿ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಖರ್ಚಿನ ವಿವರ	ಖರ್ಚು (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ)	ಖರ್ಚಿಗೂ ಒಟ್ಟು ಆದಾಯಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯ ಇರುವ ಅನುಪಾತ	ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳ ಕೋನ
ಆಹಾರ	1500	$\frac{1500}{9000}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}\times 360^{\circ}=60^{\circ}$
ವಿದ್ಯೆ	750	$\frac{750}{9000}=\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}\times 360^{\circ}=30^{\circ}$
ಇತರೆ	2250	$\frac{2250}{9000}=\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}\times 360^{\circ}=90^{\circ}$
ಉಳಿತಾಯ	4500	$\frac{4500}{9000}=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\times 360^{\circ}=180^{\circ}$

ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360° ಸಮಾನವೇ ?

ರಚನೆಯ ಹಂತಗಳು :

1. ಅನುಕೂಲ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಅದರ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು 'O' ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.
2. ವೃತ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. OA ನ ಸೇರಿಸಿರಿ.
3. ಆಹಾರ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಕೋನ ರಚಿಸಲು 60^o ಇರುವಹಾಗೆ $\angle AOB = 60^o$ ನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ.
4. ವಿದ್ಯೆ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಕೋನ ರಚಿಸಲು 30^o ಇರುವ ಹಾಗೆ $\angle BOC = 30^o$ ನಿರ್ಮಿಸಿ.
5. ಇತರೆ ಖರ್ಚುಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ರಚಿಸಲು 90^o ಇರುವ ಹಾಗೆ $\angle COD = 90^o$ ಯನ್ನುನಿರ್ಮಿಸಿ.
6. $\angle DOA = 180^o$ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಕೋನ " ಉಳಿತಾಯ" ವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.



ಅಭ್ಯಾಸ –4

1. ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ನಕ್ಷೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ವಿವಿಧ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿನ ಭಾರತದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಹೀಗಿದೆ.

ವರ್ಷ	1941	1951	1961	1971	1981	1991	2001
ಭಾರತದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ (ಮಿಲಿಯನ್‌ಗಳಲ್ಲಿ)	320	360	440	550	680	850	1000

ಆಧಾರ : 1991, 2001 ವರ್ಷಗಳ ಭಾರತದ ಜನಗಣತಿ ಆಧಾರದಿಂದ

2. ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಪೈ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ

ಖರ್ಚಿನ ವಿವರ	ಆಹಾರ	ಆರೋಗ್ಯ	ಬಟ್ಟೆಗಳು	ವಿದ್ಯೆ	ಉಳಿತಾಯ
ಮೊತ್ತ(ರುಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ)	3750	1875	1875	1200	7500

3. ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಎರಡು ಕ್ರಮ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ (double bar graph) ರಚಿಸಿ.

1999 ರಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ರಾಜ್ಯಗಳ ಜನನ, ಮರಣಗಳ ರೇಟು (ಸರಿಸುಮಾರು)

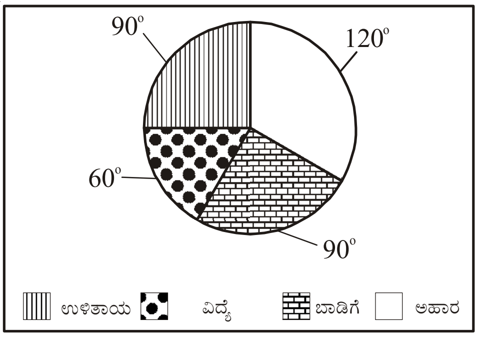
ರಾಜ್ಯ	ಜನನನಗಳ ರೇಟು(ಪ್ರತಿ 1000ಕ್ಕೆ)	ಮರಣಗಳ ರೇಟು(ಪ್ರತಿ 1000ಕ್ಕೆ)
ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶ್	22	8
ಕರ್ನಾಟಕ	22	8
ತಮಿಳುನಾಡು	19	8
ಕೇರಳ	18	6
ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ	21	8
ಒರಿಸ್ಸಾ	24	11

ಆಧಾರ : SRS 1999 ಗಣಾಂಕಗಳು

4. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ದಿನದ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಕಾಲಾವಕಾಶವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಇದನ್ನು ಪೈ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿ.

ಚಟುವಟಿಕೆ	ನಿದ್ರೆ	ಶಾಲೆ	ಆಟ	ಇತರೆ
ಕಾಲ(ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)	8 ಗಂಟೆ	6 ಗಂಟೆ	2 ಗಂಟೆ	8 ಗಂಟೆ

5. ಒಂದು ಕುಟುಂಬದ ಒಂದು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಖರ್ಚಿನ ವಿವರಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ 'ಪೈ ಚಿತ್ರ' ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ (ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸುತ್ತೂ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದೊಂದು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತವೆ.



ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(i) ಆ ಕುಟುಂಬ ಯಾವ ಅಂಶದ ಮೇಲೆ ಕಡಿಮೆ ಖರ್ಚು ಮಾಡುತ್ತಿದೆ ?

(ii) ಆ ಕುಟುಂಬ ಯಾವ ಅಂಶದ ಮೇಲೆ ಹೆಚ್ಚು ಖರ್ಚುಮಾಡುತ್ತಿದೆ ?

(iii) ಕುಟುಂಬದ ಆದಾಯ ₹9000 ಆದರೆ, ಬಾಡಿಗೆಗೆ ಮಾಡಿದ ಖರ್ಚು ಎಷ್ಟು ?

(iv) ಆಹಾರಕ್ಕೆ ಮಾಡಿದ ಖರ್ಚು ₹3000 ಆದರೆ ಮಕ್ಕಳ ವಿದ್ಯೆಗೆ ಮಾಡಿದ ಖರ್ಚು ಎಷ್ಟು ?

ಯೋಜನಾ ಕಾರ್ಯ :

1. ನಿಮ್ಮ ವಾರ್ಡು /ಕಾಲೋನಿ / ಗ್ರಾಮದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ರಕಗಳ ಮನೆಗಳು ಎಷ್ಟು ಇವೆ ಎಂಬ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಶೇಖರಿಸಿ. ಆ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಬಹುಳಕ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ತಿಂಗಳಿನ ಖರ್ಚಿನ ವಿವರಗಳನ್ನು ಶೇಖರಿಸಿ 'ಪೈ ನಕ್ಷೆ' ಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
3. ಮ್ಯಾಗ್‌ಜೈನು, ದಿನ ಪತ್ರಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ನಕ್ಷೆ, ಪೈನಕ್ಷೆ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಶೇಖರಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಪಾಠಶಾಲೆ ಗೋಡೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಿ.

ತರಗತಿ ಕೋಣೆ ಪ್ರಾಜೆಕ್ಟು :

ಒಂದು ವಾರದ ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ಹಾಜರಾತಿಯನ್ನು ಸೇಕರಿಸಿರಿ. ಒಂದು ವಾರದ ಸರಾಸರಿ ಹಾಜರಾತಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು :

- ಒಂದು ದತ್ತಾಂಶದ ಸಮಿತಿಗೆ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳು ಸರಾಸರಿ, ಬಹುಳಕ, ಮಧ್ಯಾಂಕ.
- ಒಂದು ದತ್ತಂಶದ ಸಮಿತಿಯಲ್ಲಿನ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಬರುವ ಬೆಲೆಯೇ ಸರಾಸರಿ. ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಕನಿಷ್ಠ, ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ.
- ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಮೌಲ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಮೌಲ್ಯವು ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿದೆಯೋ ? ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬಹುಳಕ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಒಂದ ದತ್ತಾಂಶ ಗಣದಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಹುಳಕಗಳು ಇರಬಹುದು, ಕೆಲವು ಬಾರಿ ಬಹುಳಕ ಇಲ್ಲದೇ ಇರಬಹುದು.
- ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ ಅಥವಾ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಆರೋಹಣ ಅಥವಾ ಅವರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದರೆ,

  (i) ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಿದ್ದರೆ, ಮಧ್ಯದ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕವು ಮಧ್ಯಗತವಾಗುವುದು.
  (ii) ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಿದ್ದರೆ. ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿ ಮಧ್ಯಗತವಾಗುವುದು.

- ವೃತ್ತವನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡ (ಸೆಕ್ಟಾರ್) ಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿ ದತ್ತಂಶಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವ ಚಿತ್ರವೇ " ಪೈ ನಕ್ಷೆ ".
- ಪೈ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಕೇಂದ್ರದ ಬಳಿ ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಕೋನ (ಅಥವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) ನಿರೂಪಿಸಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

ಡಾ॥ ಸಿ.ಆರ್. ರಾವ್(ಭಾರತ ದೇಶ)

1920 AD

ಪ್ರಮುಖ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು. ಇವರು ರಚಿಸಿದ "ಥಿಯರೀ ಆಫ್ ಎಸ್ಟಿಮೇಷನ್" ಎನ್ನುವ ಗ್ರಂಥ (1945) ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆ ಹೊಂದಿದೆ. ಇವರು ಕ್ರಾಮರ್-ರಾವ್ ಇನಿಕ್ವಾಲಿಟಿ ಮತ್ತು ಫಿಷರ್ ರಾವ್ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

8

8.0 ಪರಿಚಯ

ನಾವು ಕೆಲವು ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಯ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಒಂದು ನಾಣ್ಯದ ಮೇಲೆ ಮತ್ತೊಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಕೂಡುತ್ತವೆ.ಇವುಏತಕ್ಕೆ ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇಟ್ಟಾಗ ಸರಿಯಾಗಿ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ ಗೊತ್ತೇ ? ಕಾರಣವೇನಂದರೆ ಎಲ್ಲಾ ನಾಣ್ಯಗಳು ಒಂದೇ ಆಕಾರ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಅದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಖಾಲಿ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಹಾಳೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಕಾರ, ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಲೂ ಇರುವ ಪರಿಸರದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಕಾರ, ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಪರಿಮಾಣ ಹೊಂದಿರುವ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಕನಿಷ್ಠ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಹೇಳಿರಿ.

ಒಂದೇ ಪರಿಮಾಣ, ಆಕಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು "ಸರ್ವಸಮ" ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ವಸ್ತುಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಬೇಕೆಂದರೆ ಆ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇಟ್ಟಾಗ ಆ ಎರಡು ವಸ್ತುಗಳು ಖಚ್ಚಿತವಾಗಿ ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದು ಐಕ್ಯವಾಗಬೇಕು.

ಕೃತ್ಯ

ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ರೂಪಾಯಿ ನೋಟುಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ ? ನೀವು ಹೇಗೆ ಖಚಿತ ಪಡುಸುವಿರಿ.

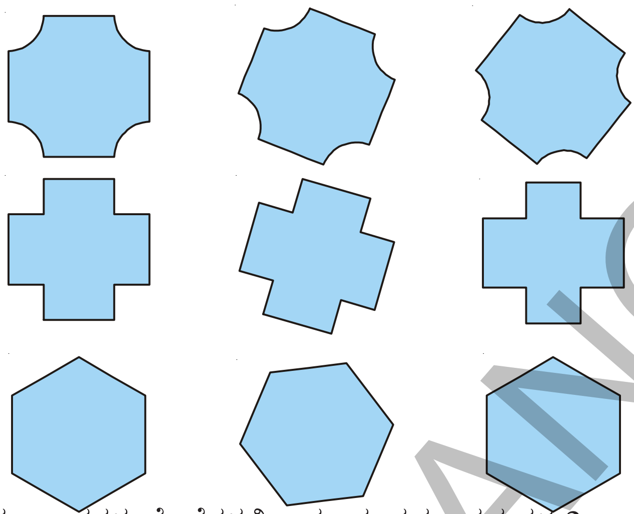
ಎರಡು 5 ರೂಪಾಯಿ ನೋಟುಗಳನ್ನು ತನಿಖೆ ಮಾಡಿ ಸರ್ವ ಸಮತೆ ಹೊಂದಿವೆಯೆ ? ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

ನಿತ್ಯವೂ ನಮ್ಮ ಸುತ್ತಲೂ ಇರುವ ಪರಿಸರಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟೋ ಸರ್ವಸಮ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ನೋಡುತಿರುತ್ತೇವೆ. ಅವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸಿ.

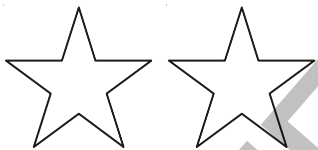
ಇವು ಮಾಡಿರಿ :

1. ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಚಿತ್ರಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇನಾ ? ಅವುಗಳ ನಕಲುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

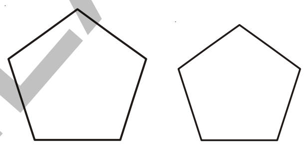
(i)
(ii)
(iii)



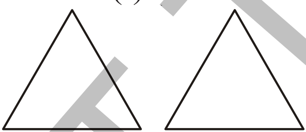
2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆಕಾರಗಳ ಜೊತೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವು ಸರ್ವ ಸಮಗಳು?



(i)

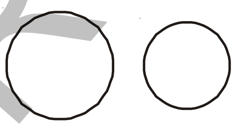


(ii)

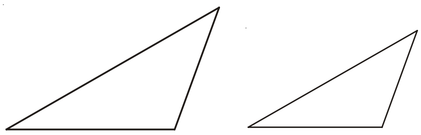


(iii)

(iv)



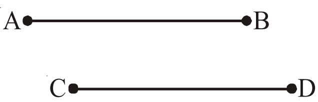
(v)



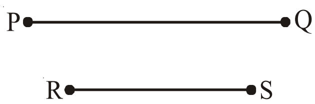
(vi)

8.1 ರೇಖಾ ಖಂಡಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ರೇಖಾಖಂಡದ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.



ಚಿತ್ರ – 1



ಚಿತ್ರ– 2

ರೇಖಾಖಂಡ $\overline{AB}$ ಯನ್ನು ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಕಲು ಮಾಡಿ. ರೇಖಾಖಂಡ $\overline{CD}$ಯ ಮೇಲಿಡಿ. ನಾವು ಎರಡು ರೇಖಾ ಖಂಡಗಳು ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದರಲ್ಲಿ ಐಕ್ಯವಾಗಿರುವದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಶೃಂಗ A, C ನಲ್ಲಿ ಶೃಂಗ B,D ನಲ್ಲಿ ಐಕ್ಯವಾಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಎರಡು ರೇಖಾ ಖಂಡಗಳು $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ ಸರ್ವ ಸಮವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಅದನ್ನು ನಾವು $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ಯಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. (ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು $\cong$ ಗುರ್ತಿನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ)

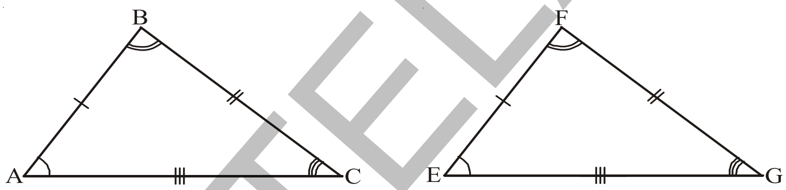
ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಚಿತ್ರ 2 ರಿಂದ ಕೂಡ ಮಾಡಿರಿ . ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಿ ? ಆ ಎರಡು ರೇಖಾ ಖಂಡಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇನಾ ? ಚಿತ್ರ 1 ರಲ್ಲಿ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಐಕ್ಯವಾಗಿವೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಇರುವ ಕಾರಣ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ ಗಳು ಒಂದೇ ಅಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಆದರೆ ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ ಹೀಗಿಲ್ಲ.

ರೇಖಾಖಂಡವು 'ಉದ್ದ' ಎಂಬ ಒಂದೇ ಅಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ ಮಾತ್ರ ಅವು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧದಲ್ಲಿ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ,

"ಸರ್ವಸಮ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮ." AB=CD ಎಂದು ಬರೆದರೆ, ಇದರ ನಿಖರವಾದ ಅರ್ಥವೇನಂದರೆ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

8.2 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಹೋಲಿಕೆ ಇದ್ದಾಗ ಆ ಎರಡು ಸರ್ವಸಮಗಳು ಎಂದು ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ ಅಲ್ಲವೇ ! ಈ ಭಾವನೆಯನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸಿ ನೋಡೋಣ. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಒಂದನ್ನಿಟ್ಟರೆ ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳು.



ΔABC, ΔEFG ಗಳು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಐಕ್ಯವಾದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಆಕಾರ, ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇವುಗಳನ್ನು $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ ಯಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾದರೆ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು, ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ΔABC ಯನ್ನು ΔEFG ಮೇಲೆ ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಇಟ್ಟರೆ A,E; B,F ; C ,G. ಶೃಂಗಗಳು ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. $\angle AB$, $\angle EF$, $\angle BC$, $\angle FG$ $\angle AC$, $\angle EG$ ಬಾಹುಗಳು ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. $\angle A$, $\angle E$; $\angle B$. $\angle F$;$\angle C$, $\angle G$ ಕೋನಗಳು ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ಪ್ರಕಾರ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು ಸಮ ಅಂದರೆ ಅನುರೂಪ ಶೃಂಗಗಳು, ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.

ΔABC ಮತ್ತು ΔEFG ಗಳಲ್ಲಿ,

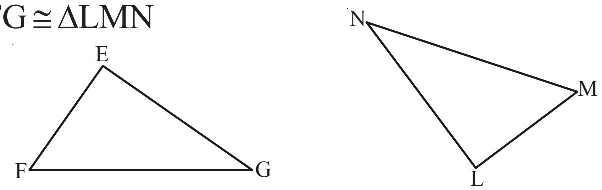
$A \to E$	$B \to F$	$C \to G$	(ಅನುರೂಪ ಶೃಂಗಗಳು)
$\angle A \cong \angle E$	$\angle B \cong \angle F$	$\angle C \cong \angle G$	(ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)
$\overline{AB} \cong \overline{EF}$	$\overline{BC} \cong \overline{FG}$	$\overline{AC} \cong \overline{EG}$	(ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು)

ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಅಕ್ಷರ ಕ್ರಮಗಳು ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳ ಮಧ್ಯ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta EFG$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ :

1. $\Delta EFG \cong \Delta LMN$

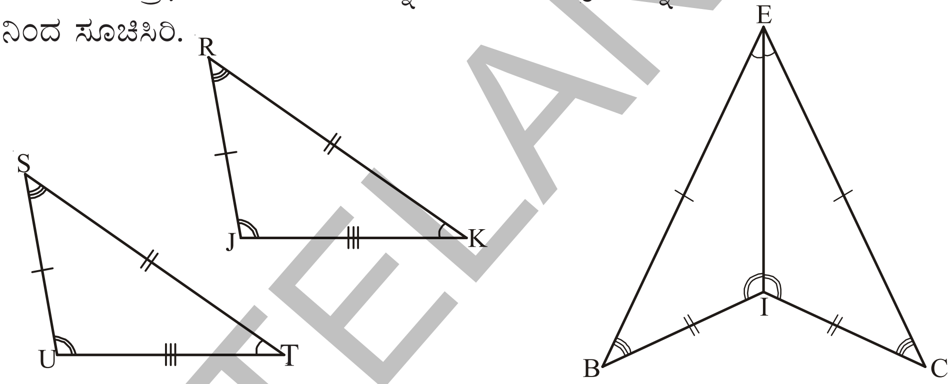


ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು, ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ?

2. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ಆದರೆ ΔDEF ನಲ್ಲಿನ ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಗಳು ΔABC ಯ ಯಾವ ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗುತ್ತವೆ ಬರೆಯಿರಿ ?

(i) DE (ii) $\angle E$ (iii) DF (iv) EF (v) $\angle F$

3. ಸರ್ವ ಸಮವಾದ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಸರ್ವಸಮ ಸಂಕೇತ ಗುರ್ತು '$\cong$' ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಿರಿ.



4. ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಬರೆಯಿರಿ.

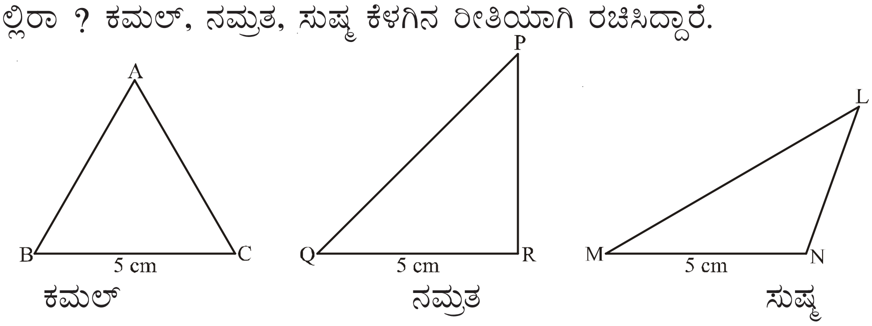
1. $\Delta TUV \cong \Delta XYZ$ 2. $\Delta CDG \cong \Delta RSW$

8.3 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವ ಸಮತೆಗೆ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳು:

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವ ಸಮತೆಗಳೋ, ಅಲ್ಲವೋ ನಿರ್ಧಾರಿಸಲು ಆ ಎರಡರಲ್ಲಿನ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು ಅವಸರ. ಕೊಟ್ಟ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಹೇಗೆ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕು ಅವು ಹೇಗೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ.

8.3.1 ಬಾಹು –ಬಾಹು–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ (ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

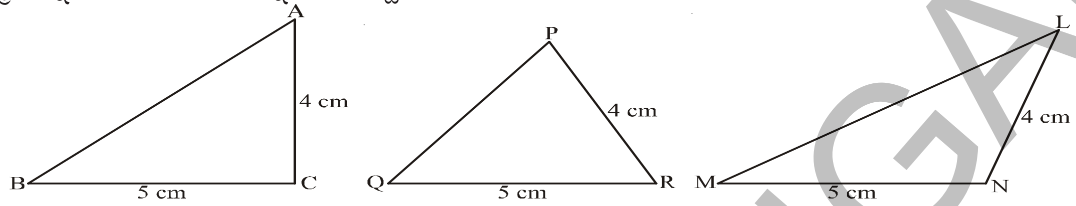
ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ನೀವೆಲ್ಲರೂ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಎಳೆಯಬಲ್ಲಿರಾ ? ಕಮಲ್, ನಮ್ರತ, ಸುಷ್ಮ ಕೆಳಗಿನ ರೀತಿಯಾಗಿ ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ.



ಕಮಲ್ ನಮ್ರತ ಸುಷ್ಮ

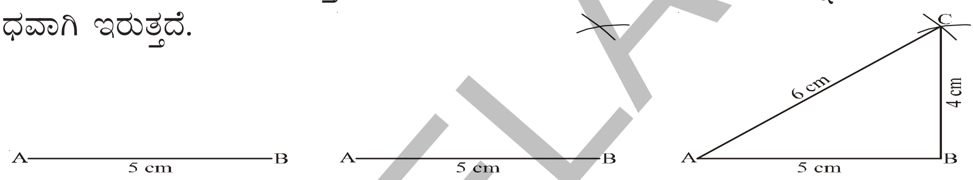
ಮೇಲಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ ಅಲ್ಲವೇ ! ಕಮಲ್ 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ, ನಮ್ರತ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಸುಷ್ಮ ಅಧಿಕಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಉದಾಹರಣೆಗೆ 5 ಸೆಂ.ಮೀ, 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಗಳಾಗಿ ಇವೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳಿ. ಇವುಗಳಿಂದ ಒಂದೇ ವಿಧವಾದ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ನೀವು ರಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಮತ್ತೆ ಕಮಲ್, ನಮ್ರತ, ಸುಷ್ಮ ಭಿನ್ನವಾದ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.



ಕಮಲ್ ನಮ್ರತ ಸುಷ್ಮ

ನಾವು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ತಿಳಿದರೆ ರಚಿಸಬಹುದಾ ? ಇದು ಹೇಗೆ ಇರುತ್ತದೆ ? ಕಮಲ್, ನಮ್ರತ, ಸುಷ್ಮ ಮೂವರೂ ಒಂದೇ ವಿಧವಾದ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುರಾ ? ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 ಸೆಂ.ಮೀ, 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಎಂದುಕೊಂಡರೆ ಆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಯಾರು ಎಳೆದರೂ ಒಂದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ.



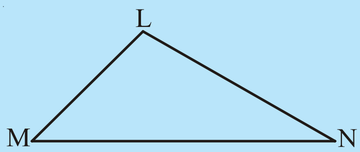
ಈ ಪ್ರಕಾರ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ನಕಲು ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಅಥವಾ Δ ABC ಗೆ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕಾದರೆ, ನಮಗೆ ABC ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು ಬಾಹು–ಬಾಹು–ಬಾಹು ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು.

ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಬೇಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು. ಹಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಕೋನಗಳು ಸಹ ಸಮಾನವೇ ?

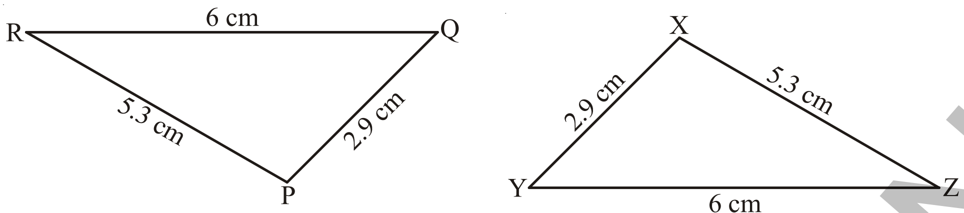
ಬಾಹು–ಬಾಹು–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ಇದನ್ನು ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ :

ΔLMN ನಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಈ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ΔLMN ತ್ರಿಭುಜದ ಮೇಲಿಡಿ. ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮಾನವೇ? ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ಯಾವ ನಿಯಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದೇವೆ.



ಉದಾ –1: $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$. ಸರ್ವಸಮವೇ ? ಮತ್ತೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ : ಕೊಟ್ಟಿರುವ ΔPQR ಮತ್ತು ΔXYZ ಗಳಿಂದ,

$PQ = XY = 2.9$ ಸೆಂ.ಮೀ

$QR = YZ = 6$ ಸೆಂ.ಮೀ

$RP = ZX = 5.3$ ಸೆಂ.ಮೀ

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ, $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

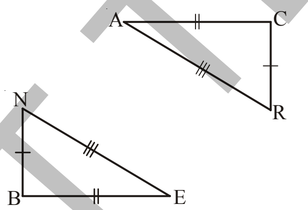
ಇದರಿಂದ, ಶೃಂಗ P ಗೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಶೃಂಗ X, ಶೃಂಗ Q ಗೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಶೃಂಗ Y ಮತ್ತು ಶೃಂಗ R ಅನುರೂಪವಾದ ಶೃಂಗ Z.

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle P, \angle X$; $\angle Q, \angle Y$; $\angle R, \angle Z$ ಗಳು ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳು.

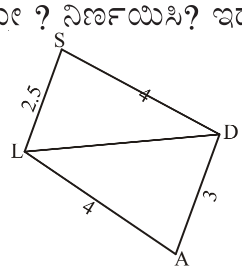
ಅಭ್ಯಾಸ –1

1. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಬಾಹು–ಬಾಹು–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ ಸರಿಯೇ ? ನಿರ್ಣಯಿಸಿ? ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ.

(i)

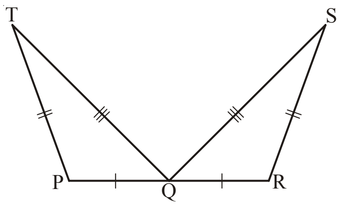


(ii)

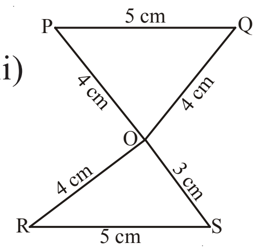


2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರ್ವಸಮನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನದ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i)



(ii)



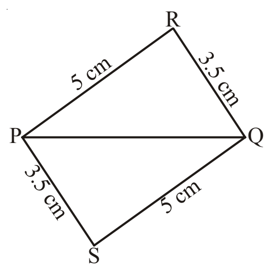
3. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಿಯಾದದ್ದು? ಏಕೆ?

(i) $\Delta PQR \cong \Delta PQS$

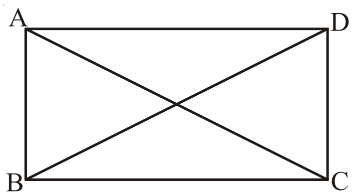
(ii) $\Delta PQR \cong \Delta QPS$

(iii) $\Delta PQR \cong \Delta SQP$

(iv) $\Delta PQR \cong \Delta SPQ$

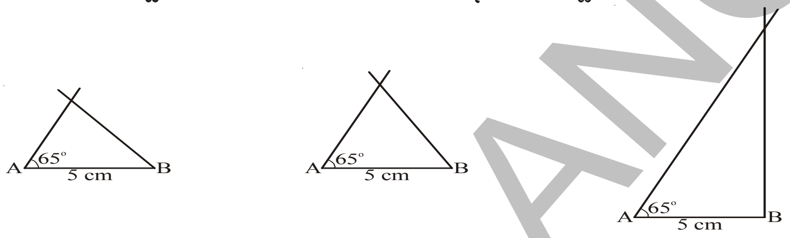


4. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $AB = DC$ ಮತ್ತು $AC = DB$. ಆದರೆ, $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ?



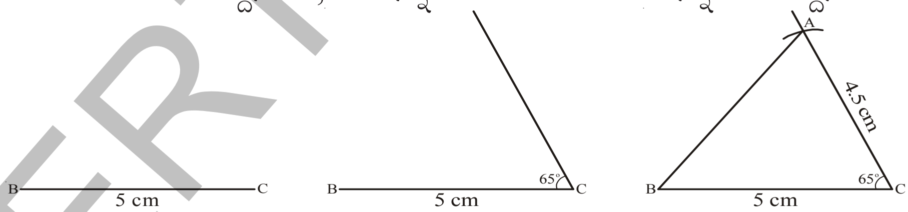
8.3.2 ಬಾಹು–ಕೋನ–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ :

ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ಒಂದು ಕೋನ, ಬಾಹುವನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ ? ಕಮಲ್, ನಮ್ರತ, ಸುಸನ ಅವರಿಗೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೋನ 65^0 ಅಳತೆಗಳು ಕೊಟ್ಟು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಹೇಳಿದಾಗ ಅವರು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಂತೆ ಅಸಮಾನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸದ್ದಾರೆ.



ಈಗ ಆ ಮೂವರಿಗೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು, ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ ಒಂದೇ ವಿಧವಾಗಿ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸ ಬಲ್ಲರೋ, ಇಲ್ಲವೋ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆ ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು, ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ $\angle 65.^0$ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ನಿರ್ಮಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಕಮಲ್ ಒಂದು ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿದನು. ಅವನು ಪಾದ 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುವಂತೆ ಎಳೆದು BC ಯಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಿದನು. ಕೋನಮಾಪಕ ಸಹಾಯದಿಂದ $\angle C = 65°$ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. C ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ C ಬಳಿ ರಚಿಸಿದ ಕೋನದ ಗೆರೆಯ ಮೇಲೆ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆದಿದ್ದಾನೆ. ಆ ಛೇಧಿಸಿದ ಬಿಂದು A ಯಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಿದ್ದಾನೆ. A,B ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆ.



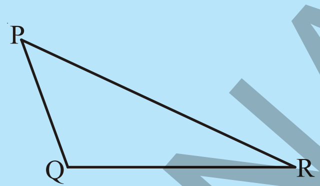
B ಬಿಂದುವಿನ ಬಳಿ 65^0 ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ. $AB = 4.5$ ಸೆಂ.ಮೀ ಆಗಿ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದಾ? ಈ ತ್ರಿಭುಜ ಕಮಲ್ ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸರ್ವಸಮತೆ ಹೊಂದಿರುತ್ತದಾ? ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಟ್ಟ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಬಹುದು.

ΔABC ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸರ್ವಸಮವಾದ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕೆಂದರೆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು, ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ ತಿಳಿದಿರಬೇಕು. ಇದನ್ನು ಬಾಹು–ಕೋನ–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎನ್ನುವರು.

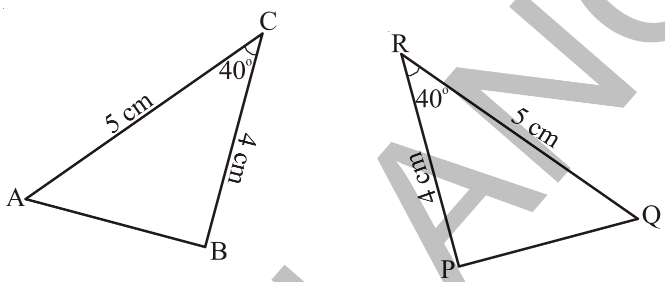
ಬಾಹು–ಕೋನ–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ :– "ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ" ಇದನ್ನು ಬಾಹು ಕೋನ ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

ΔPQR ನಲ್ಲಿ ಬಾಹುಗಳು PQ, QR ಮತ್ತು $\angle Q$ ನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಒಂದು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಈ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ΔPQR ಮೇಲೆ ಇಡಿರಿ. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ? ಯಾವ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಆಧಾರವಾಗಿ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳು.



ಉದಾಹರಣೆ:2: ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ. ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ? ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಶೃಂಗಗಳು, ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.



ಪರಿಹಾರ : $\Delta ABC, \Delta PQR$ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ

$AC = QR, BC = PR$ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ $\angle C = \angle R$

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta QPR$.(ಬಾಹು ಕೋನ ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ)

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಶೃಂಗಗಳು $A \leftrightarrow Q$, $B \leftrightarrow P$ ಮತ್ತು $C \leftrightarrow R$

ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು $\angle A \cong \angle Q$, $\angle B \cong \angle P$ ಮತ್ತು $\angle C \cong \angle R$

ಉದಾಹರಣೆ.3:– ΔPQR, ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $PQ = PR$ ಮತ್ತು $\angle P$ ನ ಕೋನಾರ್ಧರೇಖೆ PS. ΔPQS ಮತ್ತು ΔPRS ಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ? ಆದರೆ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

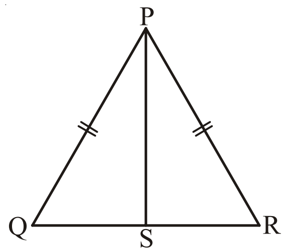
ಪರಿಹಾರ : ΔPQS ಮತ್ತು ΔPRS ಗಳಲ್ಲಿ

$PQ = PR$ (ದತ್ತಾಂಶ)

$PS = PS$ (ಸಾಮಾನ್ಯಬಾಹು)

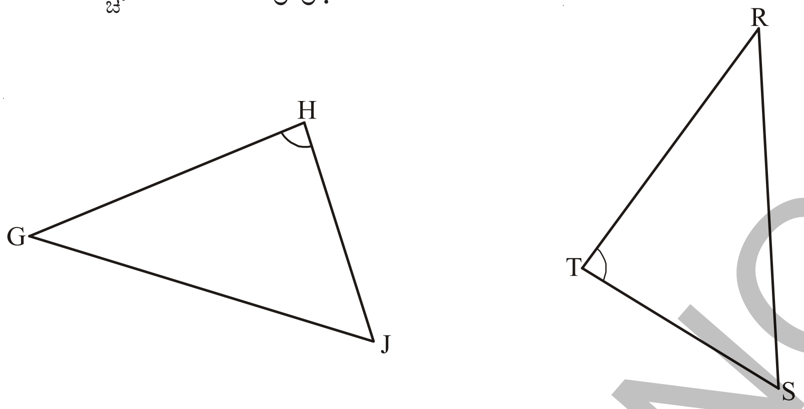
ಮತ್ತು ಕೋನ ಒಳಗೊಂಡಂತೆ $\angle QPS = \angle RPS$ (PS, $\angle P$ ನ ಕೋನಾರ್ಧರೇಖೆ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta PQS \cong \Delta PRS$ (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

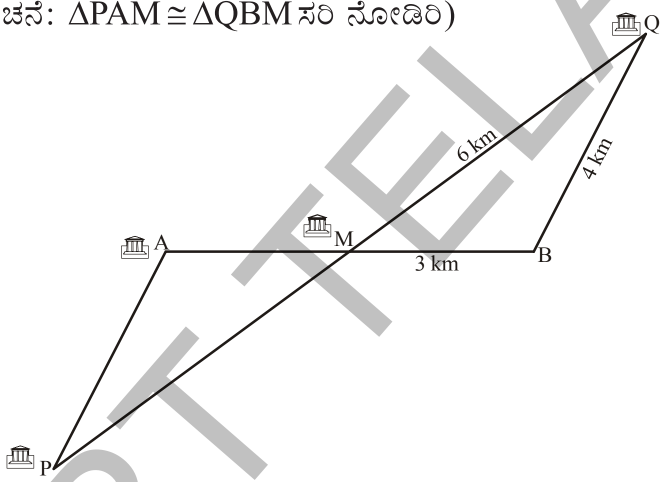


ಅಭ್ಯಾಸ-2

1. ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಆಧಾರವಾಗಿ ಸರ್ವಸಮವೆಂದು ತೋರಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಶಗಳಾವುವು?

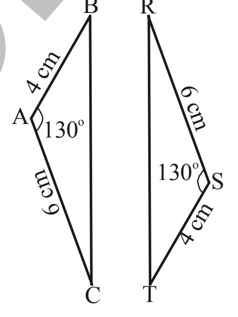


2. A, B ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಮತ್ತು P ಮತ್ತು Q ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ M ಎಂಬ ಗ್ರಾಮ ಇದೆ. ಆದರೆ A ಮತ್ತು P ಗ್ರಾಮಗಳ ಮಧ್ಯ ದೂರ ಎಷ್ಟು? (ಸೂಚನೆ: $\Delta PAM \cong \Delta QBM$ ಸರಿ ನೋಡಿರಿ)

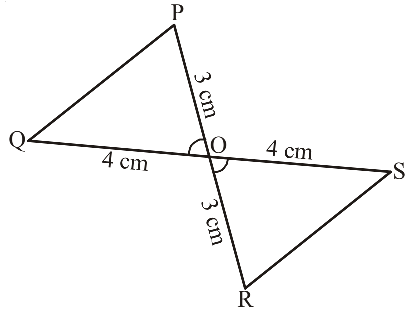


3. ಕೆಳಗಿನ ಕೆಲವು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೊತೆಗಳು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವು ಸರ್ವಸಮಗಳೇನಾ? ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

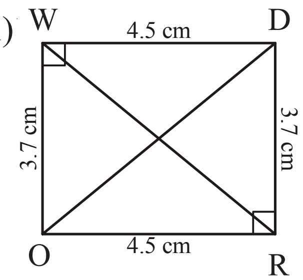
(i)



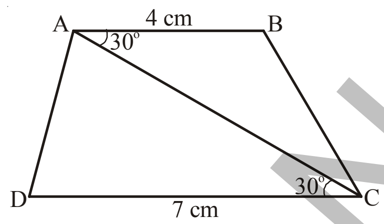
(ii)



(iii)

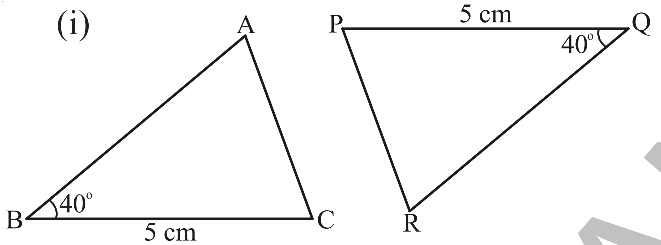


(iv)

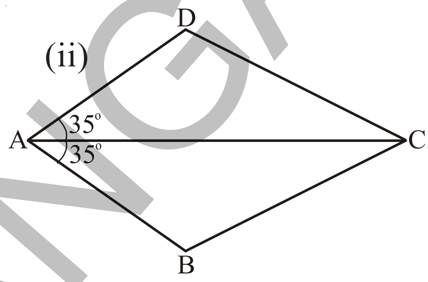


4. ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತದಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು ಯಾವ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು ?

(i)



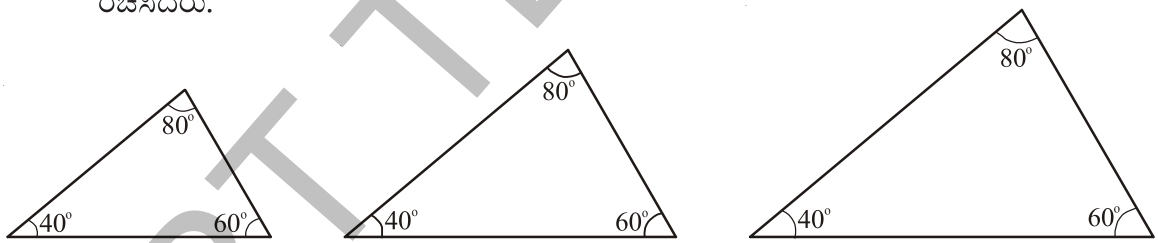
(ii)



8.3.3 ಕೋನ-ಬಾಹು-ಕೋನ ಸಿದ್ಧಾಂತ

ವಿಧ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ! ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ? ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

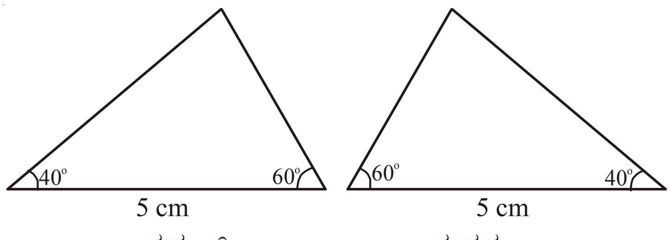
ಕಮಲ್, ನಮ್ರತ, ಸುಸನರು 40^0, 60^0 ಮತ್ತು 80^0 ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಈ ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರು.



ಕಮಲ್ ನಮ್ರತ ಸುಸನ

ಮೇಲಿನ 3 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆ ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮ ಅಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಅವಸರ ನಮಗೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು, ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ತಿಳಿದರೆ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಲ್ಲೆವೇ?



ಕಮಲ್ ಸುಸನ

ಕಮಲ್ ಮತ್ತು ನಮ್ರತ 60^0, 40^0 ಮತ್ತು

5 ಸೆಂ.ಮೀ. ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಯಿಂದ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಕಮಲ್ ಮತ್ತು ನಮ್ರತ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವಾಗ ಕೊಟ್ಟ ಬಾಹುವನ್ನು, ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಬಾಹುವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ನಕಲು ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಅಥವಾ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸರ್ವಸಮವಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕೆಂದರೆ ನಮಗೆ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಬಾಹು ಗೊತ್ತಿರಬೇಕು. ಇದನ್ನು ಕೋನ–ಬಾಹು–ಕೋನ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಕೋನ–ಬಾಹು–ಕೋನ ಸಿದ್ಧಾಂತ :– ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅನುರೂಪವಾಗಿ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಇದನ್ನು ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:–

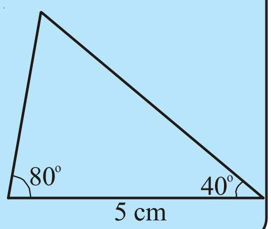
ಶಿಕ್ಷಕನು $60^\circ, 40^\circ$ ಮತ್ತು ಬಾಹು 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಾಗಿ ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿದನು. ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 , ಇದರಂತೆ ಸುಷ್ಮ ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರನೇ ಕೋನವನ್ನು 80^0 ಯಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದಳು. ಹಾಗೆಯೇ ಕಮಲ್, ಸುಷ್ಮ ಮತ್ತು ನಮ್ರತ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕೆಳಗಿನ ಅಳತೆಗಳು ಕೊಟ್ಟಂತೆ ರಚಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಕಮಲ್ : $60^\circ, 40^\circ$ ಮತ್ತು 5 ಸೆಂ.ಮೀ (ಶಿಕ್ಷಕ ಹೇಳಿದಂತೆ)

ಸುಷ್ಮ : $80^\circ, 40^\circ$ ಮತ್ತು 5 ಸೆಂ.ಮೀ

ನಮ್ರತ : $60^\circ, 80^\circ$ ಮತ್ತು 5 ಸೆಂ.ಮೀ

ಈ ಮೂರು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ, ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಒಂದನ್ನಿಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ.ಇವು ಸರ್ವಸಮವೇ? ನೀವು ಸಹ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ.



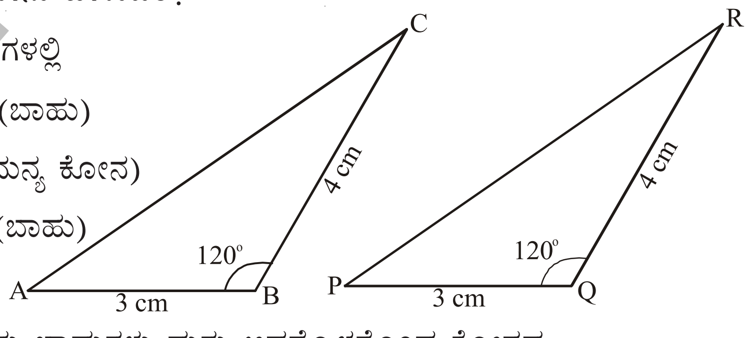
ಉದಾ:– 4: ತ್ರಿಭುಜಗಳು ΔCAB ಮತ್ತು ΔRPQ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ? ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಸರ್ವಸಮಗಳಿದ್ದರೆ ಉಳಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಭಾಗಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ?

ಪರಿಹಾರ: ΔCAB ಮತ್ತು ΔRPQ, ಗಳಲ್ಲಿ

$BC = QR = 4$ ಸೆಂ.ಮೀ (ಬಾಹು)

$\angle B = \angle Q = 120^\circ$ (ಸಾಮನ್ಯ ಕೋನ)

$AB = PQ = 3$ ಸೆಂ.ಮೀ (ಬಾಹು)

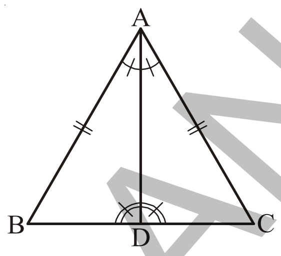


ಇದ್ದರಿಂದ ΔCAB ಯ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅದನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಕೋನವು ΔRPQ ನ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅದನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮ. $\Delta CAB \cong \Delta RPQ$ (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ) ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ

$AC = PR$

$\angle C = \angle R$ ಮತ್ತು $\angle A = \angle P$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಉದಾ:– 5: ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮಾನ ಕೋನಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ?



ಪರಿಹಾರ : ΔABD ಮತ್ತು ΔACD ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ

$\angle BAD = \angle CAD$ (ದತ್ತ) (ಕೋನ)

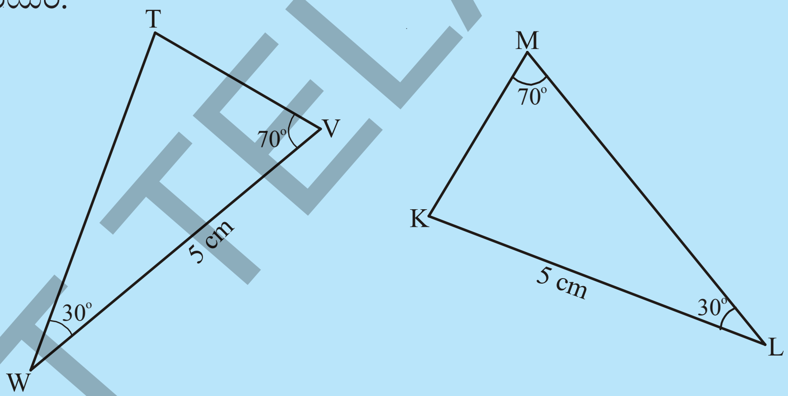
$\angle ADB = \angle ADC$ (ದತ್ತ) (ಕೋನ)

$AD = AD$ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

$\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

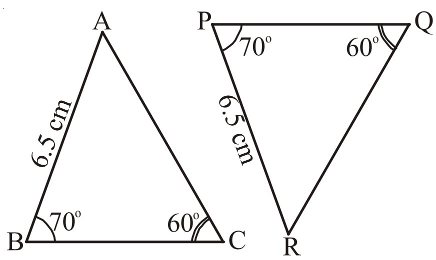
ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳೇ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುತ್ತಾ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



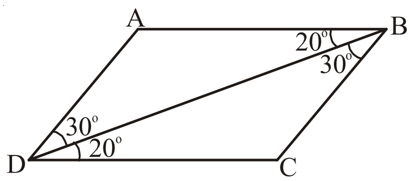
ಅಭ್ಯಾಸ–3

1. ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೊತೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಸರ್ವಸಮಗಳು? ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ಕಾರಣವಾದ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

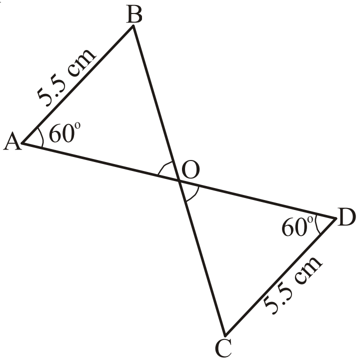
(i)



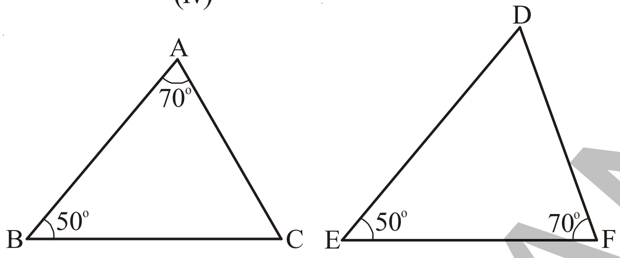
(ii)



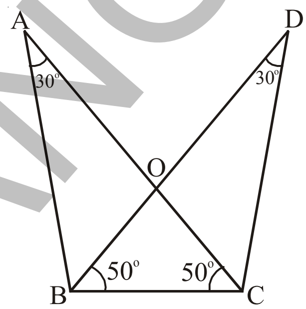
(iii)



(iv)



2. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ



(i) ΔABC ಮತ್ತು ΔDCB ಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ?

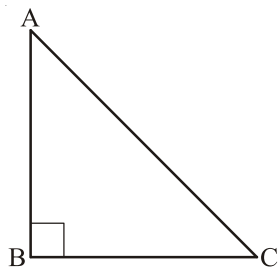
(ii) ΔAOB , ΔDOC ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ?

ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ. ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

8.3.4 ಲಂಬಕೋನ–ಕರ್ಣ–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ :

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನ ಲಂಬಕೋನವಾದರೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವೆಂದು ಗೊತ್ತು. ಆದ್ದರಿಂದ ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ತೋರಿಸಿಲು ನಮಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ಅಂಶಗಳೇನು?

ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ΔABC ನಲ್ಲಿ $\angle B = 90$. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದು?



(i) ಕೇವಲ BC ಅಳತೆಯು ಕೊಟ್ಟಾಗ

(ii) ಕೇವಲ $\angle C$ ಕೊಟ್ಟಾಗ

(iii) $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಅಳತೆಗಳು ಕೊಟ್ಟಾಗ

(iv) AB ಮತ್ತು BC ಅಳತೆಗಳು ಕೊಟ್ಟಾಗ

(v) $\angle C$ ಮತ್ತು BC ಅಳತೆಗಳು ಕೊಟ್ಟಾಗ

(vi) BC ಮತ್ತು ಕರ್ಣ AC ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ

ನಾವು ಮೇಲಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದಾಗ (iv), (v) ಮತ್ತು (vi) ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಲ್ಲೆವು.

ಕೊನೆಯ ಸಂದರ್ಭ ನಮಗೆ ಹೊಸದಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಲಂಬಕೋನ– ಕರ್ಣ–ಬಾಹು ಸರ್ವಸಮ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಲಂಬಕೋನ-ಕರ್ಣ-ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ:- (ಲಂ.ಕೋ-ಕ-ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹು ಮತ್ತೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ.

ಉದಾ-6 :- ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜದ ಭಾಗಗಳ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳೇ, ಅಲ್ಲವೇ? ಲಂ.ಕೋ-ಕ-ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ. ಒಂದು ವೇಳೆ ಅವುಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾದರೆ ಸರ್ವಸಮ ಸಂಕೇತ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

	ΔABC	ΔPQR
(i)	$\angle B = 90^o$, AC = 8 ಸೆಂ.ಮೀ, AB = 3 ಸೆಂ.ಮೀ	$\angle P = 90^o$, PR = 3 ಸೆಂ.ಮೀ QR = 8 ಸೆಂ.ಮೀ
(ii)	$\angle A = 90^o$, AC = 5 ಸೆಂ.ಮೀ, BC= 9 ಸೆಂ.ಮೀ	$\angle Q = 90^o$, PR = 8 ಸೆಂ.ಮೀ, PQ = 5 ಸೆಂ.ಮೀ

ಸಾಧನೆ:-

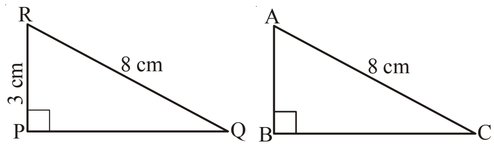
(i) ಇಲ್ಲಿ, $\angle B = \angle P = 90^o$

ಕರ್ಣ AC = ಕರ್ಣ RQ (= 8 ಸೆಂ.ಮೀ)

ಬಾಹು AB = ಬಾಹು RP (= 3 ಸೆಂ.ಮೀ)

ಆದ್ದರಿಂದ, $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ (ಚಿತ್ರ 1)

(ಲಂ.ಕೋ-ಕ-ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ).



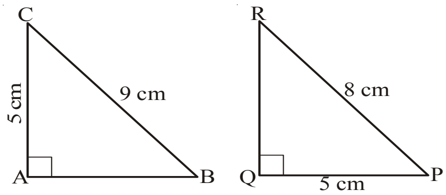
ಚಿತ್ರ 1

(ii) ಇಲ್ಲಿ $\angle A = \angle Q = 90^o$ ಮತ್ತು

ಬಾಹು AC=ಬಾಹು PQ (= 5 ಸೆಂ.ಮೀ).

ಕರ್ಣ BC $\neq$ ಕರ್ಣ PR (ಚಿತ್ರ 2)

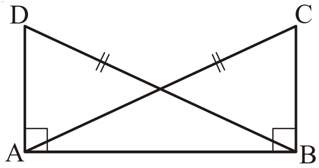
ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳಲ್ಲ.



ಚಿತ್ರ 2

ಉದಾ 7:- ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\overline{DA} \perp \overline{AB}$, $\overline{CB} \perp \overline{AB}$ ಮತ್ತು AC = BD.

ΔABC ಮತ್ತು ΔDAB ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಸರ್ವಸಮ ಭಾಗಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗಿವೆ.

(i) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (ii) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$

ಪರಿಹಾರ : ಸರ್ವಸಮ ಭಾಗಗಳು

$\angle ABC = \angle BAD \ (= 90^o)$

$AC = BD$ (ದತ್ತ)

$AB = BA$ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

$\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (ಲಂ.ಕೋ–ಕ–ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ).

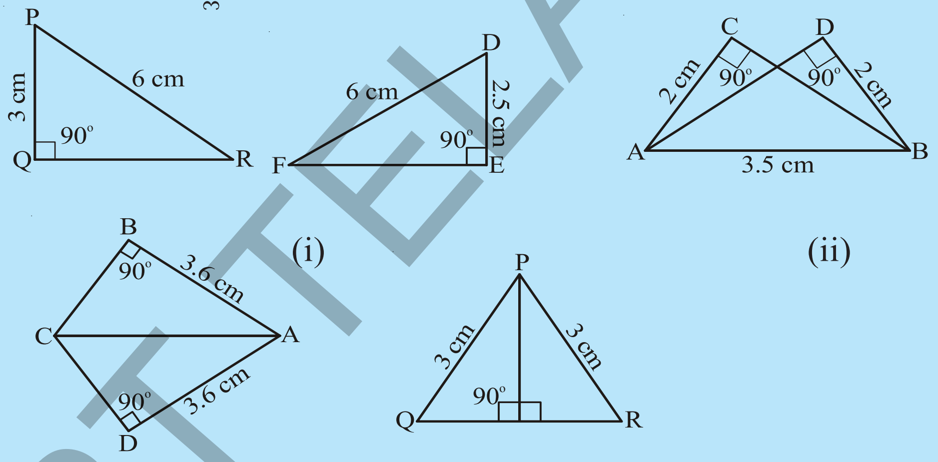
ಮೇಲಿನವುಗಳಿಂದ

ಹೇಳಿಕೆ (i) ಸತ್ಯ ;

ಹೇಳಿಕೆ (ii) ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗಿಲ್ಲ, $\Delta ABC, \Delta BAD$ ಗಳಲ್ಲಿ ಶೃಂಗಗಳು ಅನುರೂಪಗಳಲ್ಲ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ.

1. ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಅವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಲಂ.ಕೋ–ಕ–ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಆಧಾರವಾಗಿ ಅವು ಸರ್ವಸಮವೇ? ಅವು ಸರ್ವಸಮವಾದರೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಂಕೇತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.



(i) (ii) (iii) (iv)

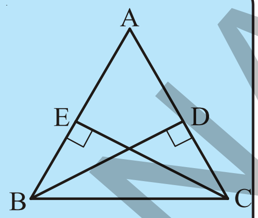
2. $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ ತ್ರಿಭುಜ (ಲಂ.ಕೋ–ಕ–ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ) ಆದರೆ $\angle B = \angle P = 90^o$ ಮತ್ತು $AB = RP$ ಕೊಟ್ಟರೆ ಅಂಶಗಳು ಸರಿ ಹೊಗುತ್ತದೆಯೇ? ಅಲ್ಲದಿದ್ದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಏನು ಅಂಶ ಬೇಕು?

3. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರ ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ ಗಳು ಎತ್ತರಗಳು ಮತ್ತು $BD = CE$.

(i) ΔCBD ಮತ್ತು ΔBCE ಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

(ii) $\Delta CBD \cong \Delta BCE$? ಏತಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ಏತಕ್ಕಲ್ಲ?

(iii) $\angle DBC = \angle EBC$? ಏತಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ಏತಕ್ಕಲ್ಲ?



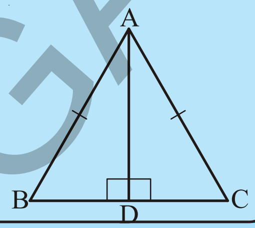
4. ABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ. $\overline{AB} = \overline{AC}$ ಮತ್ತು $\overline{AD}$ ಒಂದು ಎತ್ತರ (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ)

(i) ΔADB ಮತ್ತು ΔADC ಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$? ಏತಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ಏತಕ್ಕಲ್ಲ?

(iii) $\angle B \cong \angle C$? ಏತಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ಏತಕ್ಕಲ್ಲ?

(iv) $BD \cong CD$ ಸಮಾನವೇ? ಏತಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ಏತಕ್ಕಲ್ಲ?



ಅಭ್ಯಾಸ–4

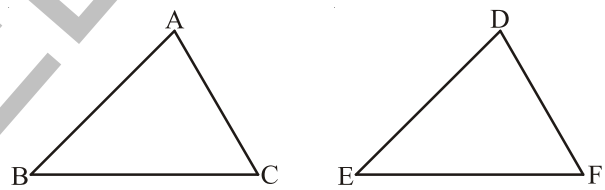
1. ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೊತೆಗಳು ಯಾವ ಸರ್ವಸಮ ಸಿದ್ದಾಂತದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆ ತಿಳಿಸಿರಿ.

(i) ದತ್ತ : $\overline{AC} = \overline{DF}$

$\overline{AB} = \overline{DE}$

$\overline{BC} = \overline{EF}$

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

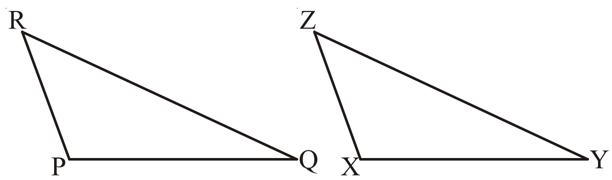


(ii) $\overline{ZX} = \overline{RP}$

$\overline{ZY} = \overline{RQ}$

$\angle PRQ \cong \angle XZY$

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

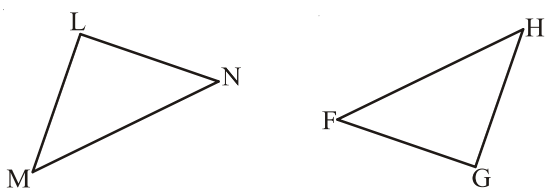


(iii) : $\angle MLN \cong \angle FGH$

$\angle NML \cong \angle GFH$

$\overline{ML} = \overline{FG}$

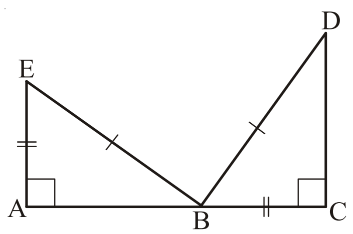
ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta LMN \cong \Delta GFH$



(iv) $\overline{EB} = \overline{DB}$

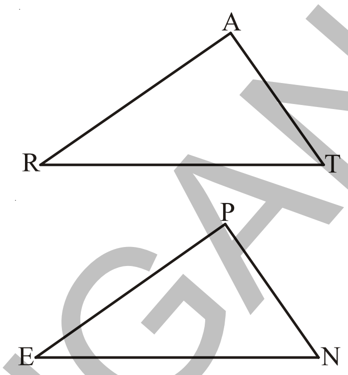
$\overline{AE} = \overline{BC}$

$\angle A = \angle C = 90^o$



ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ABE \cong \Delta CDB$

2. $\Delta ART \cong \Delta PEN$ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು



(i) ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸ ಬೇಕಾದರೆ ನಾವು ತೋರಿಸಬೇಕಾದದ್ದು.

(a) AR = (b) RT = (c) AT =

(ii) $\angle T = \angle N$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟರೆ ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕಾದರೆ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಅಳತೆಗಳು.

(a) RT = ಮತ್ತು (ii) PN =

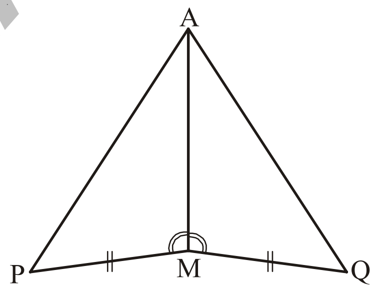
(iii) AT = PN ಆದಾಗ ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕಾದರೆ.

(a) ? (b) ?

3. $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬೇಕೆಂದರೆ

ಕೆಳಗಿನ ಸಾಧನೆಯಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಜಾಗದಲ್ಲಿ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ

ಹಂತಗಳು	ಕಾರಣಗಳು
(i) PM = QM	(i) ....
(ii) $\angle PMA \cong \angle QMA$	(ii) ....
(iii) AM = AM	(iii) ....
(iv) $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$	(iv) ....

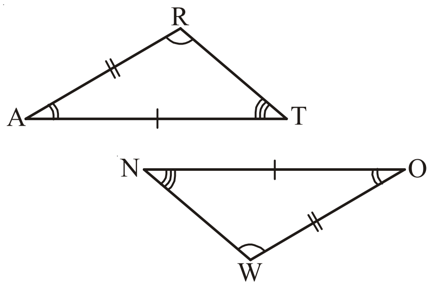


4. ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle A = 30^o$, $\angle B = 40^o$ ಮತ್ತು $\angle C = 110^o$

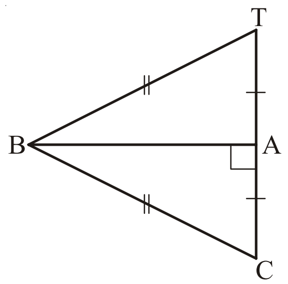
ΔPQR ಯಲ್ಲಿ $\angle P = 30^o$, $\angle Q = 40^o$ ಮತ್ತು $\angle R = 110^o$

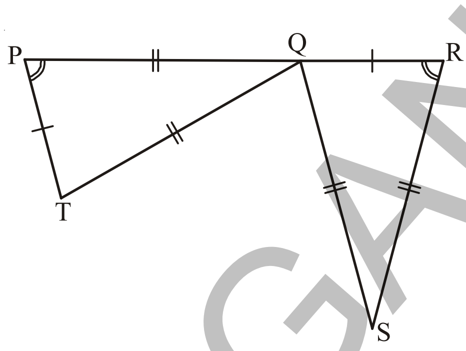
ಮೇಲಿನ ಅಳತೆಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ಎಂದು ಹೇಳಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಋಜುವಾತು ಮಾಡಬಲ್ಲನಾ? ಏತಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ಏತ್ತಕ್ಕಲ್ಲ?

5. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರ್ತಿಸಿದ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. $\Delta RAT \cong$? ಬರೆಯಿರಿ.



6. ಕೆಳಗಿನ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿರಿ.



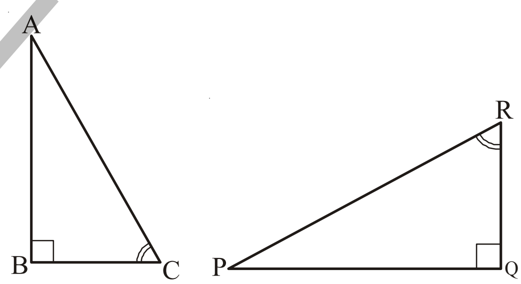


$\Delta ABC \cong ?$ $\Delta QRS \cong ?$

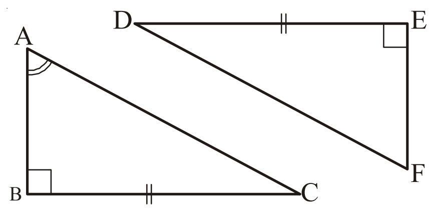
7. ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು, ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮ ಇರುವ ಹಾಗೆ ರಚಿಸಿ.
   (i) ತ್ರಿಭುಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳು.
   (ii) ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲ

   ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಿವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ.

8. ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಸರ್ವಸಮಗಳು. ಯಾವ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಆಧಾರವಾಗಿ ಇವು ಸರ್ವಸಮವಾಗುತ್ತವೆಯೋ, ಇಲ್ಲವೋ ತಿಳಿಸಿರಿ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದ ಉಳಿದ ಯಾವ ಬಾಹುಗಳು, ಯಾವ ಕೋನಗಳು ಸಮವೋ ತಿಳಿಸಿರಿ.



9. $\Delta ABC \cong \Delta FED$ ವಿವರಿಸಿ. ಏಕೆ?



ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

1. ಸರ್ವಸಮ ವಸ್ತುಗಳು ಒಂದೇ ಆಕಾರ, ಒಂದೇ ಪರಿಮಾಣ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.
2. ಎರಡು ವಸ್ತುಗಳು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇಟ್ಟಾಗ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಐಕ್ಯವಾದರೆ ಆ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಸರ್ವಸಮ ವಸ್ತುಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
3. ಎರಡು ರೇಖಾ ಖಂಡಗಳು AB ಮತ್ತು CD ಒಂದೇ ಅಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ರೇಖಾ ಖಂಡಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು $AB \cong CD$ ಯಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ $AB = CD$ ಎಂದೂ ಸಹ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

4. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಇನ್ನೊಂದರ ಅನುರೂಪ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಮೂರು ಕೋನಗಳಿಗೆ ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
5. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಮತ್ತು ತಕ್ಕಷ್ಟು ನಿಯಮಗಳು ಹೊಂದಿರಬೇಕು. ಅವು ಹೀಗಿವೆ.
   (i) ಬಾಹು–ಬಾಹು–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ (ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ) : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಇದನ್ನು ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
   (ii) ಕೋನ–ಬಾಹು–ಕೋನ ಸಿದ್ಧಾಂತ : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅನುರೂಪವಾಗಿ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ಇದನ್ನು ಕೋನ ಬಾಹು ಕೋನ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
   (iii) ಬಾಹು–ಕೋನ–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ಇದನ್ನು ಬಾಹು–ಕೋನ–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
   (iv) ಲಂಕೋನ–ಕರ್ಣ–ಬಾಹು ಸಿದ್ಧಾಂತ : ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹು ಮತ್ತೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆಗಳು

9

9.0 ಪರಿಚಯ

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತು ಕೊಳ್ಳೋಣ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಮೂರು ಕೋನಗಳಿವೆ (ಆರು ಅಂಶಗಳು) ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಈ ಆರು ಅಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಅಂಶಗಳು ಅವಶ್ಯಕ. ಆದರೆ ಈ ಮೂರು ಅಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಂಶ ಬಾಹು ಆಗಿರಲೇಬೇಕು. ಉಳಿದ ಅಂಶಗಳು ಬಾಹು ಅಥವಾ ಕೋನಗಳಾಗಿರಬಹುದು. ನಾವು ಯಾವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು ಗಮನಿಸೋಣ.

i) ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಕೊಟ್ಟಾಗ

ii) ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ ಕೊಟ್ಟಾಗ

iii) ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಇಲ್ಲದ ಕೋನ ಕೊಟ್ಟಾಗ

iv) ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ

v) ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹುಕೊಟ್ಟಾಗ

ಮೇಲೆ ಸೂಚಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನೂ ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದೋ ಈಗ ಕಲಿತು ಕೊಳ್ಳೋಣ.

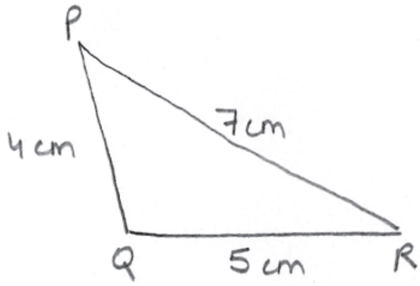
9.1 ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ :

ಒಂದು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮೊದಲು ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆದು ಅದರಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಬೇಕು.

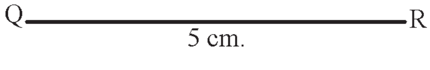
ಉದಾ: = PQ = 4 ಸೆಂ.ಮೀ, QR = 5 ಸೆಂ.ಮೀ, RP = 7 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ΔPQR ನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಹಂತ 1: ಕೊಟ್ಟ ತ್ರಿಭುಜದ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆದು,

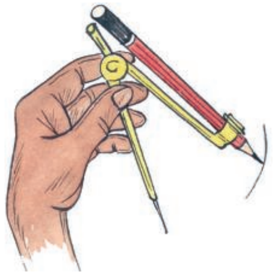
ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ

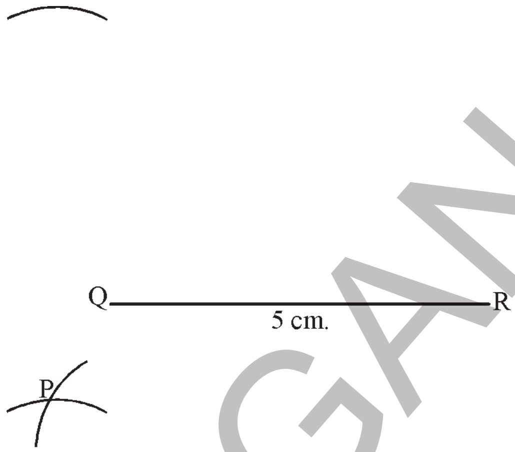


ಹಂತ 2: ಸ್ಕೇಲಿನ ಸಹಾಯದಿಂದ 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡ QR ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

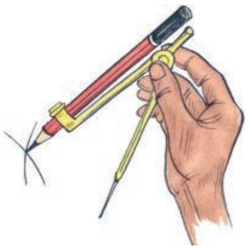


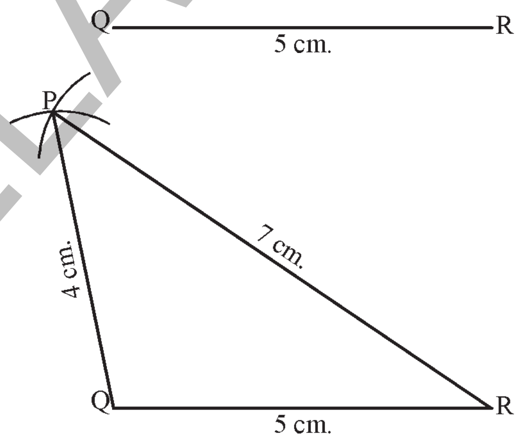
ಹಂತ 3: Q ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು
4 ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನು
ಕೈವಾರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಎಳೆಯಿರಿ





ಹಂತ 4: **R** ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು
7 ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೊದಲೆಳದ ಕಂಸವನ್ನು ಛೇದಿಸುವಂತೆ
ಕಂಸ ಎಳೆಯಿರಿ ಇವು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ





ಹಂತ 5: Q ಮತ್ತು P ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿರಿ

P ಮತ್ತು R ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿರಿ

Δ PQR ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ತ್ರಿಭುಜ

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

1. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಗುರ್ತಿಸಿದ ಅಳತೆಗಳಿಂದ, PQ ಆಧಾರ ಅಥವಾ ಪಾದ ವಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಟ್ಟ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ, ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸರ್ವ ಸಮವಾಗುತ್ತವೇ?

2. ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ PE = 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ, ET = 5.4 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು TP = 6.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔPET ರಚಿಸಿರಿ.

   ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ AB = 5.4 ಸೆಂ.ಮೀ, BC = 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು CA = 6.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ರಚಿಸಿ ಪೇಪರ್ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿದ ΔABC ಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿದ ΔPET ಮೇಲೆ ಇಡಿ. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ ವಾಗುತ್ತವೆಯೇ ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಗಣಿತನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 1

1 AB = 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ, BC = 6.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು CA = 7.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುವಂತೆ ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

2. NI = 5.6 ಸೆಂ.ಮೀ, IB = 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು BN = 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುವಂತೆ ΔNIB ರಚಿಸಿ. ಇದು ಯಾವ ವಿಧದ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ ತಿಳಿಸಿ.

3. ಪ್ರತಿ ಬಾಹು 6.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆ ಇರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ΔAPE ರಚಿಸು.

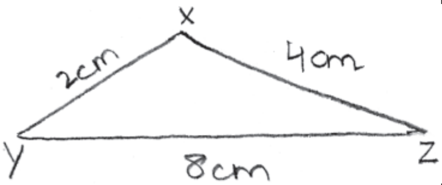
4. XY = 6 ಸೆಂ.ಮೀ, YZ = 8 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು ZX = 10 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುವಂತೆ ΔXYZ ರಚಿಸಿರಿ. ಕೋನಮಾಪಕ ಸಹಾಯದಿಂದ 'X' ಬಿಂದುವಿನ ಬಳಿ ಇರುವ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದು ಯಾವ ವಿಧದ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ ತಿಳಿಸಿ.

5. AB = 4 ಸೆಂ.ಮೀ, BC = 7 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು CA= 3 ಸೆಂ.ಮೀ ಇರುವಂತೆ ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ΔABC ಎಂತಹ ತ್ರಿಭುಜ ತಿಳಿಸಿ.

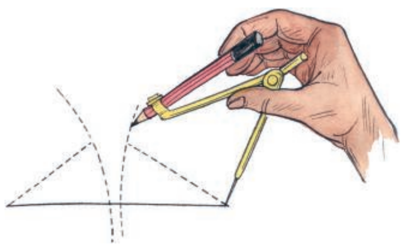
6. PE = 4 ಸೆಂ.ಮೀ, EN = 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು NP = 3 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔPEN ರಚಿಸಿ, ಕಂಸಗಳ ಬದಲು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆದಾಗ ಎಷ್ಟು ಛೇದನ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ನೀವು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ? ಇದೇ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಎಷ್ಟು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸ ಬಹುದು? ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಈ ವಿಧಾನ ಸತ್ಯವೇ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಸುಶಾಂತ್ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆ ತಯಾರು ಮಾಡಿದ XY= 2 ಸೆ.ಮೀ, YZ= 8 ಸೆ.ಮೀ ಮತ್ತು XZ= 4ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔXYZನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅವನು ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪಕ್ಕ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಎಳೆದನು.



ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಓದಿ, ಶ್ರೀಜ ಈ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಸುಶಾಂತ್‌ಗೆ ಹೇಳಿದಳು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಸುಶಾಂತ್ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿದನು.

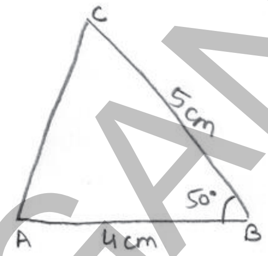


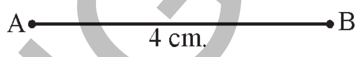
ಸುಶಾಂತ್ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಲ್ಲನೇ? ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ, ರಚಿಸದೆ ಹೋದರೆ ಏಕೆ? ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತ ರೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ, ಶ್ರೀಜಳು ಹೇಳಿದ ವಿಧಾನಕ್ಕೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಯಾವ ನಿಯಮ ಬಲಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

9.2 ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ:

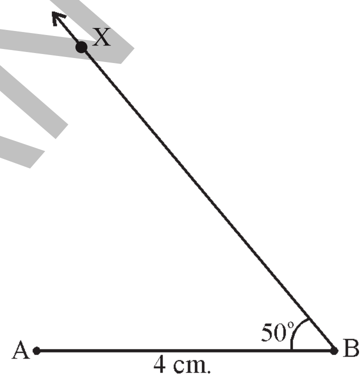
ಉದಾ 2 : AB = 4 ಸೆಂ.ಮೀ, BC = 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು $\angle B = 50^{o}$ ಇರುವ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಹಂತ 1: ಕೊಟ್ಟ ತ್ರಿಭುಜದ ಕಚ್ಚಾ ತ್ರಿಭುಜದ ಚಿತ್ರ ಬರೆದು, ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ.

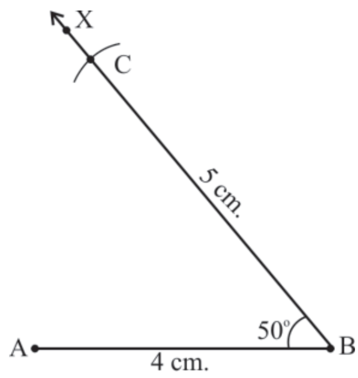




ಹಂತ 2: 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡ AB ಎಳೆಯಿರಿ

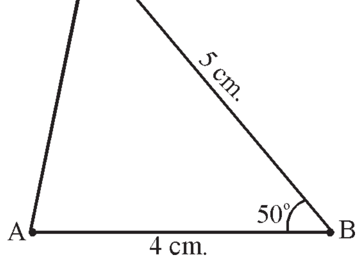


ಹಂತ 3: B ನಲ್ಲಿ 50^{o} ಕೋನವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, $\overrightarrow{BX}$? ಕಿರಣವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಹಂತ 4: B ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 5 ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಈ ಕಂಸ ಕಿರಣ BX ನ್ನು 'C' ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ

ಹಂತ 5: C ಮತ್ತು A ಸೇರಿಸಿರಿ ΔABC ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ತ್ರಿಭುಜ



ಅಭ್ಯಾಸ 2

1. CA = 8 ಸೆಂ.ಮೀ, = $\angle A$ 60° ಮತ್ತು AR = 8 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔCAR ನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ, ಬಾಹು ಉದ್ದವನ್ನು $\angle R$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಯನ್ನು ಅಳೆದು ΔCAR ಯಾವ ವಿಧದ ತ್ರಿಭುಜವೋ ತಿಳಿಸಿರಿ.
2. AB = 5 ಸೆಂ.ಮೀ, $\angle B = 45^\circ$ ಮತ್ತು BC = 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
3. $\angle R = 100^\circ$, QR = RP = 5.4 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
4. TE = 3 ಸೆಂ.ಮೀ, $\angle E = 90^\circ$ ಮತ್ತು NE = 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔTEN ರಚಿಸಿರಿ.

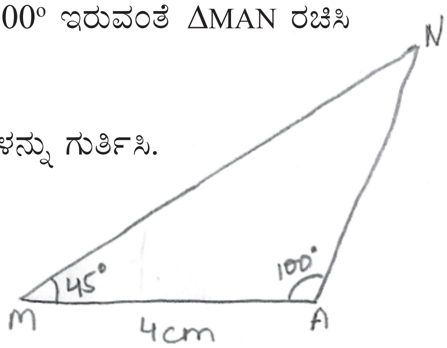
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

ನಿನಗೆ ಇಷ್ಟವಾದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವಲ್ಲದ ಒಂದು ವಿಶಾಲಕೋನ ವಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಮೇಲಿನ ಸಮಾಚಾರದಿಂದ ನೀನು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸ ಬಲ್ಲೆಯಾ ?

9.3 ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

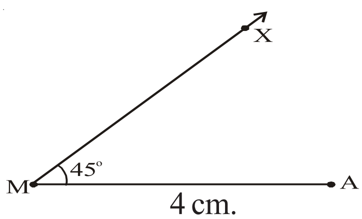
ಉದಾ 3: MA = 4 ಸೆಂ.ಮೀ, $\angle M = 45^\circ$ ಮತ್ತು $\angle A = 100^\circ$ ಇರುವಂತೆ ΔMAN ರಚಿಸಿ

ಹಂತ 1: ತ್ರಿಭುಜದ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆದು, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ.

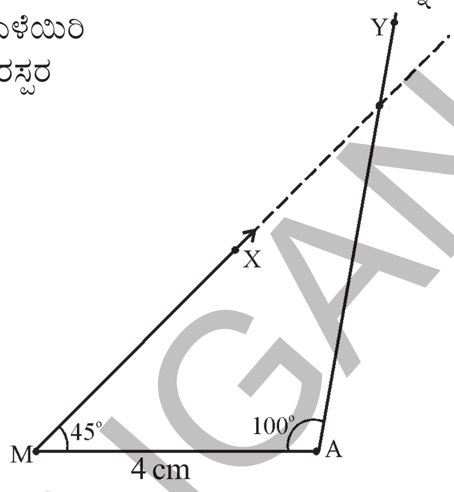


ಹಂತ 2: 4 ಸೆಂ.ಮೀ ರೇಖಾಖಂಡ MA ಎಳೆಯಿರಿ

ಹಂತ 3: M ಬಳಿ 45° ಕೋನವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ. ಗುರ್ತಿಸಿದ ಬಿಂದು 'X' ಮತ್ತು M ಸೇರಿಸುತ್ತಾ ಕಿರಣ MX ವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

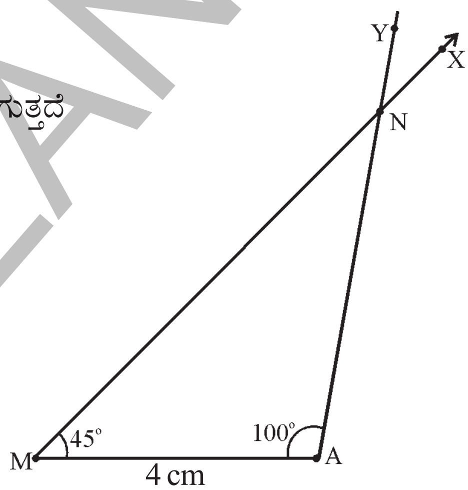


ಹಂತ 4: ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಬಿಂದು 'A' ನಲ್ಲಿ ಕೋನಮಾಪನಿ ಸಹಾಯದಿಂದ 100^o ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಹಾಗೆ ಕಿರಣ AY ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಕಿರಣ MX ಮತ್ತು ಕಿರಣ AY ಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿಕೊಳ್ಳುವರೆಗೆ ವೃದ್ದಿಸಿ.



ಹಂತ 5: ಆ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದು N ಆಗುತ್ತದೆ

ΔMAN ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ತ್ರಿಭುಜ.



ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

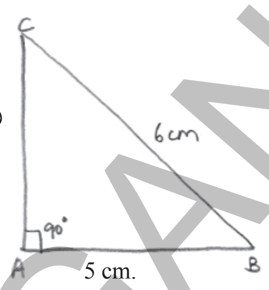
ಕೋನಗಳು 105^o ಮತ್ತು 95^o ಮತ್ತು ನಿನಗೆ ಇಷ್ಟವಾದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಇಂತಹ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ರುಜುಮಾತು ಮಾಡಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3

1. NE = 6.4 ಸೆಂ.ಮೀ, $\angle N = 50^o$ ಮತ್ತು $\angle E = 100^o$ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔNET ನ್ನು ರಚಿಸಿ.
2. QR = 6 ಸೆಂ.ಮೀ, $\angle Q = \angle R = 60^o$ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔPQR ರಚಿಸಿ, ಉಳಿದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಅಳತೆಮಾಡು, ಇದುಯಾವ ವಿಧವಾದ ತ್ರಿಭುಜವೋ ತಿಳಿಸಿ.
3. RN = 5 ಸೆಂ.ಮೀ, $\angle R = \angle N = 45^o$ ಗಳಿಂದ ΔRUN ರಚಿಸು. ಮೂರನೇ ಕೋನವನ್ನು ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಅಳತೆಮಾಡಿ, ಎಂತಹ ತ್ರಿಭುಜ ಹೆಸರಿಸಿ.

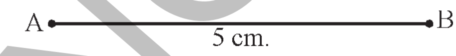
9.4 ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಗಳು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ:

ಉದಾ 5: ಶೃಂಗ 'A' ಬಳಿ ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿ BC = 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು AB = 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ



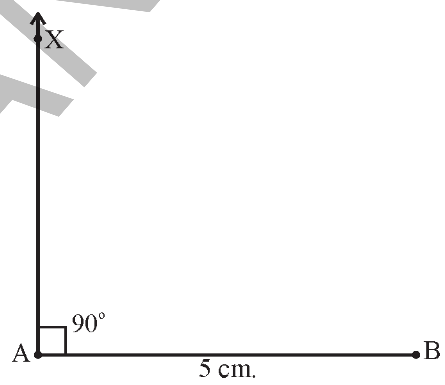
ಹಂತ 1: ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಕಚ್ಚಾ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ

ಹಂತ 2: AB = 5 ಸೆಂ.ಮೀ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ

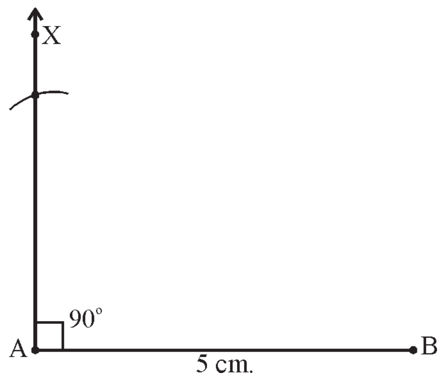


ಹಂತ 3: 'A' ನಲ್ಲಿ 90° ಕೋನವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ,

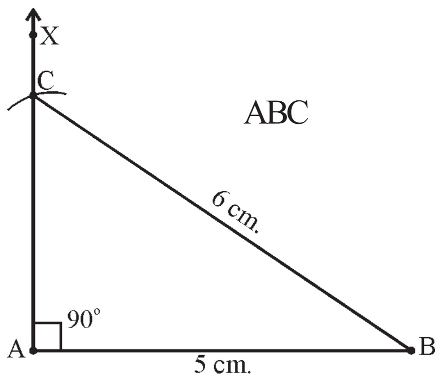
AX ಕಿರಣವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ



ಹಂತ 4: 'B' ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವನ್ನಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 6 ಸೆ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ವೃತ್ತ ಕಂಸ ಎಳೆಯಿರಿ ಈ ವೃತ್ತ ಕಂಸ ಕಿರಣ AX ನ್ನು 'C' ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.



ಹಂತ 5: B ಮತ್ತು C ಸ್ಕೇಲಿನಿಂದ ಸೇರಿಸಿರಿ ABC ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ



ಅಭ್ಯಾಸ 4

1. $\angle B = 90^\circ, AB = 8$ ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು $AC = 10$ ಸೆಂ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ΔABC ರಚಿಸಿರಿ

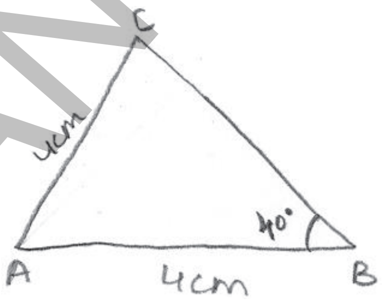
2. ಕರ್ಣ 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಒಂದು ಬಾಹು 4 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳಿರುವ R ಬಳಿ ಲಂಬಕೋನ ಹೊಂದಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ΔPQR ನ್ನು ರಚಿಸು.

3. $\angle Y = 90^\circ$ ಮತ್ತು ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಪ್ರತಿಯೊಂದು 5 ಸೆಮೀ ಇರುವಂತೆ ಲಂಬಕೋನ ಸಮದ್ವಿ ಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ΔXYZ ನ್ನು ರಚಿಸಿ.

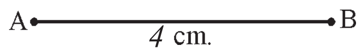
9.5 ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಲ್ಲದ ಕೋನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ:

ಉದಾ 5: AB = 4 ಸೆಂ.ಮೀ, AC = 4 ಸೆಂ.ಮೀ, $\angle B = 40^\circ$ ಗಳಿಂದ ತ್ರಿಭುಜ ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

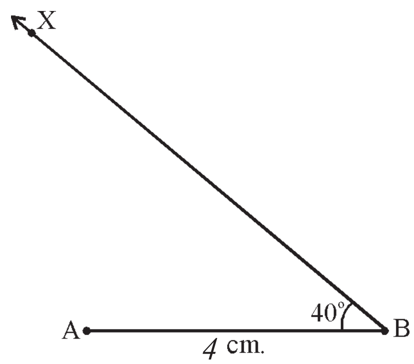
ಹಂತ 1: ಒಂದು ಕಚ್ಚಾ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ.



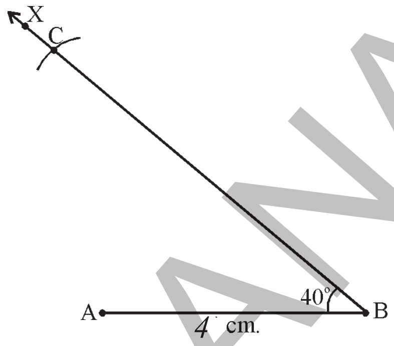
ಹಂತ 2: AB = 4 ಸೆಂ.ಮೀ ರೇಖಾಖಂಡ ಎಳೆಯಿರಿ



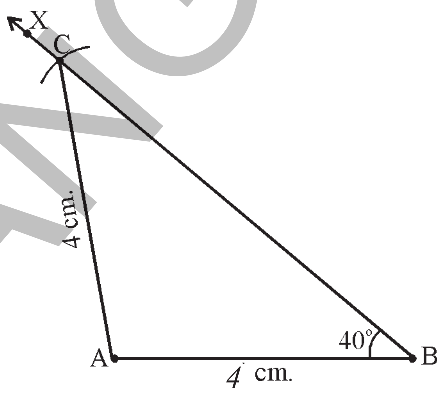
ಹಂತ 3: B ಬಳಿ 40° ಕೋನವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ, ಕಿರಣ BX ಎಳೆಯಿರಿ.



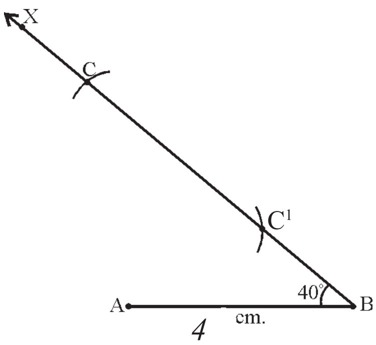
ಹಂತ 4: ಬಿಂದು 'A' ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ 4 ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಕಿರಣ BX ಮೇಲೆ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಕಂಸ ಎಳೆಯಿರಿ ಆ ಕಂಸವು ಕಿರಣ BX ನ್ನು 'C' ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ



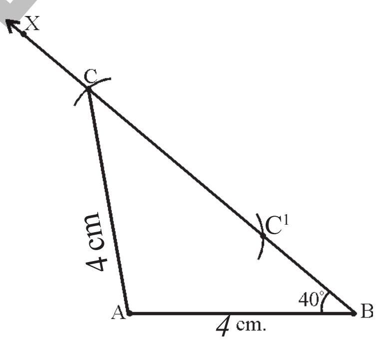
ಹಂತ 5: C ಮತ್ತು A ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿರಿ ΔABC ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ತ್ರಿಭುಜ

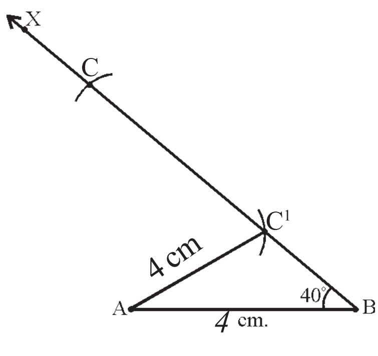


ಕಿರಣ BXನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಬಳಿ ಛೇದಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಕೋನ $\angle B$ ಲಘುಕೋನ ಆದ್ದರಿಂದ 'A' ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ 4 ಸೆ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಎಳೆದ ಕಂಸ, ಕಿರಣ BX ಯನ್ನು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವುದು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.



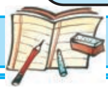
ಛೇದನ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ C, C^1 ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸಿ ಬಿಂದು C, A ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು C^1, A ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಏರ್ಪಡುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಏರ್ಪಡುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.





ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

ನಿನಗೆ ಇಷ್ಟವಾದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವಲ್ಲದ ಒಂದು ವಿಶಾಲಕೋನ ವಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಮೇಲಿನ ಸಮಾಚಾರದಿಂದ ನೀನು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಲ್ಲೆಯಾ ?



ಅಭ್ಯಾಸ 5

1. AB = 4.5 ಸೆ.ಮೀ, AC = 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು $\angle B = 50^o$ ಗಳಿಂದ ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
2. XY = 4.5 ಸೆ.ಮೀ, XZ = 3.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು $\angle Y = 90^o$ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔXYZ ನ್ನು ರಚಿಸಿ.
3. AN, AR ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು $\angle N = 100^o$ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔANR ನ್ನು ರಚಿಸಿ ಇದರಿಂದ ನೀವು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವಿರೇ? ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.
4. QR = 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ, QP = 5.5 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು $\angle Q = 60^o$ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ΔQPR ನು ರಚಿಸಿ, ಬಾಹು RP ಯನ್ನು ಅಳೆದು, ಇದು ಯಾವ ವಿಧವಾದ ತ್ರಿಭುಜ ತಿಳಿಸಿರಿ.

ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ತ್ರಿಭುಜ	ಅಳತೆಗಳು
ΔABC	BC=6.5 ಸೆಂ.ಮೀ, CA = 6.3 ಸೆಂ.ಮೀ, AB=4.8 ಸೆಂ.ಮೀ
ΔPQR	PQ = 8 ಸೆಂ.ಮೀ, QR= 7.5 ಸೆಂ.ಮೀ, $\Delta PQR = 85^o$
ΔXYZ	XY = 6.2 ಸೆಂ.ಮೀ, $\angle Y = 130^o$, $\angle Z = 70^o$
ΔABC	AB = 4.8 ಸೆಂ.ಮೀ, A C = 4.8 ಸೆಂ.ಮೀ, $\angle B = 35^o$
ΔMNP	$\angle N = 90^o$ MP = 11.4 ಸೆಂ.ಮೀ, MN = 7.3 ಸೆಂ.ಮೀ
ΔRKS	RK = KS = SR = 6.6 ಸೆಂ.ಮೀ
ΔPTR	$\angle P = 65^o$, PT = PR = 5.7 ಸೆಂ.ಮೀ

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು :

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು 3 ಸ್ವತಂತ್ರ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕು

i) ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು
ii) ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ ಕೊಟ್ಟಾಗ
iii) ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಾಹು ಅಳತೆ ಕೊಟ್ಟಾಗ
iv) ಒಂದು ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಕೊಟ್ಟಾಗ.
v) ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದ ಕೋನ ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು

10

10.0 ಪರಿಚಯ:

ಚರಾಕ್ಷರ (ಬೀಜಾಕ್ಷರ) ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗುತ್ತಾ ಇರುತ್ತದೆಂದು, ಸ್ಥಿರರಾಶಿ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ವೆಂದು ಅದು ಒಂದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೀವು 6 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ತಿಳಿದು ಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ. ಅದೇ ರೀತಿ x, y, z, a, b, p, m ಗಳಂತಹ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಗೆ ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿ ನಿಧಿಸಬಹುದೋ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ, ಇನ್ನೂ $2x - 3$ ಗಳಂತಹ ಸರಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ, ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸೂತ್ರಗಳ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆ ಸಾಧನೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವ ವಿಧವಾಗಿ ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದೆಯೋ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ.

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ, ಅವುಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿವರವಾಗಿ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಮೊದಲು ನಾವು 'ಸಜಾತಿ ಬೀಜ ಪದಗಳು', 'ವಿಜಾತಿ ಬೀಜ ಪದಗಳು' ಮತ್ತು 'ಸಹಗುಣಕಗಳು' ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದು ಕೊಳೋಣ.

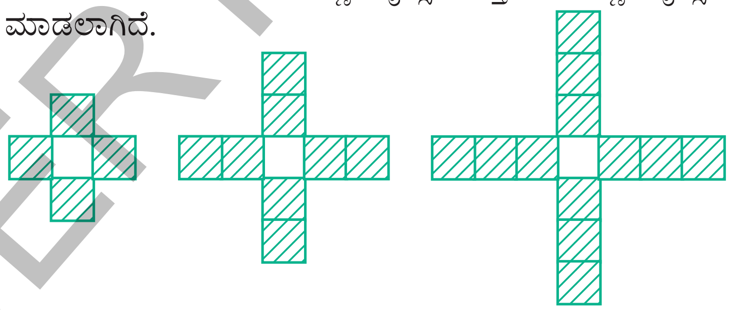
6ನೇತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ನಾವು ಕಲಿತುಕೊಂಡ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಒಂದುಬಾರಿ ಗುರ್ತುಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಅಭ್ಯಾಸ – 1

1. ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಬೆಂಕಿ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   1) H ನಮೂನೆಯ ಜೋಡಣೆ 2) V ನಮೂನೆಯ ಜೋಡಣೆ

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಣೆಗಳು ಬಣ್ಣದಟೈಲ್ಸ್ ಮತ್ತು ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣದಟೈಲ್ಸ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತಯಾರು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.



(i) ಮೇಲಿನ ಜೋಡಣೆಗಳಲ್ಲಿ ನಂತರ ಬರುವ ಎರಡು ಜೋಡಣೆಗಳ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ

(ii) ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ ಮತ್ತು ಆ ಜೋಡಣೆಗಳನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಚಿತ್ರ ಸಂಖ್ಯೆ	1	2	3	4	5
ಬಣ್ಣದ ಟೈಲ್ಸ್ ಸಂಖ್ಯೆ	4				

(iii) ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿ ಆ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಚಿತ್ರ ಸಂಖ್ಯೆ	1	2	3	4	5
ಒಟ್ಟು ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	5				

3. ಚರಾಕ್ಷರ, ಸ್ಥಿರಪದ ಮತ್ತು ಅಂಕಗಣಿತ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಾಕ್ಯ ರೂಪಗಳನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) p ಗಿಂತ 6 ಹೆಚ್ಚು

(ii) 'x' ಬೆಲೆಯನ್ನು 4 ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ

(iii) y ನಿಂದ 8 ನ್ನು ಕಳೆದಿದೆ.

(iv) q ನ್ನು '-5' ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗಿದೆ

(v) y ಯನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲಾಗಿದೆ

(vi) 'p' , 'q'ಗುಣಲಬ್ದದಲ್ಲಿ 4ನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗ

(vii) 'z' ನ 3 ರಷ್ಟಕ್ಕೆ 5 ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ

(viii) x ನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 10ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ.

(ix) 'y' ನ ಎರಡರಷ್ಟರಿಂದ 5ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ

(x) y ನ್ನು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 13 ಕೂಡಿದರೆ

4. ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ವಾಕ್ಯರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ

(i) $x + 3$ (ii) $y - 7$ (iii) $10l$

(iv) $\frac{x}{5}$ (v) $3m + 11$ (vi) $2y - 5$

5. ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಸ್ಥಿರಪದ ವಾಗುತ್ತದೆಯಾ? ಚರಾಕ್ಷರವಾಗುತ್ತದೆಯಾ? ತಿಳಿಸಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆ : 'ನಮ್ಮ ವಯಸ್ಸು ನಿರಂತರ ಬದಲಾಗುತ್ತಾ ಇರುತ್ತದೆ' ಇದರಲ್ಲಿ ವಯಸ್ಸು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

(i) ಜನವರಿ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿನ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

(ii) ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ

(iii) ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ಕೋಣೆ ಉದ್ದ

(iv) ಬೆಳೆಯುತ್ತಿರುವ ಸಸ್ಯದ ಎತ್ತರ.

10.1 ಬೀಜ ಪದ, ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ (ಸ್ಥಿರಪದ)

$2x + 9$ ಎಂಬ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ರೂಪವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ಇಲ್ಲಿ 'x' ಎನ್ನುವುದು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ನಂತರ 9 ನ್ನು ಕೂಡಲಾಗಿದೆ. $2x$ ಮತ್ತು 9 ಗಳನ್ನು $2x + 9$ ರಲ್ಲಿನ ಪದಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. $2x$ ನ್ನು ಬೀಜಪದ ವೆಂದು, 9 ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾಪದ ಅಥವಾ ಸ್ಥಿರ ಪದ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

$3x^2 - 11y$ ಎಂಬ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

$3x^2$ ಎನ್ನುವುದು 3, x , x ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ,11y ಎನ್ನುವುದು 11 ಮತ್ತು y ಗುಣಲಬ್ಧ, 11y ನ್ನು $3x^2$ ನಿಂದ ಕಳೆದರೆ $3x^2 - 11y$ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ರೂಪ ಬರುತ್ತದೆ. **$3x^2$–11y** ನಲ್ಲಿ **$3x^2$** ಒಂದುಪದ ಮತ್ತು **11y** ಮತ್ತೊಂದು ಪದ.

x ನ್ನು ***x*** ನಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು x^2ಎಂದು, `$x$` ನ್ನು ಮೂರುಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಲಬ್ಧವನ್ನು **$x \times x \times x = x^3$** ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ 4×4 ನ್ನು 4^2 ಯಾಗಿ, **$6 \times 6 \times 6$** ನ್ನು **6^3** ಯಾಗಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಇವು ಮಾಡಿರಿ:

ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಪದಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ

(i) $5x^2 + 3y + 7$ (ii) $5x^2y + 3$ (iii) $3x^2y$

(iv) $5x - 7$ (v) $5x + 8 - 2(-y)$ (vi) $7x^2 - 2x$

10.1.1 ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು ಮತ್ತು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ

(i) $5x$ ಮತ್ತು $8x$ (ii) $7a^2$ ಮತ್ತು $14a^2$

(iii) $3xy$ ಮತ್ತು $4xy$ (iv) $3xy^2$ ಮತ್ತು $4x^2y$

ಮೊದಲ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪದಗಳು ಒಂದೇ ಚರಾಕ್ಷರ 'x' ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಮತ್ತು ಚರಾಕ್ಷರ ಘಾತಾಂಕ 1.

ಎರಡನೆ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪದಗಳು ಒಂದೇ ಚರಾಕ್ಷರ 'a' ಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿವೆ. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಘಾತಾಂಕ ಸಮಾನ ಅಂದರೆ 2 ಯಾಗಿ ಇದೆ.ಮೂರನೆ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪದಗಳು ಒಂದೇ ಚರಾಕ್ಷರ x, y ಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿವೆ. ಎರಡು ಪದಗಳಲ್ಲಿ 'x'ಚರಾಕ್ಷರದ ಘಾತಾಂಕ 1 ಮತ್ತು y ಚರಾಕ್ಷರದ ಘಾತಾಂಕ 1

ನಾಲ್ಕನೆಯ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪದಗಳು ಒಂದೇ ಚರಾಕ್ಷಗಳು x, y ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಘಾತಾಂಕಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿ ಇಲ್ಲ. ಮೊದಲನೆ ಪದದಲ್ಲಿ 'x'ನ ಘಾತಾಂಕ 1 ಮತ್ತು ಎರಡನೆ ಪದದಲ್ಲಿ x ನ ಘಾತಾಂಕ 2. ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಮೊದಲ ಎರಡನೆ ಪದಗಳಲ್ಲಿ x ಮತ್ತು y ನ ಘಾತಾಂಕಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 2, 1 ಆಗಿವೆ.

ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿನ ಜೊತೆಗಳು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು ಆದರೆ ನಾಲ್ಕನೇ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿನ ಜೊತೆ ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು

"ಒಂದೇ ಬೀಜಪದದ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹ ಗುಣಕ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಗಿದ್ದರೂ ಒಂದೇ ಘಾತ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಆ ಪದಗಳನ್ನು 'ಸಜಾತಿ' ಪದಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ".

ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಘಾತಗಳುಳ್ಳ ಒಂದೇ ಬೀಜ ಪದದ ಅಥವಾ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಒಂದೇ ಘಾತವಿರುವ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪದಗಳನ್ನು "ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳೆನ್ನುವರು."

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ:

1. ಕೆಳಗಿನ ಪದಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುಕೊಂಡು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಗಣವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   $12x, 12, 25x, -25, 25y, 1, x, 12y, y, 25xy, 5x^2 y, 7xy^2, 2xy, 3xy^2, 4x^2y$

2. ಸತ್ಯವೊ? ಅಸತ್ಯವೋ? ಕಾರಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ.

   (i) $7x^2$ ಮತ್ತು $2x$ ಗಳು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು

   (ii) pq^2 ಮತ್ತು $-4pq^2$ ಗಳು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು.

   (iii) xy, $-12x^2y$ ಮತ್ತು $5xy^2$ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು

10.2 ಸಹ ಗುಣಕಗಳು

$9\,xy$ ನಲ್ಲಿ '9' ಎನ್ನುವುದು 'xy' ನ ಸಹಗುಣಕ ಏಕೆಂದರೆ $9\,(xy) = 9xy$

'x' ಎನ್ನುವುದು '9y' ನ ಸಹಗುಣಕ ಏಕೆಂದರೆ $x\,(9y) = 9xy$

'y' ಎನ್ನುವುದು '9x' ನ ಸಹಗುಣಕ ಏಕೆಂದರೆ $y\,(9x) = 9xy$

'$9x$' ಎನ್ನುವುದು 'y' ನ ಸಹಗುಣಕ ಏಕೆಂದರೆ $9x\,(y) = 9xy$

$9y$ ಎನ್ನುವುದು 'x'ನ ಸಹಗುಣಕ ಏಕೆಂದರೆ $9y\,(x) = 9xy$

xy ಎನ್ನುವುದು '9' ನ ಸಹಗುಣಕ ಏಕೆಂದರೆ $xy\,(9) = 9xy$

9 ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಆದ್ದರಿಂದ '9' ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾಸಹ ಗುಣಕ ಎಂದ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. x, y ಮತ್ತು xy ಗಳು ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು "ಬೀಜ ಸಹಗುಣಕಗಳು" ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಅದೇರೀತಿ '$5x$' ನಲ್ಲಿ '-5' ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ ಮತ್ತು 'x' ನ್ನು ಬೀಜಸಹುಗುಣಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

(i) 'x' ನಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ ಎಷ್ಟು?

(ii)- y' ರಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ ಎಷ್ಟು?

(iii)'- 3z' ರಲ್ಲಿ ಬೀಜ ಸಹಗುಣಕ ಎಷ್ಟು?

(iv)ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ ಒಂದು ಸ್ಥಿರಪದವೇನು?

(v)ಬೀಜ ಸಹಗುಣಕ ಯಾವಾಗಲೂ ಚರಾಕ್ಷರ ವೇನು?

10.3 ಪದೋಕ್ತಿಗಳು (Expressions)

+ (Plus) ಅಥವಾ '-' (Minus) ಗುರ್ತುಗಳಿಂದ ಒಂದು ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳಿಂದ ಸಹಯೋಗ ವಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾ: $6x + 3y,\ 3x^2 + 2x + y,\ 10y^3 + 7y + 3,\ 9a + 5,\ 5a + 7b,\ 9xy,\ 5 + 7 - 2x,\ 9 + 3 - 2$

ಸುಚನೆ: ಗುಣಾಕಾರ '×' ಭಾಗಾಕಾರ '÷' ಗಳು ಪದಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮಾಡಿ ತೋರಿಸಲಾರೆವು ಉದಾ:

$23\,x \times y$ ಮತ್ತು $\dfrac{2x}{3y}$ ಗಳು ಒಂದೊಂದು ಪದಗಳೇ.

ಇವು ಮಾಡಿರಿ:

1. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟುಪದಗಳಿವೆ?

(i) $x + y$ (ii) $11x - 3y - 5$ (iii) $6x^2 + 5x - 4$

(iv) $x^2z + 3$ (v) $5x^2y$ (vi) $x + 3 + y$

(vii) $x - \frac{11}{3}$ (viii) $\frac{3x}{7y}$ (ix) $2z - y$ (x) $3x + 5$

10.3.1 ಸಂಖ್ಯಾ ಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

(i) $1 + 2 - 9$ (ii) $-3 - 5$ (iii) $x - \frac{11}{3}$ (iv) $4y$

(v) $9 + (6-5)$ (vi) $3x + 5$ (vii) $(17-5) + 4$ (viii) $2x - y$

(i), (ii), (v) ಮತ್ತು (vii) ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಬೀಜ ಪದಗಳನ್ನು ಕಾಣುತ್ತೀದ್ದೀರಾ?

ಒಂದು ಪದೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಪದವು ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾದರೆ ಆ ಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾಪದೋಕ್ತಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಒಂದು ಪದೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬೀಜಪದಗಳು ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಸಹಯೋಗವಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು (Algebraic expression) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಮೇಲಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ

ಇತಿಹಾಸ :

ಆರ್ಯಭಟ್ಟ (ಭಾರತ)

(475 – 550 AD)

ಆರ್ಯಭಟನು **"ಖಗೋಳ ಶಾಸ್ತ್ರ ಮೀಮಾಂಸೆ"**, ಆರ್ಯಭಟೀಯ (449 AD) ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಬರೆದನು. ಇವರು ಮೊದಲ ಬಾರಿಗೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತಜ್ಞ. ಭಾರತದೇಶದ ಮೊದಲ ಕೃತಕ ಉಪಗ್ರಹದ ಹೆಸರು **"ಆರ್ಯಭಟ"** ಎಂದು ನಾಮಕರಣ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

10.3.2 ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ವಿಧಗಳು

ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಗುಣವಾಗಿ ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಹೆಸರುಗಳಿಂದ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಹೆಸರು	ಉದಾಹರಣೆಗಳು
ಒಂದೇಪದ	ಏಕಪದೋಕ್ತಿ	(a) x (b) $7xyz$ (c) $3x^2y$ (d) qz^2
ಎರಡು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು	ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ	(a) $a + 4x$ (b) $x^2 + 2y$ (c) $3x^2 - y^2$
ಮೂರು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು	ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ	(a) $ax^2 + 4x + 2$ (b) $7x^2 + 9y^2 + 10z^3$
ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳು	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ	(a) $4x^2 + 2xy + cx + d$ (b) $9p^2 - 11q + 19r + t$

ಸೂಚನೆ: ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ, ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಆಗುತ್ತವೆ.

ಇವು ಮಾಡಿರಿ:

1. ವಿವಿಧ ವಿಧಗಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಎರಡೆರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿರಿ.

2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಬೀಜವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುವು ಏಕಪದೋಕ್ತಿ, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ, ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ, ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಆಗುತ್ತವೆಯೋ ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.
   (i) $5x^2 + y + 6$ (ii) $3xy$
   (iii) $5x^2y + 6x$ (iv) $a + 4x - xy + xyz$

10.4 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ ಅಥವಾ ಪರಿಮಾಣ (Degree of Algebraic expressions)

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಘಾತಾಂಕದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳುವ ಮೊದಲು ಏಕಪದೋಕ್ತಿಯ ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ ಎಂದರೆ ಏನೆಂಬುದನ್ನು ಚರ್ಚಿಸೋಣ.

10.4.1 ಏಕಪದೋಕ್ತಿ ಘಾತಾಂಕ ಅಥವಾ ಏಕಪದೋಕ್ತಿ ಪರಿಮಾಣ

$9x^2 y^2$ ಬೀಜಪದವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿರಿ

1. ಮೇಲಿನ ಪದಗಳಲ್ಲಿ 'x' ನ ಘಾತಾಂಕ ಎಷ್ಟು?
2. ಮೇಲಿನ ಪದಗಳಲ್ಲಿ 'y' ನ ಘಾತಾಂಕ ಎಷ್ಟು?
3. ಈ ಎರಡು ಘಾತಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು?

ಒಂದು ಪದಗಳಲ್ಲಿನ ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಆಪದದ ಪರಿಮಾಣ ಅಥವಾ ಏಕಪದೋಕ್ತಿ ಪರಿಮಾಣ ಅಥವಾ ಏಕಪದೋಕ್ತಿ ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

ಕ್ರ.ಸಂ	ಏಕಪದೋಕ್ತಿ	ಘಾತಾಂಕಗಳು			ಏಕಪದೋಕ್ತಿ ಪರಿಮಾಣ
		x	y	z	
1	x	1	-	-	1
2	$7x^2$	2	-	-	2
3	-3xyz	1	1	1	1 + 1 + 1 = 3
4	$8y^2z^2$	-	2	2	2 + 2 = 4

10.4.2 ಸ್ಥಿರಪದ ಪರಿಮಾಣ ಅಥವಾ ಸ್ಥಿರಪದ ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ

5 ಒಂದು ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಇದರ ಪರಿಮಾಣ ಅಥವಾ ಘಾತಾಂಕದ ಬಗ್ಗೆ ಈಗ ಚರ್ಚಿಸೋಣ.

$x^o = 1$,ಆದ್ದರಿಂದ 5 ನ್ನು $5x^o$. ಯಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

$5 = 5x^o$ ಚರಾಕ್ಷರದ ಘಾತಾಂಕ '0' ಆದ್ದರಿಂದ 5 ರ ಪರಿಮಾಣ'0'.

'ಪ್ರತಿ ಸ್ಥಿರಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಸ್ಥಿರ ಪದದ ಪರಿಮಾಣ ಸೊನ್ನೆ"

10.4.3 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಪರಿಮಾಣ ಅಥವಾ ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ

ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

ಕ್ರ.ಸಂ	ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು	ಪ್ರತಿ ಪದದ 'ಪರಿಮಾಣ / ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ				ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ/ಪರಿಮಾಣ
		ಮೊದಲನೆ ಪದ	ಎರಡನೆ ಪದ	ಮೂರನೆ ಪದ	ನಾಲ್ಕನೇ ಪದ	
1.	$7xy^2$	3	-	-	-	3
2	$3y - x^2y^2$	1	4	-	-	4
3	$4x^2 + 3xyz$ + y	2	3	1	-	3
4	$pq - 6p^2q^2 - p^2q + 9$	2	4	3	0	4

ಎರಡನೇ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪದದ ಗರಿಷ್ಟ ಪರಿಮಾಣ 4. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಪರಿಮಾಣ 4. ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ನಾಲ್ಕನೇ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ $-6P^2Q^2$ ಪದದ ಪರಿಮಾಣ 4. ಇದು ಗರಿಷ್ಟ ಆದ್ದರಿಂದ $PQ - 6P^2Q^2 - P2Q + 9$ ರ ಪರಿಮಾಣ 4.

'ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಪದಗಳ ಪರಿಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಟವಾದದ್ದನ್ನು ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ ಅಥವಾ ಪರಿಮಾಣ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ'.

ಅಭ್ಯಾಸ – 2

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿರುವ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಗಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) $a^2, b^2, -2a^2, c^2, 4a$ (ii) $3a, 4xy, -yz, 2zy$

   (iii) $-2xy^2, x^2y, 5y^2x, x^2z$ (iv) $7p, 8pq, -5pq, -2p, 3p$

2. ಕೆಳಗಿನ ಪದೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾಪದೋಕ್ತಿ, ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) $x + 1$ (ii) $3m^2$ (iii) $-30 + 16$

   (iv) $4p^2-5q^2$ (v) 96 (vi) x^2-5yz

   (vii) $215x^2yz$ (viii) $95 \div 5 \times 2$ (ix) $2 + m + n$

   (x) $310 + 15 + 62$ (xi) $11a^2+6b^2-5$

3. ಕೆಳಗಿನ ಕೊಟ್ಟ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಏಕಪದೋಕ್ತಿ, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ, ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ, ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) y^2 (ii) $4y - 7z$ (iii) $1 + x + x^2$

   (iv) $7mn$ (v) $a^2 + b^2$ (vi) $100xyz$

   (vii) $ax + 9$ (viii) $p^2 - 3pq + r$ (ix) $3y^2 - x^2y^2 + 4x$

   (x) $7x^2 - 2xy + 9y^2 - 11$

4. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಏಕಪದೋಕ್ತಿ ಪರಿಮಾಣ ಎಷ್ಟು?

   (i) $7y$ (ii) $-xy^2$ (iii) xy^2z^2

   (iv) $-11y^2z^2$ (v) $3mn$ (vi) $-5pq^2$

5. ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) $3x-15$ (ii) $xy + yz$ (iii) $2y^2z + 9yz - 7z - 11x^2y^2$

   (iv) $2y^2z + 10yz$ (v) $pq + p^2q - p^2q^2$ (vi) $ax^2 + bx + c$

6. ಒಂದೇ ಪರಿಮಾಣವಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

10.5 ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ

ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ

ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಸಿದ್ದು ಹತ್ತಿರ ಕೆಲವು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳಿವೆ. ವಿನಯ್ ಹತ್ತಿರ ಸಿದ್ದು ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳಿಗಿಂತ 4 ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಇವೆ. ಅವರಿಬ್ಬರ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಒಟ್ಟು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಟೋನಿ ಮತ್ತು ಬಾಷ ಅಂಗಡಿಗೆ ಹೋದರು, ಟೋನಿ 7 ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಕೊಂಡಿದ್ದಾನೆ ಮತ್ತು ಬಾಷ

2 ಪುಸ್ತಕಗಳು ಕೊಂಡಿದ್ದಾನೆ. ಪುಸ್ತಕಗಳ ಬೆಲೆಗಳು ಒಂದೇ ಆದರೆ ಟೋನಿ ಬಾಷನಿಗಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ಕೊಡಬೇಕು.

ಇಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಗಳು ಬೇಕೆಂದರೆ ನಾವು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದು ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವುದು ಹೇಗೆ? ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

1. ಸಿದ್ದು ಹತ್ತಿರ ಎಷ್ಟು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳು ಇವೆಯೋ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿಲ್ಲ, ಆದ್ದರಿಂದ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 'x' ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

   ವಿನಯ್ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳು ಸಿದ್ದುಗಿಂತ 4 ರಷ್ಟು ಇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $4 \times x = 4x$

   ಇಬ್ಬರ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಒಟ್ಟು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೇಕೆಂದರೆ x ಮತ್ತು $4x$ ಗಳನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು.

   ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= x + 4x = (1 + 4)\, x = 5x$ (ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ)

2. ಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 'y' ಎಂದು ಕೊಳ್ಳೋಣ.

   ಆದ್ದರಿಂದ ಟೋನಿ ಖರ್ಚು $= 7 \times y =$ ₹.$7y$

   ಬಾಷ ಖರ್ಚು $= 2 \times y =$ ₹. $2y$

   ಆದ್ದರಿಂದ ಟೋನಿ ಬಾಷನಿಗಿಂತ ಕೊಡಬೇಕಾದ ಹೆಚ್ಚು ಹಣ $= 7y - 2y = (7-2)y$

   $=$ ₹.$5y$ (ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ)

ಮೇಲಿನ ಪರಿಶೀಲನೆಗಳಿಂದ $x + 4x = 5x, 7y - 2y = 5y$

ಎರಡು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಒಂದು ಸಜಾತಿಪದ ಮತ್ತು ಫಲಿತ ಸಜಾತಿ ಪದದ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕದ ದತ್ತ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

ಎರಡು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಒಂದು ಸಜಾತಿಪದ ಫಲಿತ ಸಜಾತಿ ಪದದ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕದ ದತ್ತ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.

ಇವು ಮಾಡಿರಿ

1. ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

   (i) $5x, 7x$ (ii) $7x^2y, -6x^2y$ (iii) $2m, 11m$

   (iv) $18ab, 5ab, 12ab$ (v) $3x^2, -7x^2, 8x^2$ (vi) $4m^2, 3m^2, -6m^2, m^2$

   (vii) $18pq, -15pq, 3pq$

2. ಎರಡನೆ ಪದದಿಂದ ಮೊದಲ ಪದವನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ

   (i) $2xy, 7xy$ (ii) $5a^2, 10a^2$ (iii) $12y, 3y$

   (iv) $6x^2y, 4x^2y$ (v) $6xy, -12xy$

10.5.1 ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ

$3x$ ಮತ್ತು $4y$ ಗಳ ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು $3x + 4y$ ಯಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

'x' , 'y' ಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಚರಾಕ್ಷರಗಳು, ಆದ್ದರಿಂದ ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ.

10.6 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸರಳರೂಪ

$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$ ಎಂಬ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿರಿ. ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ $-9x^2, -3x^2$; $5y^2, -y^2$ ಮತ್ತು $-4xy, -6xy$ ಗಳು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು. ಈ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಸಂಕಲನ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಮೇಲಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಬಹುದೋ ನಾವು ನೋಡೋಣ.

ಕ್ರ.ಸಂ	ಹಂತಗಳು	ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸುವ ವಿಧಾನ
1.	ಕೊಟ್ಟ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ	$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$
2.	ಸಜಾತಿಪದಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿರಿ	$(9x^2 - 3x^2) + (2xy - 4xy + 6xy) + (5y^2 - y^2)$
3.	ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿರಿ	$(9-3)x^2 + (2-4+6)xy + (5-1)y^2 = 6x^2 + 4xy + 4y^2$

ಸೂಚನೆ: ಕೊಟ್ಟ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪದಗಳು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೇ ಅದು ಸೂಕ್ಷ್ಮ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಹಂತ 1: $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

ಹಂತ 2: $(5x^2y + 2x^2y - 4x^2y) + (5xy^2 - xy^2) + (4-9)$ (ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಹತ್ತಿರ ಸೇರಿಸುವುದು)

ಹಂತ 3: $3x^2y + 4xy^2 - 5$

ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿರಿ:

1. ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿರಿ

(i) $3m + 12m - 5m$ (ii) $25yz - 8yz - 6yz$

(iii) $10m^2 - 9m + 7m - 3m^2 - 5m - 8$ (iv) $9x^2 - 6 + 4x + 11 - 6x^2 - 2x + 3x^2 - 2$

(v) $3a^2 - 4a^2b + 7a^2 - b^2 - ab$ (vi) $5x^2 + 10 + 6x + 4 + 5x + 3x^2 + 8$

10.7 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಆದರ್ಶರೂಪ

$3x + 5x^2 - 9$.ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ ಇದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲ, ಎರಡು ಮತ್ತು ಮೂರನೆ ಚರಾಕ್ಷರ ಪದಗಳ ಪರಿಮಾಣ ಅಥವಾ ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ ಕ್ರಮವಾಗಿ 1, 2 ಮತ್ತು 0. ಈ ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಘಾತಗಳ ಅವರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲವೆಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಚರಾಕ್ಷರ ಪದಗಳ ಘಾತಾಂಕಗಳು ಅವರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ ಬಹುಪದಿ $5x^2 + 3x - 9$ ಯಾಗಿ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶರೂಪ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.3c + 6a –2b.ನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ. ಈ ಬಹುಪದಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಪದಗಳ ಘಾತಗಳು ಸಮಾನ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲೇ ಇದೆ. ಇದನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಅಂದವಾಗಿ 6a –2b + 3cಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

"ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಅಥವಾ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಘಾತಗಳು ಅವರೋಹಣ (ಇಳಿಕೆ) ಕ್ರಮದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿವೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ".

ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆ (i) $7x^2+2x+11$ (ii) $5y^2-6y-9$

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ:

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) $3x+18+4x^2$ (ii) $8-3x^2+4x$

   (iii) $-2m+6-3m^2$ (iv) $y^3+1+y+3y^2$

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಆದರ್ಶರೂಪದಲ್ಲಿರುವುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ:

   (i) $9x^2 + 6x + 8$ (ii) $9x^2 + 15 + 7x$

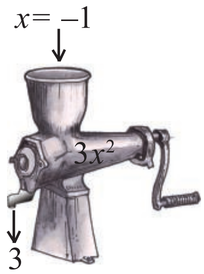
   (iii) $9x^2 + 7$ (iv) $9x^3 + 15x + 3$

   (v) $15x^2 + x^3 + 3x$ (vi) $x^2y + xy + 3$

   (vii) $x^3 + x^2y^2 + 6xy$

3. ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ 5 ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ

10.8 ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು



ಉದಾ 1: $x=-1$ ಆದಾಗ $3x^2$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಹಂತ 1: $3x^2$(ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ)

ಹಂತ 2: $3(-1)^2$ (ಚರಾಕ್ಷರಕ್ಕೆ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ)

ಹಂತ 3 : $3(1) = 3$

ಉದಾ 2 : $x=0$ ಮತ್ತು $y=-1$ ಆದರೆ x^2-y+2 ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ : ಹಂತ 1 : x^2-y+2 (ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ)

ಹಂತ 2 : $0^2-(-1)+2$ (ಚರಾಕ್ಷರಕ್ಕೆ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿರಿ)

ಹಂತ 3 : $1+2=3$

ಉದಾ 3: ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $A=\frac{1}{2}bh$, $b=12$ ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು $h=7$ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ : ಹಂತ 1: $A=\frac{1}{2}bh$

ಹಂತ 2: $A=\frac{1}{2}\times 12\times 7$

ಹಂತ 3: $A=42$ ಚ.ಸೆ.ಮೀ

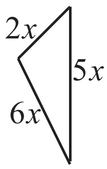
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

1. $x = -3$ ಆದರೆ '$-9x$' ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
2. $x = -3$ ಆದಾಗ -9ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

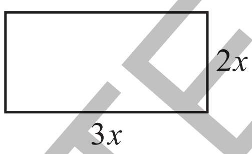
ಅಭ್ಯಾಸ–3

1. PRರೇಖಾ ಖಂಡದ ಉದ್ದವನ್ನು 'a' ಪದಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. (i) ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



(ii) ಕೆಳಗಿನ ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



3. ಮೊದಲ ಪದದಿಂದ ಎರಡನೆ ಪದವನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ

(i) $8x, 5x$ (ii) $5p, 11p$ (iii) $13m^2, 2m^2$

4. . $x = 1$ ಆದಾಗ ಕೆಳಗಿನ ಏಕಪದಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

(i) $-x$ (ii) $4x$ (iii) $-2x^2$

5. $4x + x - 2x^2 + x - 1$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ $x = -1$ ಆದಾಗ ಅದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

6. $5x^2 - 4 - 3x^2 + 6x + 8 + 5x - 13$ ನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿರಿ, $x = -2$ ಆದಾಗ ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. $x = 1$; $y = 2$ ಆದಾಗ ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $4x-3y + 5$ (ii) $x^2 + y^2$ (iii) $xy + 3y - 9$

8. ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $A = l \times b$, $l = 9$ಸೆ.ಮೀ, $b = 6$ಸೆ.ಮೀ., ಆದಾಗ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ $I = \frac{PTR}{100}$. P = ₹. 900, T = 2 ವರ್ಷಗಳು ಮತ್ತು R = 5%, ಆದರೆ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10. ವೇಗ, ದೂರ ಮತ್ತು ಕಾಲಗಳ ಮಧ್ಯ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ $s = \frac{d}{t}$ ಯಾಗಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ದೂರ d = 135 ಮೀ ಮತ್ತು t = 10 ಸೆಕೆಂಡುಗಳಾದರೆ ವೇಗ S ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10.9 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ

ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ

1. ಸಮೀರ ಹತ್ತಿರ ಕೆಲವು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಇವೆ. ಪದ್ಮ ಹತ್ತಿರ ಸಮೀರಳಗಿಂತ 9 ಹೆಚ್ಚು ಇವೆ. ಮೇರಿ ತನ್ನ ಹತ್ತಿರ ಸಮೀರ ಪದ್ಮ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಒಟ್ಟು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿಗಿಂತ 4 ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಇವೆ ಎಂದು ಹೇಳಿದಳು, ಆದರೆ ಮೇರಿಯ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಎಷ್ಟು?

ಸಮೀರಳ ಹತ್ತಿರ ಎಷ್ಟು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಇವೆಯೋ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲ ಆದ್ದರಿಂದ ಆಕೆಯ ಹತ್ತಿರ 'x' ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಇವೆ ಎಂದು ಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಪದ್ಮ ಹತ್ತಿರ ಸಮೀರಳಿಗಿಂತ 9 ಹೆಚ್ಚು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಪದ್ಮ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು $= x+9$ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು

ಮೇರಿ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೀರ, ಪದ್ಮ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಒಟ್ಟು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿಗಿಂತ 4 ಹೆಚ್ಚು.

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇರಿ ಹತ್ತಿರ ಇರುವ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು $= x + (x + 9) + 4$

$= 2x + 13$ ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳು

2. ಒಂದು ಗಣಿತ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಇಮ್ರಾನ್‌ಗಿಂತ ರಾಜುಗೆ 11 ಅಂಕಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಬಂದಿವೆ. ರಾಹುಲ್‌ಗೆ ರಾಜು ಮತ್ತು ಇಮ್ರಾನ್‌ಗೆ ಬಂದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಗಿಂತ 4 ಅಂಕಗಳು ಕಡಿಮೆ ಬಂದಿದೆ ಆದರೆ ರಾಹುಲ್ ಗೆ ಬಂದ ಅಂಕಗಳೆಷ್ಟು?

ನಮಗೆ ಇಮ್ರಾನ್ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು ಗೊತ್ತಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇಮ್ರಾನ್ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು 'x' ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ರಾಜುಗೆ ಇಮ್ರಾನಿಗಿಂತ 11 ಅಂಕಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಬಂದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ರಾಜು ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು $= x+11$ ಅಂಕಗಳು

ರಾಹುಲ್ ಉಳಿದ ಇಬ್ಬರ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಗಿಂತ 4 ಕಡಿಮೆ ಬಂದಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ರಾಹುಲ್ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು $= x + x + 11 - 4$ ಅಂಕಗಳು

$= 2x + 7$ ಅಂಕಗಳು

ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ, ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ನಾವು ಬಹಳ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಕೂಡುವುದು, ಕಳೆಯುವುದು ಮಾಡಬೇಕು. ಈಗ ನಾವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದು ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವುದು ಕಲಿತು ಕೊಳ್ಳೋಣ.

10.9.1 (ಚಿ) ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ

ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದರಿಂದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸಂಕಲನ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ, ಇದನ್ನು ಎರಡು ಪದ್ದತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು

(i) ಕಂಬ ಸಾಲು ಪದ್ದತಿ (ii) ಅಡ್ಡಸಾಲು ಪದ್ಧತಿ

(i) ಕಂಬ ಸಾಲು ಪದ್ದತಿ (Vertical Method)

ಉದಾ 4 : $3x^2+5x-4$ ಮತ್ತು $6+6x^2$ ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿರಿ

ಕ್ರ.ಸಂ	ಹಂತಗಳು	ವಿಧಾನ
1	ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ	(i) $3x^2+5x-4=3x^2+5x-4$ (ii) $6+6x^2=6x^2+6$
2	ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು ಒಂದರ ಕೆಳಗೆ ಒಂದು ಬರುವಂತೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಕಂಬ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಒಂದರೆ ಕೆಳಗೆ ಒಂದು ಬರೆಯಿರಿ	$3x^2+5x-4$ $6x^2\quad\quad +6$
3.	ಒಂದೇ ಕಂಬ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಅದರ ಕೆಳಗೆ ಅದೇ ಕಂಬ ಸಾಲಿನಂತೆ ಬರೆಯಿರಿ	$3x^2+5x-4$ $6x^2\quad\quad +6$ $9x^2+5x+2$

ಉದಾ 5: $5x^2+9x+6, 4x+3x^2-8$ ಮತ್ತು $5-6x$ ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿರಿ

ಹಂತ 1:

$$5x^2+9x+6 = 5x^2+9x+6$$

$$4x+3x^2-8 = 3x^2+4x-8$$

$$5-6x = -6x+5$$

ಹಂತ 2:

$$\begin{array}{r} 5x^2+9x+6 \\ 3x^2+4x-8 \\ -6x+5 \end{array}$$

ಹಂತ 3:

$$\begin{array}{r} 5x^2+9x+6 \\ 3x^2+4x-8 \\ -6x+5 \\ \hline 8x^2+7x+3 \\ \hline \end{array}$$

(ii) ಅಡ್ಡಸಾಲು ಪದ್ಧತಿ

ಉದಾ 6: $3x^2 + 5x - 4$ ಮತ್ತು $6 + 6x^2$ ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿರಿ

ಕ್ರ.ಸಂ	ಹಂತಗಳು	ವಿಧಾನ
1	ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸಂಕಲನ ಗುರ್ತು + ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೂಡಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ	$3x^2 + 5x - 4 + 6 + 6x^2$
2	ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಪುನಃ ಒಂದು ಕ್ರಮ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ	$(3x^2 + 6x^2) + (5x) + (-4 + 6)$
3	ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿರಿ	$(3+6)\ x^2 + 5x + 2$
4	ಫಲಿತಾಂಶ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಪ್ರಮಾಣ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ	$9x^2 + 5x + 2$

ಇವುಮಾಡಿರಿ:

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸಂಕಲನ ಮಾಡಿರಿ

   (i) $x - 2y,\ 3x + 4y$

   (ii) $4m^2 - 7n^2 + 5mn,\ 3n^2 + 5m^2 - 2mn$

   (iii) $3a - 4b,\ 5c - 7a + 2b$

10.9.2 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ವ್ಯವಕಲನ

10.9.2 (ಅ) ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ

ನಾವು ಒಂದು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ '9' ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $9 + (-9) = 0$ ಆಗುವ ಹಾಗೆ '-9' ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು '9' ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ '-9' ಎಂದೂ ಮತ್ತು '-9' ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ '9'ಎಂದು ವ್ಯವಹರಿಸುತ್ತೇವೆ.

"ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ, ಒಂದು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದೇ ಇರುತ್ತದೆ ಅಂತಹ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಸೊನ್ನೆ ಆಗುವಹಾಗೆ ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಗಳಾಗಿ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ."

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಇದು ಸತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ ಇರುತ್ತದೆಯಾ? ಇದ್ದರೆ '$3x$' ನ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ ಯಾವುದು?

'$+3x$'ಗೆ $3x+(-3x)=0$ ಆಗುವಹಾಗೆ '$-3x$' ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ '$3x$' ನ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ'$-3x$'ಮತ್ತು '$-3x$'ನ ಸಂಕಲನ ವಿಲೋಮ '$+3x$'.

ಈ ಪ್ರಕಾರ, ಪ್ರತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಇದ್ದೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮೊತ್ತ ಸೊನ್ನೆಯಾದರೆ, ಅಂತಹ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾ: $(6x^2-4x+5)$ ನ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$6x^2-4x+5$ನ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $= -(6x^2-4x+5) = -6x^2+4x-5$

10.9.2 (ಆ) ವ್ಯವಕಲನ

A, Bಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಎಂದು ಕೊಂಡರೆ, $A-B=A+(-B)$

ಅಂದರೆ A ನಿಂದ B ಯನ್ನು ಕಳೆಯಲು A ಗೆ B ನ ಸಂಕಲನ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು.

ಈಗ ನಾವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಕಂಬ ಸಾಲು ಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು ಅಡ್ಡಸಾಲು ಪದ್ಧತಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಕಳೆಯುವುದೋ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳೋಣ.

(i) ಕಂಬ ಸಾಲು ಪದ್ಧತಿ

ಉದಾ 7: $3c+6a-2b$ ರಿಂದ $3a+4b-2c$ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ .

ಕ್ರ.ಸಂ	ಹಂತಗಳು	ವಿಧಾನ
1	ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ	$3c+6a-2b=6a-2b+3c$ $3a+4b-2c=3a+4b-2c$
2	ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಕೆಳಗೆ ಒಂದು ಇರುವಂತೆ ಬರೆಯಿರಿ, ಕಳೆಯಬೇಕಾದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಎರಡನೆ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$
3	ಎರಡನೆ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ ಬರೆಯಲು ಅದರ ಪ್ರತಿ ಪದದ ಗುರ್ತು ಬದಲಾಯಿಸಬೇಕು	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$ $-\quad-\quad+$
4	ಕಂಬ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ಕೆಳಗೆ ಬರೆಯಬೇಕು	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$ $-\quad-\quad+$ $3a-6b+5c$

ಉದಾ 8: $4m^2+7m-3$ ರಿಂದ $4+3m^2$ ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 1: $4m^2+7m-3 = 4m^2+7m-3$

$4+3m^2 \quad = \quad 3m^2+4$

ಹಂತ 2: $4m^2+7m-3$

$3m^2 \qquad +4$

ಹಂತ 3: $4m^2 + 7m - 3$

$3m^2 \quad + 4$

$- \quad -$

ಹಂತ 4: $4m^2 + 7m - 3$

$3m^2 \quad + 4$

$- \quad -$

$m^2 + 7m - 7$

(ii) ಅಡ್ಡಸಾಲು ಪದ್ಧತಿ

ಉದಾ 9: $3c + 6a - 2b$ ಯನ್ನು $3a + 4b - 2c$ ನಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ

ಕ್ರ.ಸಂ	ಹಂತಗಳು	ವಿಧಾನ
1	ಕಳೆಯಬೇಕಾದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬ್ರಾಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿಟ್ಟು ಅದರಮುಂದೆ ಮೈನಸ್ ಗುರ್ತು ಬರೆಯುತ್ತಾ ಎಲ್ಲಾ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು.	$3c+6a-2b-(3a+4b-2c)$ $3c+6a-2b-3a-4b+2c$
2	ಮೊದಲ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗೆ ಎರಡನೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು	$(3c+2c)+(6a-3a)+(-2b-4b)$
3	ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಕೂಡಿರಿ ಅಥವಾ ಕಳೆಯಿರಿ	$=5c+3a-6b$
4	ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ	$3a-6b+5c$

ಉದಾ 10: $6m^3+4m^2+7m-3$ ರಿಂದ $3m^3+4$ ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 1: $6m^3+4m^2+7m-3-(3m^3+4)$

ಹಂತ 2: $6m^3+4m^2+7m-3-3m^3-4$

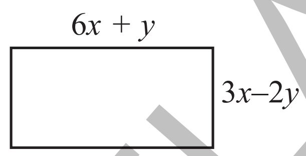
ಹಂತ 3: $(6m^3-3m^3)+4m^2+7m-3-4$

$=3m^3+4m^2+7m-7$

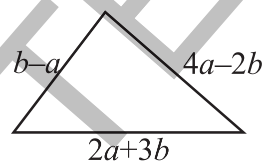
ಹಂತ 4: $3m^3+4m^2+7m-7$

ಅಭ್ಯಾಸ 4

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಸಾಲು ಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು ಕಂಬ ಸಾಲು ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಕಲನಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ. ಎರಡು ಪದ್ಧತಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಬಂದಿದೆಯಾ?
   - (i) $x^2 - 2xy + 3y^2$; $5y^2 + 3xy - 6x^2$
   - (ii) $4a^2 + 5b^2 + 6ab$; $3ab$; $6a^2 - 2b^2$; $4b^2 - 5ab$
   - (iii) $2x + 9y - 7z$; $3y + z + 3x$; $2x - 4y - z$
   - (iv) $2x^2 - 6x + 3$; $-3x^2 - x - 4$; $1 + 2x - 3x^2$
2. $2x^2 + 5x - 1 + 8x + x^2 + 7 - 6x + 3 - 3x^2$ ನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ
3. ಕೆಳಗಿನ ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



4. $2a + 3b$, $b–a$, $4a–2b$ ಬಾಹುಗಳಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



5. ಮೊದಲನೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಎರಡನೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.
   - (i) $2a+b$, $a–b$
   - (ii) $x+2y+z$, $–x–y–3z$
   - (iii) $3a^2–8ab–2b^2$, $3a^2–4ab+6b^2$
   - (iv) $4pq–6p^2–2q^2$, $9p^2$
   - (v) $7–2x–3x^2$, $2x^2–5x–3$
   - (vi) $5x^2–3xy–7y^2$, $3x^2–xy–2y^2$
   - (vii) $6m^3+4m^2+7m–3$, $3m^3+4$
6. $6x^2–8xy–y^2$ ಮತ್ತು $2xy–2y^2–x^2$ ಮೊತ್ತದಿಂದ $x^2–5xy+2y^2$ ಮತ್ತು $y^2–2xy–3x^2$ ಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.
7. $1+2x–3x^2$ ಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಕೂಡಿದರೆ $x^2–x–1$ ಬರುತ್ತದೆ?

8. $3x^2 - 4y^2 + 5xy + 20$ ನಿಂದ ಎಷ್ಟು ಕಳೆದರೆ $-x^2 - y^2 + 6xy + 20$ ಬರುತ್ತದೆ?

9. ಮೂರು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮೊತ್ತ $8 + 13a + 7a^2$. ಅದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು $2a^2 + 3a + 2$ ಮತ್ತು $3a^2 - 4a + 1$ ಆದರೆ ಮೂರನೇ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10. $A = 4x^2 + y^2 - 6xy;$

$B = 3y^2 + 12x^2 + 8xy;$

$C = 6x^2 + 8y^2 + 6xy$

ಆದರೆ (i) A + B + C (ii) (A – B) –C ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು :

- ಒಂದು ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳು '+' ಅಥವಾ '–'ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದ ಸಹಯೋಗ ವಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
- ಒಂದು ಪದೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಪದವು ಸ್ಥಿರ ಪದವಾದರೆ ಆ ಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದೋಕ್ತಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಒಂದು ಪದೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಟ ಒಂದಾದರೂ ಬೀಜಪದ ವಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಒಂದೇ ಪದವನ್ನು ಹೊಂದಿದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಏಕಪದೋಕ್ತಿಎಂದೂ, ಎರಡು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು ಹೊಂದಿದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಎಂದೂ, ಮೂರು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು ಹೊಂದಿದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.ಎರಡು ಅಥವಾಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳು ಹೊಂದಿದ ಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನುಬಹುಪದವೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.ದ್ವಿಪದ, ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಸಹ ಬಹುಪದಗಳೇ ಆದರೆಅವುಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಹೆಸರಿನಿಂದಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
- ಒಂದು ಏಕಪದದಲ್ಲಿ ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಏಕಪದ ಪರಿಮಾಣ ಅಥವಾ ಏಕಪದ ಘಾತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಸ್ಥಿರಾಂಕದ ಪರಿಮಾಣ ಸೊನ್ನೆ.
- ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಪದಗಳ ಪರಿಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಘಾತಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ದೊಡ್ಡದನ್ನು ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಪರಿಮಾಣ ಅಥವಾ ಗರಿಷ್ಟ ಘಾತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು, ಪದಗಳು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಸರಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.
- ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪದಗಳ ಪರಿಮಾಣಗಳು ಅವರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಇದ್ದರೆ ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯು ಆದರ್ಶರೂಪದಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.
- ಎರಡು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಒಂದು ಸಜಾತಿ ಪದ ಮತ್ತು ಫಲಿತ ಸಜಾತಿ ಪದದ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ ದತ್ತ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹ ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.
- ಎರಡು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಒಂದು ಸಜಾತಿಪದ ಮತ್ತು ಫಲಿತ ಸಜಾತಿ ಪದದ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ ದತ್ತ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹ ಗುಣಕಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಮ.

ಘಾತಾಂಕಗಳು

11

11.0 ಪರಿಚಯ

2011 ಜನಗಣತಿ ಲೆಕ್ಕಗಳ ಶೇಖರಣೆ ಪ್ರಕಾರ ಭಾರತದೇಶದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಸರಿ ಸುಮಾರು 1,20,00,00,000ಯಾಗಿ ಇದೆ.

ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಭೂಮಿಯ ಮಧ್ಯ ದೂರ ಸುಮಾರಾಗಿ 15,00,00,000 ಕಿ.ಮೀ.

ಶೂನ್ಯದಲ್ಲಿ ಬೆಳಕಿನ ವೇಗ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 30,00,00,000 ಮೀ ದೂರವನ್ನು ಪ್ರಯಾಣಿಸುತ್ತದೆ.

2011 ಜನಗಣತಿ ಲೆಕ್ಕಗಳ ಶೇಖರಣೆ ಪ್ರಕಾರ ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶ್ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಸರಿಸುಮಾರು 8,50,00,000 ಯಾಗಿದೆ.

ಇವು ಎಲ್ಲಾ ಬಹಳ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಇವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು, ಓದುವುದು, ಅರ್ಥಮಾಡಿ ಕೊಳ್ಳುವುದು ಸುಲಭವೇನಾ? ಖಚ್ಚಿತವಾಗಿ ಸುಲಭ ಅಲ್ಲವೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಳವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ನಮಗೆ ಒಂದು ವಿಧಾನ ಅವಸರ. ಈ ವಿಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ನಮಗೆ ಘಾತಾಂಕಗಳು ನಮಗೆ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ಘಾತಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕ ನಿಯಮಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಸುವಿರವಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ.

11.1 ಘಾತ ರೂಪ

ಈ ಕೆಳಗೆ ಪುನರಾವೃತ ಸಂಕಲನಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

$4 + 4 + 4 + 4 + 4$

$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$

$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$

ನಾವು ಈ ಪುನರಾವೃತ ಸಂಕಲನ ಸೂಕ್ಷ್ಮೀಕರಣವನ್ನು ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ 5×4, 6×5 ಮತ್ತು 8×7 ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

2011 ಜನಗಣತಿ ಲೆಕ್ಕದ ಪ್ರಕಾರ ಬಿಹಾರ್ ರಾಜ್ಯದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಸುಮಾರು 10,00,00,000.

ಇಲ್ಲಿ 10 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 8 ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಲಾಗಿದೆ, $10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10$.

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಿಹಾರ ರಾಜ್ಯದ ಜನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10^8 ರಿಂದ ಸೂಕ್ಷ್ಮರೂಪದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ 10 ನ್ನು ಆಧಾರ ಅಥವಾ ಭೂಮಿ ಎಂದು 8 ನ್ನು ಘಾತಸೂಚಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇದನ್ನು 10 ರ ಘಾತ 8ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

ಶೂನ್ಯದಲ್ಲಿ ಬೆಳಕಿನ ವೇಗ 30,00,00,000 ಮೀ/ಸಂ. ಇದನ್ನು ಘಾತರೂಪದಲ್ಲಿ 3×10^8ಮೀ/ಸೆಂ ಆಗಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. 10^8 ರಲ್ಲಿ 10 ನ್ನು ಆಧಾರ ಅಥವಾ ಭೂಮಿ ಎಂದು, 8 ನ್ನು ಘಾತಸೂಚಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇನೆ. ಇದ್ದನ್ನು'10 ರ ಘಾತ 8' ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಭೂಮಿಯ ಮಧ್ಯದೂರ ಸುಮಾರಾಗಿ15,00,00,000 ಕಿ.ಮೀ ಇರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಘಾತರೂಪದಲ್ಲಿ 15×10^7 ಕಿ.ಮೀ ಯಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. 10^7 ನಲ್ಲಿ 10 ನ್ನು ಆಧಾರ ಎಂದು 7 ನ್ನು ಘಾತಸೂಚಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

2011 ರ ಜನಗಣತಿ ಲೆಕ್ಕಗಳ ಪ್ರಕಾರ ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶ್ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಸುಮಾರಾಗಿ 8,50,00,000. ಇದನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ 85×10^6 ಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತೇವೆ. 10^6 ರಲ್ಲಿ *'10* ನ್ನು ಆಧಾರ ವೆಂದು *6'*. ನ್ನು ಘಾತಸೂಚಿ, ಇದನ್ನು ಹತ್ತರ ಘಾತ 6 ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾ : 36584ನ ವಿಸ್ತರಣಾರೂಪ

$$36584 = (3\times10000) + (6\times1000) + (5\times100) + (8\times10) + (4\times1)$$

$$= (3\times10^4) + (6\times10^3) + (5\times10^2) + (8\times10^1) + (4\times1)$$

ಇವುಮಾಡಿರಿ:

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ
   (i) ಭೂಮಿಯ ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೆ 510,000,000 ಚ.ಕಿ.ಮೀ
   (ii) ರಾಜಸ್ಥಾನ ರಾಜ್ಯದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಸುಮಾರಾಗಿ 7,00,00,000
   (iii) ಭೂಮಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸರಾಸರಿಯಾಗಿ 4550 ಮಿಲಿಯನ್ ವರ್ಷಗಳು.
   (iv) 1000 ಕಿ.ಮೀಗಳನ್ನು ಮೀಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ
2. (i) 48951 (ii) 89325 ಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

11.1.1 ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಧಾರವಿರುವ ಘಾತಗಳು:

ಇದುವರೆಗೆ ನಾವು 10 ಆಧಾರವಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಆದರೆ ಆಧಾರವಾಗಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ ಇರಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \quad = 3^4$

ಇಲ್ಲಿ ಆಧಾರ 3 ,ಘಾತಸೂಚಿ ಅಥವಾ ಘಾತಾಂಕ = 4

$=125 = 5 \times 5 \times 5 \quad = \quad 5^3$

ಇಲ್ಲಿ ಆಧಾರ = 5 ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕ ಅಥವಾ ಘಾತಸೂಚಿ =3

ಉದಾಹರಣೆ–1 : 3^4 ಮತ್ತು 4^3 ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು?

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$81 > 64$

ಆದ್ದರಿಂದ, $3^4 > 4^3$

ಇವುಮಾಡಿರಿ:

1. 3^2 ಎನ್ನುವುದು 2^3 ಗೆ ಸಮಾನವೇ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.
2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳ (a) ಆಧಾರ (b)ಘಾತಸೂಚಿ ಮತ್ತು (c) ಓದುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಸೂಚಿಸಿರಿ.

   (i) 32 (ii) 64 (iii) 256 (iv) 243 (v) 48

ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ

ಯಾವುದೇ ಆಧಾರವನ್ನು ಘಾತಸೂಚಿ 2 ಅಥವಾ 3 ಕ್ಕೆ ಏರಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಹೆಸರುಗಳಿಂದ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

$10 \times 10 = 10^2$ ನ್ನು **'10** ರ ಘಾತ **2'** ಅಥವಾ **'10** ರ ವರ್ಗ'. ಹಾಗೆಯೇ $4^2 = 4 \times 4$ ನ್ನು **'4** ರ ಘಾತ **2'** ಅಥವಾ **'4** ರ ವರ್ಗ' ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

$10 \times 10 \times 10 = 10^3$ ಇದನ್ನು **'10** ರ ಘಾತ **3'** ಅಥವಾ **'10** ರ ಘನ' ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

$6 \times 6 \times 6 = 6^3$ ಇದನ್ನು '6 ರ ಘಾತ 3' ಅಥವಾ '6 ರ ಘನ'

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ 'a' ಯನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

$a \times a = a^2$ (ಇದನ್ನು 'a ನ ಘಾತ 2' ಅಥವಾ 'a ನ ವರ್ಗ' ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ)

$a \times a \times a = a^3$ (ಇದನ್ನು 'a ನ ಘಾತ 3' ಅಥವಾ 'a ನ ಘನ' ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ)

$a \times a \times a \times a = a^4$ (ಇದನ್ನು 'a ನ ಘಾತ 4' ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ)

__________ $= a^5$ (ಇದನ್ನು ______________________________ ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ)

__________ $= a^6$ (ಇದನ್ನು ______________________________ ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ)

ಹೀಗೆಯೇ ಇದರಿಂದ $\mathbf{a \times a \times a \times a \times a \times a} \times$..................... **'m'**ಬಾರಿ= a^m ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ **'a'**ಯನ್ನು ಆಧಾರ ವೆಂದು, **'m'** ನ್ನು ಘಾತಸೂಚಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಇವುಮಾಡಿರಿ :

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ

   (i) p^7 (ii) l^4 (iii) s^9 (iv) d^6 (v) z^5

2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) $a \times a \times a \times$ .... 'l' ಬಾರಿ

   (ii) $5 \times 5 \times 5 \times 5$.................... '$n$' ಬಾರಿ

   (iii) $q \times q \times q \times q \times q$ .... 15 ಬಾರಿ

   (iv) $r \times r \times r \times$ .... 'b' ಬಾರಿ

11.2 ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿ (ಪ್ರಧಾನ ಅಪವರ್ತನಗಳು) ವಿಭಜಿಸಿ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

(i) 432 (ii) 450

2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

ಸಾಧನೆ (i): $432 = 2 \times 216$

$= 2 \times 2 \times 108$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 54$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$

$= 2^4 \times 3^3$

ಆದ್ದರಿಂದ $432 = 2^4 \times 3^3$

2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

(ii): $450 = 2 \times 225$

$= 2 \times 3 \times 75$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 25$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$= 2 \times 3^2 \times 5^2$

ಆದ್ದರಿಂದ $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$

ಇವುಮಾಡಿರಿ :

(i) 2500 (ii) 1296 (iii) 8000 (iv) 6300 ಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ – 1

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ಆಧಾರಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತಾ ಅವುಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) 3^4 (ii) $(7x)^2$ (iii) $(5ab)^3$ (iv) $(4y)^5$

2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

   (ii) $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

   (iii) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

3. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಾಗಿ ಬರೆದು ಅವುಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) 288 (ii)1250 (iii) 2250 (iv) 3600 (v) 2400

4. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಜೊತೆಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದ್ದನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

(i) 2^3 ಅಥವಾ 3^2 (ii) 5^3 ಅಥವಾ 3^5 (iii) 2^8 ಅಥವಾ 8^2

5. $a = 3, b = 2$ ಆದರೆ ಕೆಳಗಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $a^b + b^a$ (ii) $a^a + b^b$ (iii) $(a + b)^b$ (iv) $(a–b)^a$

11.3 ಘಾತಾಂಕ ನಿಯಮಗಳು

ಘಾತ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡಲು, ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ನಾವು ಕೆಲವು ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

11.3.1 ಒಂದೇ ಆಧಾರವಾಗಿ ಇರುವ ಪದಗಳ ಗುಣಾಕಾರ:

ಉದಾ 2 : $2^4 \times 2^3$

ಪರಿಹಾರ : $2^4 \times 2^3 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{4\text{ ಬಾರಿ}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3\text{ ಬಾರಿ}}$

$= \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$

$= 2^7$ ಮತ್ತು ಇದು 2^{4+3} ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ (ಏಕೆಂದರೆ $4 + 3 = 7$)

ಆದರೆ $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3}$

ಉದಾ 3: $5^2 \times 5^3$

ಪರಿಹಾರ: $5^2 \times 5^3 = \underbrace{(5 \times 5)}_{2\text{ ಬಾರಿ}} \times \underbrace{(5 \times 5 \times 5)}_{3\text{ ಬಾರಿ}}$

$= \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}$

$= 5^5$ ಮತ್ತು ಇದು 5^{2+3} ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ (ಏಕೆಂದರೆ $2 + 3 = 5$)

ಆದರೆ $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3}$

ಇವು ಮಾಡಿರಿ

2^4, 2^3 ಮತ್ತು ಇದು 2^7 ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

ಮತ್ತು $2^4 \times 2^3 = 2^7$ ಸರಿನೋಡಿರಿ

5^2, 5^3 ಮತು 5^5 ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದು $5^2 \times 5^3 = 5^5$ ಆಗುತ್ತದೆಯೋ ಸರಿನೋಡಿರಿ.

ಉದಾ 4: $a^4 \times a^5$

ಪರಿಹಾರ : $a^4 \times a^5 = (a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a)$

$= (a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a)$

$= a^9$ ಮತ್ತು ಇದು a^{4+5} ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ (ಆದ್ದರಿಂದ $4 + 5 = 9$)

ಆದ್ದರಿಂದ, $a^4 \times a^5 = a^{4+5}$

ಮೇಲಿನ ಪರಿಶೀಲನೆಗಳಂದ,

$a^m \times a^n$ **= ($a \times a \times a$ ....'m' ಬಾರಿ) × ($a \times a \times a \times$ ....'n' ಬಾರಿ)=** a^{m+n} ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

> **'a'** ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕ,
> **'m'** ಮತ್ತು **'n'** ಗಳು ಧನ ಪೂರ್ಣಂಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,
> $$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ಇವು ಮಾಡಿರಿ:

1. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸೂಕ್ಷ್ಮೀಕರಿಸಿ.

   (i) $3^{11} \times 3^9$ (ii) $p^5 \times p^8$

2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ "?" ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

   (K ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕ)

   (i) $k^3 \times k^4 = k^?$ (ii) $k^{15} \times k^? = k^{31}$

11.3.2 ಘಾತಾಂಕದ ಘಾತಾಂಕ

ಉದಾ 5: $(3^2)^3$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಪರಿಹಾರ : ಇಲ್ಲಿ ಆಧಾರ '3^2' ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿ '3'

$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$= 3^{2+2+2}$ (ಸಮಾನ ಆಧಾರಗಳ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ)

$= 3^6$ ಮತ್ತು ಇದು $3^{2\times3}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ($2 \times 3 = 6$ ಆದ್ದರಿಂದ)

ಆದ್ದರಿಂದ $(3^2)^3 = 3^{2\times3}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ :

3^2 ಬೆಲೆ, 3^2 ಘನದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದು $(3^2)^3 = 3^6$ ಆಗುತ್ತದೆಯೊ ಸರಿನೋಡಿರಿ.

ಉದಾ 6: $(4^5)^3$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಪರಿಹಾರ : $(4^5)^3 = 4^5 \times 4^5 \times 4^5$

$= 4^{5+5+5}$ (ಸಮಾನ ಆಧಾರಗಳ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ)

$= 4^{15}$ ಮತ್ತು ಇದು $4^{5\times3}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ($5 \times 3 = 15$ ಆದ್ದರಿಂದ)

$(4^5)^3 = 4^{5\times3}$

ಉದಾ 7: $(a^m)^4$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಸಾಧನೆ : $(a^m)^4 = a^m \times a^m \times a^m \times a^m$

$= a^{m+m+m+m}$ (ಸಮ ಆಧಾರಗಳ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ)

$= a^{4m}$ ಮತ್ತು ಇದು $a^{m\times 4}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ (ಇದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ $4 \times m = 4m$)

ಆದ್ದರಿಂದ $(a^m)^4 = a^{m\times 4}$

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ $(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m ......$ n ಬಾರಿ $= a^{m+m+m+...\ n \text{ ಬಾರಿ}} = a^{mn}$ ಬಾರಿ

> 'a'ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು 'm', 'n'
>
> ಗಳು ಪೂರ್ಣಂಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, $(a^m)^n = a^{mn}$

11.3.3 ಘಾತಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

ಉದಾ 8: $3^5 \times 4^5$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಸಾಧನೆ : ಇಲ್ಲಿ 3^5 ಮತ್ತು 4^5 ಗಳ ಒಂದೇ ಘಾತಸೂಚಿ 5 ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.
ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಆಧಾರಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಯಗಿವೆ.

$3^5 \times 4^5 = (3\times3\times3\times3\times3) \times (4\times4\times4\times4\times4)$

$= (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4)$

$= (3\times4)^5$

ಆದ್ದರಿಂದ $3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5$

ಉದಾ 9: $4^4 \times 5^4$ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಪರಿಹಾರ : ಇಲ್ಲಿ 4^4 ಮತ್ತು 5^4ಗಳ ಒಂದೇ ಘಾತಸೂಚಿ 4 ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.
ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಆಧಾರಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿವೆ.

$4^4 \times 5^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= (4 \times 5)\times (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5)$

$= (4 \times 5)^4$

ಆದ್ದರಿಂದ , $4^4 \times 5^4 = (4 \times 5)^4$

ಉದಾ 10: $p^7 \times q^7$ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಪರಿಹಾರ : ಇಲ್ಲಿ p^7 ಮತ್ತು q^7 ಗಳು ಘಾತಸೂಚಿ 7ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಆಧಾರಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿವೆ.

$p^7 \times q^7 = (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p) \times (q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$

$= (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p \times q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$

$$= (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q)$$

$$= (p \times q)^7$$

ಆದ್ದರಿಂದ $p^7 \times q^7 = (p \times q)^7$

> **ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ $a^m \times b^m = (a \times b)^m = (ab)^m$ ಯಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.**
> **'a', 'b' ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು**
> **'m' ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆದರೆ $a^m \times b^m = (ab)^m$**

ಇವು ಮಾಡಿರಿ

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು $a^m \times b^m = (a\,b)^m$ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸೂಕ್ಷ್ಮೀಕರಿಸಿರಿ.
   (i) $(2 \times 3)^4$ (ii) $x^p \times y^p$ (iii) $a^8 \times b^8$ (iv) $(5 \times 4)^{11}$

11.3.4. ಘಾತರೂಪ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

ಘಾತಾಂಕಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಚರ್ಚಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಮೊದಲು ನಾವು ಋಣ ಘಾತ ಸೂಚಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ

11.3.4 (ಅ) ಋಣ ಘಾತಾಂಕಗಳು

ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ

2^5	=	32	3^5	=	243
2^4	=	16	3^4	=	81
2^3	=	8	3^3	=	27
2^2	=	4	3^2	=	9
2^1	=	2	3^1	=	3
2^0	=	1	3^0	=	1
2^{-1}	=		3^{-1}	=	
(ಸೂಚನೆ: 1 ರಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ)			(ಸೂಚನೆ: 1 ರಲ್ಲಿ ಮೂರನೇ ಒಂದುಭಾಗ)		
2^{-2}	=		3^{-2}	=	

32 ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟನೇ ಭಾಗ 16 ಆಗುತ್ತದೆ?

2^5 ಮತ್ತು 2^4 ಗಳ ಮಧ್ಯವ್ಯತ್ಯಾಸ ವೆಷ್ಟು?

ಘಾತಸೂಚಿ ಬೆಲೆ 1 ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ಪ್ರತಿ ಸಾರಿ ಅದರ ಬೆಲೆ ಅರ್ಧ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿರುತ್ತೀರಿ.

ಮೇಲಿನ ಪರಿಶೀಲನೆಗಳಿಂದ

$2^{-1} = \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $2^{-2} = \frac{1}{4}$ ಮತ್ತು

$3^{-1} = \frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $3^{-2} = \frac{1}{9}$

ಇನ್ನು $2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$

ಅದೇವಿಧವಾಗಿ, $3^{-1} = \frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $3^{-2} = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$

'*a*' ಯಾವುದೇ ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು **'*n*'** ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

ಇವು ಮಾಡಿರಿ

1. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) x^{-7} (ii) a^{-5} (iii) 7^{-5} (iv) 9^{-6}

11.3.4. (ಆ) ಶೂನ್ಯ ಘಾತಾಂಕ

ಮುಂದು ಚರ್ಚಿಸಿದ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ

$2^0 = 1$, $3^0 = 1$ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ

$4^0 = 1$,$5^0 = 1$ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ 'a'ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ $a^0 = 1$

11.3.4. (ಇ) ಒಂದೇ ಆಧಾರ ಹೊಂದಿದ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ:

ಉದಾ 11: $\frac{7^7}{7^3}$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಪರಿಹಾರ: $\frac{7^7}{7^3} = \frac{7\times7\times7\times7\times\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}}{\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}} = 7\times7\times7\times7$

$= 7^4$ ಅಥವಾ ಇದು 7^{7-3} ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ (ಏಕೆಂದರೆ $7 - 3 = 4$)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{7^7}{7^3} = 7^{7-3}$

ಉದಾ 12: $\frac{3^8}{3^3}$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಪರಿಹಾರ : $\frac{3^8}{3^3} = \frac{3\times3\times3\times3\times3\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}} = 3\times3\times3\times3\times3$

$= 3^5$ ಅಥವಾ ಇದು 3^{8-3} ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ (ಏಕೆಂದರೆ $8-3=5$)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{3^8}{3^3} = 3^{8-3}$

ಉದಾ 13: $\frac{5^5}{5^8}$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಪರಿಹಾರ : $\frac{5^5}{5^8} = \frac{\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}}{5\times5\times5\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}} = \frac{1}{5\times5\times5} = \frac{1}{5^3}$

$\frac{1}{5^3}$ ಅಥವಾ ಇದು $\frac{1}{5^{8-5}}$ ಕ್ಕೆ ಸಮ (ಏಕೆಂದರೆ $8-5=3$)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{5^5}{5^8} = \frac{1}{5^{8-5}}$

ಉದಾ 14: $\frac{a^2}{a^7}$ ನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಪರಿಹಾರ : $\frac{a^2}{a^7} = \frac{\cancel{a}\times\cancel{a}}{a\times a\times a\times a\times a\times\cancel{a}\times\cancel{a}} = \frac{1}{a\times a\times a\times a\times a}$

$= \frac{1}{a^5}$ ಅಥವಾ ಇದು $\frac{1}{a^{7-2}}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನ (ಏಕೆಂದರೆ $7-2=5$)

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{a^2}{a^7} = \frac{1}{a^{7-2}}$

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದ ನಂತರ,

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ಅದರೆ $\boldsymbol{m > n}$ ಮತ್ತು $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ ಆದರೆ $\boldsymbol{m<n}$

'a' ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು 'm' ಮತ್ತು 'n'ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ ಇಲ್ಲಿ } m > n \quad \text{ಮತ್ತು} \quad \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \text{ ಇಲ್ಲಿ } n > m$$

$m = n$ ಆದಾಗ ಏನು ಜರುಗುತ್ತದೆ? ಸಮಾಧಾನ ಕೊಡಿರಿ

ಉದಾ 15: $\frac{4^3}{4^3}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ

ಪರಿಹಾರ : $\frac{4^3}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{1} = 1 \; \ldots\ldots (1)$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು

$\therefore \frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0 = 1$ರಿಂದ)

ಅದೇರೀತಿ $\frac{7^4}{7^4}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

$\frac{7^4}{7^4}$ = ?ಮೇಲಿನವುಗಳಿಂದ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಿ?

ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ $\frac{a^4}{a^4} = \frac{a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a} = 1$

ಆದರೆ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

ಇದರಿಂದ $\frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 = 1$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇಲ್ಲಿ 'a' ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಸಂಖ್ಯೆ $a^0 = 1$.

ಈ ಪ್ರಕಾರ m, n (m = n)

ಈ ಪ್ರಕಾರ m = n $\boxed{\frac{a^m}{a^n} = 1}$

ಇವು ಮಾಡಿರಿ

1. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮೀಕರಿಸಿ a^{m-n} ಅಥವಾ $\frac{1}{a^{n-m}}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{13^8}{13^5}$ (ii) $\frac{3^4}{3^{14}}$

2. ಸರಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ $\square$ ಖಾಲಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ತುಂಬಿರಿ

ಉದಾ: $\frac{8^8}{8^3} = 8^{\boxed{8-3}} = 8^{\boxed{5}}$

(i) $\frac{12^{12}}{12^7} = 12^{\square} = 12^{\square}$ (ii) $\frac{a^{18}}{a^{\square}} = a^{\square} = a^{\boxed{10}}$

11.3.4 (ಈ) ಒಂದೇ ಘಾತವಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

ಉದಾ 16: $\left(\frac{7}{4}\right)^5$ ಎಂದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ

ಪರಿಹಾರ : $\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}$

$= \frac{7\times7\times7\times7\times7}{4\times4\times4\times4\times4}$

$= \frac{7^5}{4^5}$ (ಘಾತರೂಪ ನಿರ್ವಚನೆಯಿಂದ)

$\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7^5}{4^5}$

ಉದಾ 17: $\left(\frac{p}{q}\right)^6$ ಎಂದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ

ಪರಿಹಾರ : $\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)$

$= \frac{p\times p\times p\times p\times p\times p}{q\times q\times q\times q\times q\times q}$

$$= \frac{p^6}{q^6} \qquad \text{(ನಿರ್ವಚನೆಯಿಂದ)}$$

$$\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \frac{p^6}{q^6}$$

ಮೇಲಿನ ಪರಿಶೀಲನೆಗಳಿಂದ ನಾವು ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a \times a \times a \times a \times .... \times a \;\; m \text{ ಬಾರಿ}}{b \times b \times b \times b \times .... \times b \;\; m \text{ ಬಾರಿ}} = \frac{a^m}{b^m}$$

> **a, b** ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ ಮತ್ತು
>
> **'m'** ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿರಿ.

(i) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{\boxed{}}$ (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\boxed{}} = \frac{3^5}{2^5}$

(iii) $\left(\frac{8}{3}\right)^4 = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ (iv) $\left(\frac{x}{y}\right)^{11} = \frac{\boxed{}}{y^{11}}$

11.3.5 ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆಧಾರವಾಗಿರುವ ಘಾತ ರೂಪಗಳು

ಉದಾ 18 : $(1)^4, (1)^5, (1)^7, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, (-1)^5$ ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸಿ

ಸಾಧನೆ : $(1)^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

$(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^5 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ದೃಷ್ಟಾಂತಗಳಿಂದ ನಾವು ಕೆಳಗಿನ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

(i) 1 ನ್ನು ಯಾವ ಘಾತಸೂಚಿಗೆ ಏರಿಸಿದರೂ ಅದರ ಬೆಲೆ '1'

(ii) (–1) ರ ಘಾತ ಸೂಚಿ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಅದರ ಬೆಲೆ '–1' ಮತ್ತು (–1) ರ ಘಾತ ಸೂಚಿ ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಅದರ ಬೆಲೆ (+1)

ಆದ್ದರಿಂದ $(-a)^m = -a^m$ ('m' ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ)

$(-a)^m = a^m$ (m ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ)

ಈಗ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

$(-3)^4 = (-3)\ (-3)\ (-3)\ (-3) = 81$

$(-a)^4 = (-a)\ (-a)\ (-a)\ (-a) = a^4$

$$(-a)^{-3} = \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} = \frac{1}{-a^3} = \frac{-1}{a^3}$$

ಉದಾ 19: $\frac{-27}{125}$ ನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : $27 = (-3)\ (-3)\ (-3) = (-3)^3$

$125 = 5 \times 5 \times 5 = (5)^3$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-27}{125} = \frac{(-3)^3}{(5)^3}$ ಅಂದರೆ $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

ಈ ಪ್ರಕಾರ $\frac{-27}{125} = \left(\frac{-3}{5}\right)^3$

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ

1. ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ
   (i) $(a)^{-5}$ (ii) $(-a)^4$ (iii) $(-7)^{-5}$ (iv) $(-a)^m$

2. ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ
   (i) $(-3) \times (-3) \times (-3)$ (ii) $(-b) \times (-b) \times (-b) \times (-b)$
   (iii) $\frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)}$ ...... 'm' ಬಾರಿ

ಅಭ್ಯಾಸ 2

1. ಘಾತಾಂಕ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮೀಕರಿಸಿ.

(i) $2^{10} \times 2^4$ (ii) $(3^2) \times (3^2)^4$ (iii) $\frac{5^7}{5^2}$

(iv) $9^2 \times 9^{18} \times 9^{10}$ (v) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^8$ (vi) $(-3)^3 \times (-3)^{10} \times (-3)^7$

(vii) $(3^2)^2$ (viii) $2^4 \times 3^4$ (ix) $2^{4a} \times 2^{5a}$

(x) $(10^2)^3$ (xi) $\left[\left(\frac{-5}{6}\right)^2\right]^5$ (xii) $2^{3a+7} \times 2^{7a+3}$

(xiii) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ (xiv) $(-3)^3 \times (-3)^3$ (xv) $\frac{(-4)^6}{(-4)^3}$

(xvi) $\frac{9^7}{9^{15}}$ (xvii) $\frac{(-6)^5}{(-6)^9}$ (xiii) $(-7)^7 \times (-7)^8$

(xix) $(-6^4)^4$ (xx) $a^x \times a^y \times a^z$

2. 3^{-4} ನ್ನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಗುಣಲಬ್ಧ 729 ಆಗುತ್ತದೆ?

3. $5^6 \times 5^{2x} = 5^{10}$, ಆದರೆ x ಬೆಲೆಎಷ್ಟು?

4. $2^0 + 3^0$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ

5. $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^a \times \left(\frac{x^b}{x^a}\right)^a \times \left(\frac{x^a}{x^a}\right)^b$ ಸೂಕ್ಷ್ಮೀಕರಿಸಿ

6. ಸತ್ಯವೋ, ಅಸತ್ಯವೋ ತಿಳಿಸಿ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ

(i) $100 \times 10^{11} = 10^{13}$ (ii) $3^2 \times 4^3 = 12^5$ (iii)) $5^0 = (100000)^0$

(iv) $4^3 = 8^2$ (v) $2^3 > 3^2$ (vi) $(-2)^4 > (-3)^4$

(vii) $(-2)^5 > (-3)^5$

ಪ್ರಾಜೆಕ್ಟ್ ಕೆಲಸ:
ನಿಮ್ಮ ಪರಿಸರ ಪ್ರಾಂತದಲ್ಲಿನ ಯಾವುದೇ 10 ಕುಟುಂಬಗಳ ವಾರ್ಷಿಕ ಆದಾಯವನ್ನು ಸೇಕರಿಸಿ, ಸಾವಿರ ಮತ್ತು ಲಕ್ಷ, ಸ್ಥಾನಗಳ ಸಮೀಪ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ, ಒಂದೊಂದು ಕುಟುಂಬಗಳ ವಾರ್ಷಿಕ ಆದಾಯವನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

11.6 ಅತಿದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು :

ಭೂಮಿಯ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಸರಿ ಸುಮಾರು 5976 x 10^{21} ಕಿ.ಗ್ರಾಂ.ಆಕಾಶಗಂಗೆ ಒಂದು ಅಂಚಿನಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಅಂಚಿನವರೆಗೆ ಇರುವ ದೂರ 946×10^{15} ಕಿ.ಮೀ ಈತರಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.

ಭೂಮಿಯ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ = 5.976×10^{24} ಆದರ್ಶರೂಪ ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ,ಆಕಾಶಗಂಗೆ ಒಂದು ಅಂಚಿನಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಅಂಚಿನವರೆಗೆ ಇರುವ ಪ್ರಾಮಾಣಿಕ ರೂಪ 9.46×10^{17}

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು1.0 ಮತ್ತು 10.0 ಮಧ್ಯ ಇರುವ ದಶಮಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಬರೆದು ಅದಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದ 10 ರ ಘಾತಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧ ಮಾಡುವುದನ್ನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತ ಪಡಿಸುವುದು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ". ಇದನ್ನು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತ ಎನ್ನುವರು.

ಅಭ್ಯಾಸ 3

1.ಕೆಳಗಿನ ವಾಕ್ಯಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ಭೂಮಿಗೂ ಚಂದ್ರನಿಗೂ ನಡುವಿನ ದೂರ 384,000,000ಮೀಟರ್‌ಗಳು.

(ii) ವಿಶ್ವದ ವಯಸ್ಸು 12,000,000,000 ವರ್ಷಗಳಾಗಿ ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ.

(iii) ಆಕಾಶಗಂಗೆಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸೂರ್ಯನಿಗೆ ಇರುವ ದೂರ 300,000,000,000, 000,000,000 ಮೀ ಎಂದು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

(iv) ಭೂಮಿ 1,353,000,000 ಘನ ಕಿ.ಮೀ ಘನ ಪರಿಮಾಣ ಇರುವ ನೀರನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು!

- ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಓದುವುದು, ಬರೆಯುವುದು ಮತ್ತು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿ ಕೊಳ್ಳುವುದು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.
- $10,000 = 10^4$ ನಲ್ಲಿ "10 ಘಾತ 4"ಎಂದು ಓದಿ 10ನ್ನು ಆಧಾರವೆಂದು,4 ನ್ನು ಘಾತ ಸೂಚಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ; $243 = 3^5$ ನ್ನು "3 ರ 5ನೇ ಘಾತ"ಎಂದು ಓದಿ,3 ನ್ನು ಆಧಾರವೆಂದೂ 5 ನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ಅಥವಾ ಘಾತಸೂಚಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.$64 = 2^6$ (2 ರ 6 ನೇ ಘಾತ).
- **ಘಾತಾಂಕ ನಿಯಮಗಳು** : 'a' ಮತ್ತು 'b' ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು 'm' ಮತ್ತು 'n' ಗಳ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(iv) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ (v) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ if $m > n$

(vi) $\dfrac{a^m}{b^n} = \dfrac{1}{a^{n-m}}$ if $n > m$ (vii) $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$

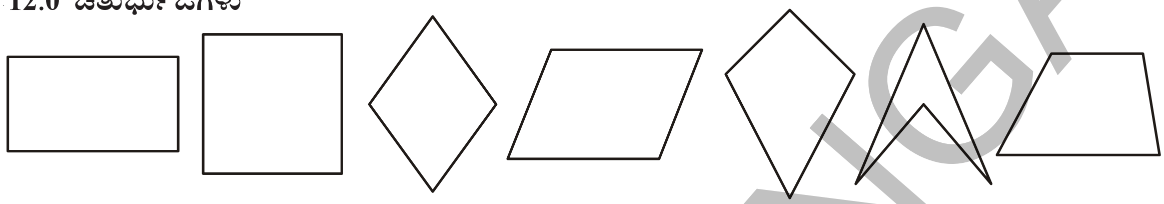
(viii) $a^0 = 1$ ($a \neq 0$ ಆದಾಗ)

ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

12

ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು 6 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ. ಇಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಧಗಳು, ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳೋಣ.

12.0 ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

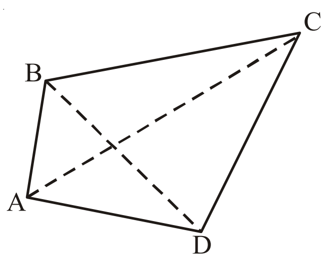


ಈ ಎಲ್ಲಾ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಲಕ್ಷಣಯಾವುದು?

(ಸೂಚನೆ: ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ಕೋನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ಶೃಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ಆವೃತ ಚಿತ್ರವೇ, ವಿವೃತ ಚಿತ್ರವೇ?)

ಆದ್ದರಿಂದ 'ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಸರಳ ರೇಖಾಗತವಲ್ಲದ ರೇಖಾ ಖಂಡಗಳು ತಮ್ಮ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಛೇದಿಸಿದಾಗ, ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ರೇಖಾಕೃತಿಯೇ ಚತುರ್ಭುಜ', ಅಥವಾ 'ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು, ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ಇರುವ ಆವೃತ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಚತುರ್ಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ



(i) $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ ಮತ್ತು $\overline{DA}$ ಗಳು ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು

(ii) A, B, C ಮತು D ಗಳು ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಶೃಂಗಗಳು.

(iii) $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ ಮತ್ತು $\angle DAC$ ಗಳು ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು.

(iv) ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಚತರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಚತುರ್ಭುಜ ABCD. ಯಲ್ಲಿ $\overline{AC}$ ಮತ್ತು $\overline{BD}$ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು.

(v) ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳಿಗೆ, ಒಂದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುವಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಅಥವಾ ಅನುಕ್ರಮ ಬಾಹುಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುವರು. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ಅನುಕ್ರಮ ಬಾಹುಗಳು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತ್ಯಬಿಂದು B

(vi) ಒಂದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವಿರುವ, ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮ ಅಥವಾ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle BCD$ ಗಳ ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

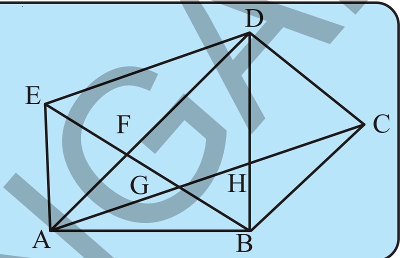
ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ:

1. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಉಳಿದ ಅನುಕ್ರಮಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು, ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

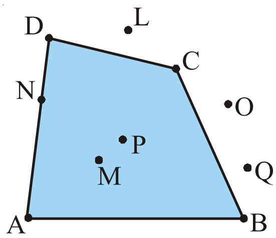
(vii) ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿಲ್ಲದ ಅಥವಾ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು, ಚತುರ್ಭುಜ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಎನಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ, ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ AB,CD ಮತ್ತು AD, BC ಗಳು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು.

(viii) ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಆಕೋನಗಳನ್ನು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ.ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ $\angle$BAD, $\angle$DCB ಮತ್ತು $\angle$ADC, $\angle$CBA ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:
ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿವೆ? ಅವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ



12.1 ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಅಂತರ, ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುಗಳು



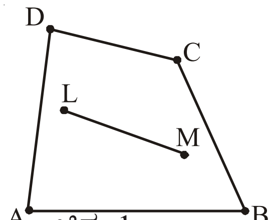
ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ ಅಂತರವಾಗಿರುವ ಬಿಂದುಗಳು ಯಾವುವು? ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಇರುವ ಬಿಂದುಗಳು ಯಾವುವು?

ಚತುರ್ಭುಜದ ಮೇರೆ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಬಿಂದುಗಳು ಯಾವುವು.

ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಗೆ ಅಂತರವಾಗಿ P, M ಬಿಂದುಗಳಿವೆ. ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ L, O ಮತ್ತು 'Q' ಬಿಂದುಗಳಿವೆ. ಚತುರ್ಭುಜದ ಮೇರೆಯಮೇಲೆ N, A, B, C ಮತ್ತು D ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳಿವೆ.

ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ. ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹ್ಯದಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗದಷ್ಟು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ. ಚತುರ್ಭುಜ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬಿಂದುಗಳಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಿದ್ದೀರಿ?

12.2 ಬಹಿರ್ ವಕ್ರ (ಪೀನಾಕಾರ), ಅಂತರ್ ವಕ್ರ (ನಿಮ್ನಾಕಾರ) ಚತುರ್ಭುಜಗಳು



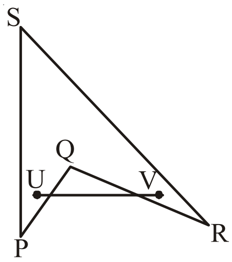
ಚಿತ್ರ–1

ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಂತರದಲ್ಲಿ L ಮತ್ತು M ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ. L, M ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾ ಖಂಡವು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಇದೆ. ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಇದ್ದರೆ ಆ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಬಹಿರ್‌ವಕ್ರ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಒಂದು ರೇಖಾ ಖಂಡದ ಕೊನೆ ಬಿಂದುಗಳು ಅಂತರವಾಗಿ ಇರುತ್ತಾ ರೇಖಾ ಖಂಡದಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪಭಾಗ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹ್ಯದಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಬಲ್ಲೆಯಾ?

ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ನೀವು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ.

ಈಗ ಮತ್ತೊಂದು ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನ್ನು ನೋಡೋಣ



ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ಅಂತರವಾಗಿ U, V ಎಂದು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ. ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಇದೆಯೇ? ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಕೆಲವು ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ನೀವು ಏರ್ಪಡಿಸುವಿರಾ?

ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳೆಲ್ಲಾ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಅಂತರವಾಗಿ ಇರುವಹಾಗೆ ಎಳೆಯಬಲ್ಲಿರಾ? ಇದು ಸಹ ಸಾಧ್ಯವೆಂದು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೀರಿ.

ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಂತರವಾಗಿ ಇರುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಅಂತರವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ABCD ಚತುರ್ಭುಜ ಯನ್ನು **ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಂತರವಾಗಿ ಇರುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳೆಲ್ಲಾ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಅಂತರವಾಗಿ ಇರುವ ಅವಕಾಶ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನ್ನು **ಅಂತರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

i) ಚತುರ್ಭುಜ EFGH ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜವೇ?

ii) ಚತುರ್ಭುಜ TUVW ಅಂತರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜವೇ?

iii) ಚತುರ್ಭುಜ EFGH ಗೆ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅವು ಎರಡೂ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆಯೇ?

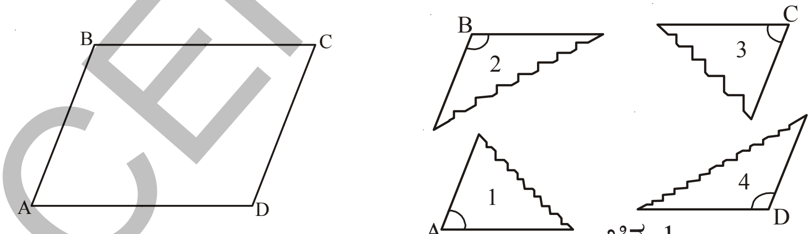
iv) ಚತುರ್ಭುಜ TUVW ಗೆ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅವು ಎರಡೂ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆಯೇ?

ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಎರಡೂ ಪರಸ್ಪರ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಅಂತರವಾಗಿ ಛೇದಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂದೂ, ಅಂತರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಛೇದಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

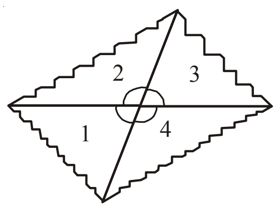
12.3 ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ

ಚಟುವಟಿಕೆ 1:

ಒಂದು ದಪ್ಪಕಾಗದ ಕಟ್ಟಿನ ತುಂಡು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಅದರಮೇಲೆ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಚಿತ್ರ (1) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ 4 ತುಂಡುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿರಿ $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ಗಳು ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನ ಬಳಿ ಸೇರುವ ಹಾಗೆ ಚಿತ್ರ (2) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಹಾಗೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ.



ಚಿತ್ರ–1



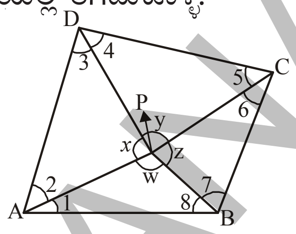
ಚಿತ್ರ–2

$\angle 1, \angle 2, \angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 4$ ಗಳ ಮೊತ್ತ $360°$. ಸಮ ವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? (ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಬಳಿ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ) ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $360°$

(ಸೂಚನೆ: $\angle 1, \angle 2, \angle 3,$ ಮೊದಲಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು $m\angle 1, m\angle 2, m\angle 3,$ ಮೊದಲಾದ ವಿಧವಾಗಿ ತೋರಿಸಬೇಕು)

ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಬೇರೆ ವಿಧವಾಗಿ ಸಹ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

1. ಚತುರ್ಭುಜ ABCDಯಲ್ಲಿ ಅಂತರವಾಗಿ ಇರುವ ಬಿಂದು P ಎಂದುಕೊಳ್ಳಿರಿ ಶೃಂಗಗಳು A, B, C ಮತ್ತು D ಗಳನ್ನು P ಯೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿರಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ΔPAD ಪರಿಗಣನೆಯಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.



$m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ - x$ .... (1)

ಇದೇವಿಧವಾಗಿ ΔPDC, $m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ - y$ .... (2)

ΔPCB ಯಲ್ಲಿ $m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ - z$ .... (3)

ಮತ್ತು ΔPBA ಯಲ್ಲಿ $m\angle 8 + m\angle 1 = 180^\circ - w$.................. (4)

(ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ)

(1), (2), (3), ಮತ್ತು (4) ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 + m\angle 7 + m\angle 8$

$= 180^\circ - x + 180^\circ - y + 180^\circ - z + 180^\circ - w$

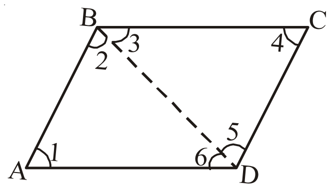
$= 720^\circ - (x + y + z + w)$

($x + y + z + w = 360^\circ$; ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಬಳಿ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ)

$= 720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$

ಆದ್ದರಿಂದ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360°.

2. ABCD. ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಇದರ ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿರಿ. 1, 2, 3, 4, 5, 6 ಎಂಬ ಆರು ಕೋನಗಳು ಏರ್ಪಡುತ್ತವೆ.

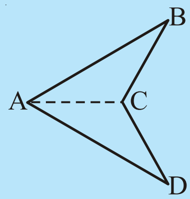


ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ

$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ ಮತ್ತು $\angle D$ ಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ 360° ಹೇಗೆ ಆಗುತ್ತದೆಯೋ ಸುಲಭವಾಗಿ ನೀವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. .

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ.

ಚತುರ್ಭುಜವು ಬಹಿರ್‌ವಕ್ರ ವಿಲ್ಲದಿದ್ದಲ್ಲಿ ಏನಾಗುತಿತ್ತೋ? ABCD ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಂತರ್‌ವಕ್ರ ಆಕಾರದ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು?



ಉದಾ 1: ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳು 55°., 65°, ಮತ್ತು 105° ಗಳಾದರೆ ನಾಲ್ಕನೇ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 360^\circ$.

ಕೊಟ್ಟ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 55^\circ + 65^\circ + 105^\circ = 225^\circ$

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾಲ್ಕನೇ ಕೋನ $= 360^\circ - 225^\circ = 135^\circ$

ಉದಾ 2: ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕೋನಗಳು 80°, 120°, ಉಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 360°$.

ಕೊಟ್ಟ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 80° + 120° = 200°$

ಆದ್ದರಿಂದ ಉಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 360° – 200° = 160°$

ಈ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದೊಂದು ಕೋನ $= 160° \div 2 = 80°$

ಉದಾ 3: ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು $x°, (x – 10)°, (x + 30)°$ ಮತ್ತು $2x°$. ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 360°$

ಆದ್ದರಿಂದ $x + (x – 10) + (x + 30) + 2x = 360°$

$$5x + 20 = 360°$$

$$x = 68°$$

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು $= 68° ; (68–10)° ; (68+30)° ; (2×68)°$

$= 68°, 58°, 98°$ ಮತ್ತು $136°$.

ಉದಾ 4: ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು 3 : 4 : 5 : 6 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 360°$.

ಕೋನಗಳ ಅನುಪಾತ $= 3 : 4 : 5 : 6$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಕೋನಗಳು $3x, 4x, 5x$ ಮತ್ತು $6x$.

$$3x + 4x + 5x + 6x = 360^0$$

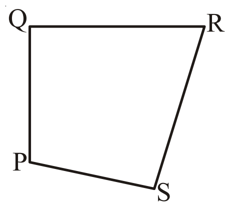
$$18x = 360^0$$

$$x = \frac{360}{18} = 20$$

ಈ ಪ್ರಕಾರವಾಗಿ ಕೋನಗಳು $= 3 \times 20; 4 \times 20; 5 \times 20; 6 \times 20$

$= 60°, 80°, 100°$ ಮತು $120°$

ಅಭ್ಯಾಸ – 1

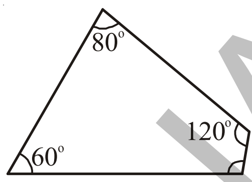


1. ಚತುರ್ಭುಜದ PQRS ನಲ್ಲಿ

i) ಬಾಹುಗಳು, ಕೋನಗಳು, ಶೃಂಗಗಳು, ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

ii) ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳ ಜೋಡಿ, ಪಾಶ್ವಕೋನಗಳು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು, ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಜೋತೆಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

2. ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ 3 ಕೋನಗಳು $60°, 80°$ ಮತ್ತು $120°$. ಆದರೆ ನಾಲ್ಕನೇ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



3. ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು $2:3:4:6$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಒಂದೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ 4 ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ ಆದರೆ ಒಂದೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಈ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

5. ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು $x°, (x+10)°, (x+20)°, (x+30)°$ ಗಳಾದರೆ ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

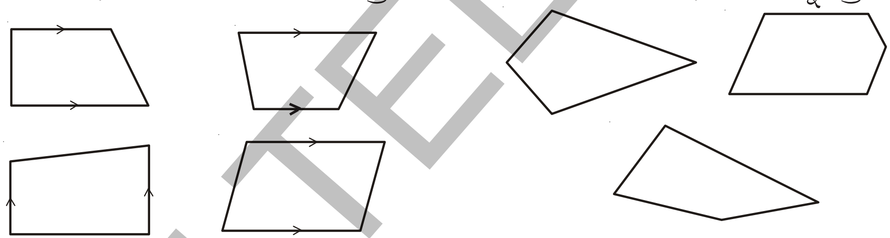
6. ಚತುರ್ಭುಜ ಕೋನಗಳು $1:2:3:6$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಯಾಕೆ? ಕಾರಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ. (ಸೂಚನೆ: ಈ ಚತುರ್ಭುಜ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ)

12.4 ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಧಗಳು

ಬಾಹುಗಳ, ಕೋನಗಳ ಸ್ವಭಾವದ ಆಧಾರವಾಗಿ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನವಾದ ಹೆಸರುಗಳಿವೆ.

12.4.1 ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ (ಸಮಲಂಬ ಚತುರ್ಭುಜ)

"ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ".

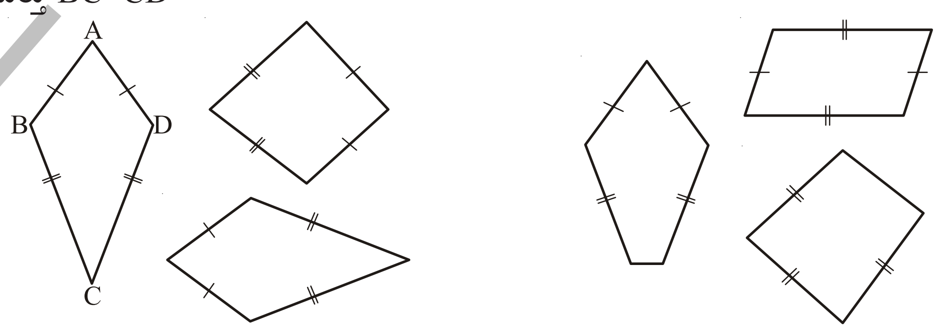


ಇವು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ಇವು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ಅಲ್ಲ

ಸೂಚನೆ: ಬಾಣದ ಗುರುತುಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ. ಎರಡನೆ ಗಣದಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ಅಲ್ಲ ಏಕೆ?

12.4.2 ಗಾಳಿಪಟಾಕೃತಿ ಅಥವಾ ಪತಂಗಾಕೃತಿ (Kite)

ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಗಾಳಿಪಟ ಆಕಾರದಲ್ಲಿವೆ. ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನ ಇರುವ ಆಕೃತಿಗೆ ಪತಂಗಾಕೃತಿ ಎನ್ನುವರು. ABCD ಪತಂಗಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ AB=AD ಮತ್ತು BC=CD



ಇವು ಗಾಳಿ ಪಟಗಳು ಇವು ಗಾಳಿಪಟಗಳು ಅಲ್ಲ

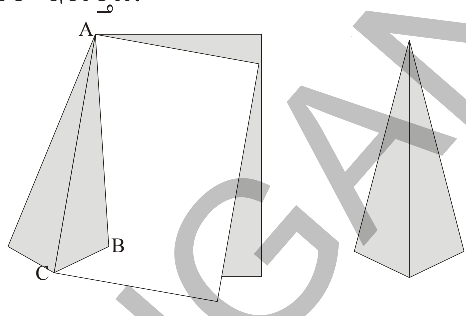
ಎರಡನೆ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ರೂಪಗಳು ಗಾಳಿಪಟಗಳು ಏಕೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ?
ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

(1) ಗಾಳಿ ಪಟಕ್ಕೆ 4 ಬಾಹುಗಳಿರುತ್ತವೆ (ಚತುರ್ಭುಜ)

(2) ಸಮಾನ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹುಗಳು ಎರಡು ಜೊತೆ ಇರುತ್ತವೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ –2

ದಪ್ಪ ಕಾಗದ ಕಟ್ಟನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಮಡಚಿರಿ



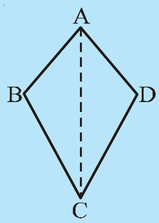
ಚಿತ್ರ–1 ಚಿತ್ರ–2

ಚಿತ್ರ (1) ರಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಎರಡು ರೇಖಾ ಖಂಡಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಆ ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ ಚಿತ್ರ (2) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಹಾಗೆ ಕತ್ತರಿಸಿದ ಭಾಗವನ್ನು ತೆರೆಯಿರಿ. ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಗಾಳಿಪಟದ ಆಕಾರ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಈ ಗಾಳಿ ಪಟಕ್ಕೆ ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ ಇದೆಯಾ? ಗಾಳಿ ಪಟದ ಎರಡು ಆ ಕರ್ಣಗಳು ಛೇದಿಸಿದ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನವಿರುತ್ತದೆಯೇ?

ಗಾಳಿಪಟದ ಕರ್ಣಗಳು ಎರಡು ಸಮಾನ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿವೆಯಾ? ಕಾಗದವನ್ನು ಮಡಚುವುದು ಅಥವಾ ಅಳತೆ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆಯೋ ಇಲ್ಲವೋ ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

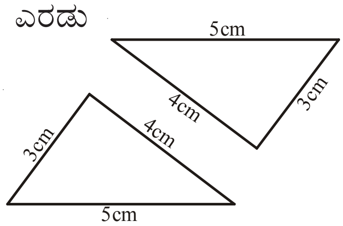
ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

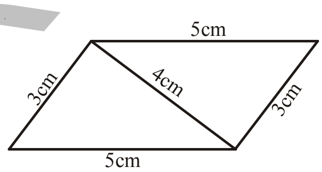
ಗಾಳಿ ABCD, ΔABC ಮತ್ತು ΔADC ಸರ್ವಸಮಗಳೆಂದು ನಿರುಪಿಸಿ.



12.4.3 ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

ಚಟುವಟಿಕೆ 3 : 3 ಸೆ.ಮೀ, 4 ಸೆ.ಮೀ, 5 ಸೆ.ಮೀ ಬಾಹುಗಳಾಗಿ ಇರುವ ಎರಡು ಸಮಾನ ತ್ರಿಭುಜ ರೂಪಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಜೋಡಿದಾಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

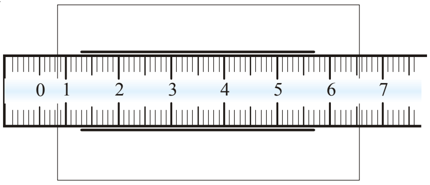




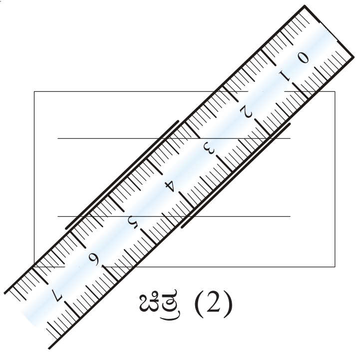
ಇಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳಾವುವು? ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆಯಾ? ಇದೇ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಂದ ಮತ್ತೆ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಏರ್ಪಡಿಸಬಹುದು. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. "ಎರಡು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವೇ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ".

ಚಟುವಟಿಕೆ : 4

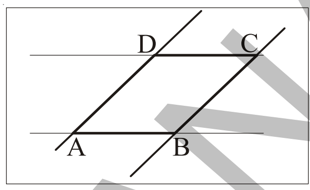
ಒಂದು ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಅದನ್ನು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲಿಟ್ಟು ಅದರ ಅಂಚುಗಳ ಹೊಂದಿಕೊಂಡಂತೆ ಚಿತ್ರ (1) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಆ ರೇಖೆಗಳ ಮೇಲೆ ಚಿತ್ರ (2) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಇಟ್ಟು, ಅದರ ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಕೊಂಡಂತೆ ಮತ್ತೆರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ (1)



ಚಿತ್ರ (2)



ಚಿತ್ರ (3)

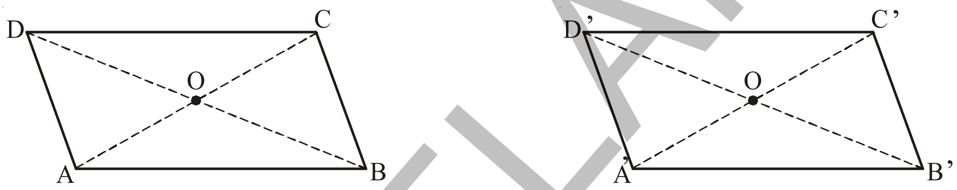
ಚಿತ್ರ (3) ರಲ್ಲಿ ಎದುರೆದುರಾಗಿ ಇರುವ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

12.4.3 (ಅ) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು

ಚಟುವಟಿಕೆ 5

ABCD, A'B'C'D' ಎನ್ನುವ ಎರಡು ಒಂದೇರೀತಿ ಇರುವ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.



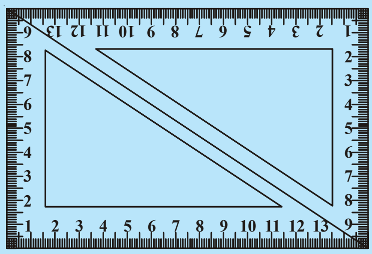
ಇಲ್ಲಿ ಹೆಸರೊಂದು ಬಿಟ್ಟು $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ ಎರಡು ಒಂದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಹ ಸಮವಾಗಿವೆ. $\overline{DC}$ಯ ಮೇಲೆ $\overline{A'B'}$ ನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇಡಿ. ಈ ಎರಡು ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತಾ $\overline{A'B'}$ $\overline{DC}$ಯ ಉದ್ದಗಳು ಸಮಾನವೇ? ಅದೇವಿಧವಾಗಿ $\overline{AD}$, $\overline{B'C'}$ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನೀವೇನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಿರಿ.

ಈ ಎರಡು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವೆಂದು ನೀವು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಚತರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದಗಳಿಂದ ಇರುತ್ತವೆ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಅಳೆದರೂ ನಿಮಗೆ ಇವೇ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಬರುತ್ತವೆ.

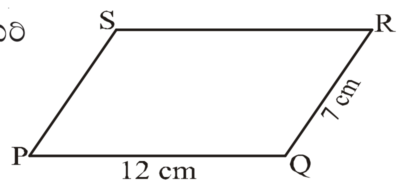
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

$30^0–60^0–90^0$ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಒಂದೇರೀತಿಯ ಎರಡು ಮೂಲೆಮಟ್ಟ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಏರ್ಪಡುವ ಹಾಗೆ ಪಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿರಿ. ಈಗುಣಧರ್ಮವನ್ನು ಸರಿನೋಡಲು ಇದು ಸಹಾಯಕಾರಿ ಆಗಿದೆಯಾ?



ಉದಾ 5 : ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ಸುತ್ತಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ : ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತಾಂಶದ ಪ್ರಕಾರ $PQ = SR = 12$ ಸೆ.ಮೀ ಮತ್ತು
$QR = PS = 7$ ಸೆ.ಮೀ

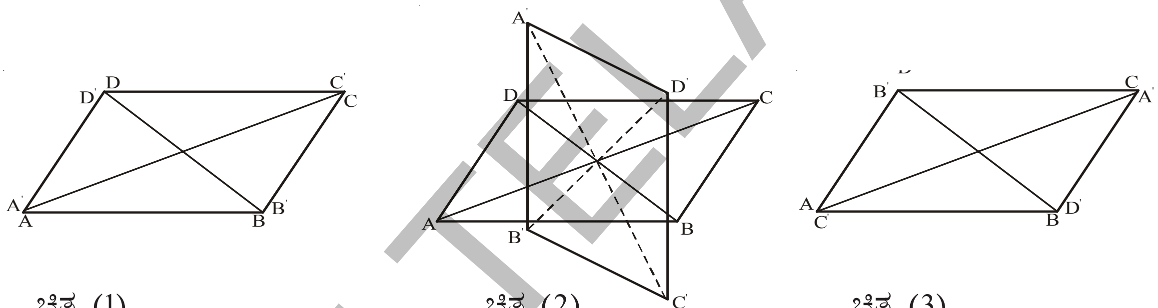
ಹಾಗೆ ಸುತ್ತಳತೆ $= PQ + QR + RS + SP$

$= 12$ ಸೆ.ಮೀ $+ 7$ ಸೆ.ಮೀ $+ 12$ ಸೆ.ಮೀ $+ 7$ ಸೆ.ಮೀ $= 38$ ಸೆ.ಮೀ

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು

ಚಟುವಟಿಕೆ 6:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABDC ಯನ್ನು ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯಮೇಲೆ ಕಾಪಿ ಮಾಡಿರಿ. A\`B\`C\`D\` ಯಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಿ. ಚಿತ್ರ (1) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ A\`B\`C\`D\` ಯನ್ನು ABDC ಯ ಮೇಲೆ ಇಡಿ. ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಈ ಎರಡನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಗುಂಡುಸೂದಿ ಚುಚ್ಚಿರಿ. ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯ ಚಿತ್ರ (2) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಹಾಗೆ 90^0 ಯಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಿ. ಅದೇ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು 90^0 ಯಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಿ ಚಿತ್ರ (3) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಏಕೀಭವಿಸುತ್ತವೆ. C ಬಿಂದುವಿನ ಮೇಲೆ A\` ಬಿಂದು, A ಮೇಲೆ C\` ಬಿಂದು ಇರುತ್ತವೆಂದು ನೀವು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ. ಅದೇವಿಧವಾಗಿ D ಯ ಮೇಲೆ B\` ಮತ್ತು B ಯ ಮೇಲೆ D\` ಚಿತ್ರ (3) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಇರುತ್ತವೆ.



ಚಿತ್ರ (1) ಚಿತ್ರ (2) ಚಿತ್ರ (3)

A, C ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಇದು ಏನನ್ನಾದರೂ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆಯಾ? B, D ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ನಿಮ್ಮ ಪರಿಶೀಲನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸಿ.

ಇದರಿಂದ, "ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆಯಂದು ನೀವು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ".

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

$30^0, 60^0, 90^0$ ಅಳತೆಯ ಮೂಲೆಮಟ್ಟ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಹಿಂದೆ ಮಾಡಿದ ಹಾಗೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರೂಪೊಂದಿಸಿರಿ. ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಲು ಈ ಚಿತ್ರ ನಿಮಗೇನಾದರೂ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆಯಾ?

ತರ್ಕವಾದನೆಯಿಂದ ಈ ಆಲೋಚನೆಯನ್ನು ಬಲಪಡಿಸಬಹುದು

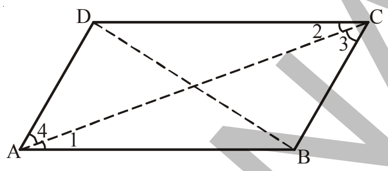
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ಕರ್ಣಗಳು $\overline{AC}$ $\overline{BD}$ ಆದರೆ $\angle 1 = \angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 3 = \angle 4$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳ ನಿಯಮ)

$\Delta ABC, \Delta CDA$ ಗಳು $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ ಸರ್ವಸಮ ಆದ್ದರಿಂದ

$m\angle B = m\angle D$

ಇದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಆದ್ದರಿಂದ, $\Delta ABD \cong \Delta CDB$, ಆದ್ದರಿಂದ, $m\angle A = m\angle C$.

ಆದುದರಿಂದ "ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ".



ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD, $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{DA}$ ಛೇದನರೇಖೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle D$ ಗಳು ಛೇದಕ ರೇಖೆಯ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಒಳಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

$\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಗಳು ಸಹ ಪರಿಪೂರಕಗಳೇ, ಏಕೆ?

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ಮತ್ತು $\overline{BA}$ ಛೇದಕರೇಖೆಯು $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಒಳಕೋನಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ:

ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟ ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೆರಡು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ.

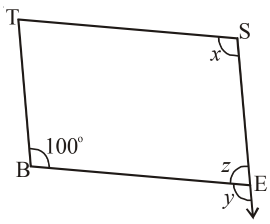
ಉದಾ 6: BEST ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, x, y, z ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $\angle S$, $\angle B$.ಅಭಿಮುಖಕೋನಗಳು

ಆದ್ದರಿಂದ $x = 100°$ (ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ನಿಯಮ)

$y = 100°$ (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

$z = 80°$ ($\angle y, \angle z$ ಸರಳ ಯುಗ್ಮಗಳು)



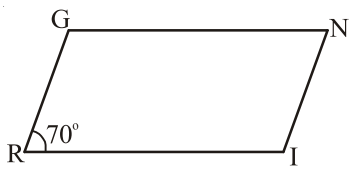
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳು. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ಸಹ ಈ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಬಹುದು.

ಉದಾ 7: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ RING ನಲ್ಲಿ $m\angle R = 70°$ಆದರೆ, ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನುಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ದತ್ತಾಂಶದ ಪ್ರಕಾರ $m\angle R = 70°$

$m\angle N = 70°$ ಆಗುತ್ತದೆ.

(ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)



$\angle R$, $\angle I$ ಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು

$m\angle I = 180° - 70° = 110°$

ಹಾಗೆಯೇ, $\angle G$ ಮತ್ತು $\angle I$ ಗಳು ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು

ಆದ್ದರಿಂದ $m\angle G = 110°$

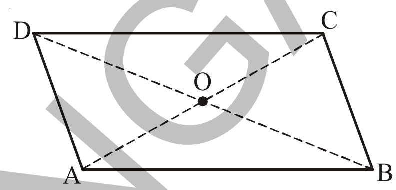
ಈ ಪ್ರಕಾರ $m\angle R = m\angle N = 70^\circ$ ಮತ್ತು $m\angle I = m\angle G = 110^\circ$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ $m\angle I = m\angle G$ ಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಇತರೆ ಪದ್ಧತಿಗಳಿಂದ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾ? ಸೂಚನೆ: ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಪ್ರಕಾರ

12.4.3 (ಆ) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು

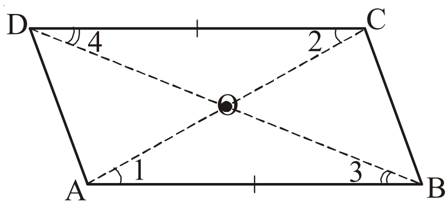
ಚಟುವಟಿಕೆ 7:



ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ನಮೂನೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ, ಕರ್ಣಗಳು $\overline{AC}$ ಮತ್ತು $\overline{DB}$ ಗಳು O ಬಳಿ ಛೇದಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳಿ.

A ಯ ಮೇಲೆ C ಯನ್ನು ಇಟ್ಟು ಮಡಿಚಿರಿ, $\overline{AC}$ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಈ ಮಧ್ಯಬಿಂದು O ಬಿಂದು ಒಂದೇ ಹತ್ತಿರ ಇವೆಯೇ?

D ಯ ಮೇಲೆ B ಯನ್ನು ಇಟ್ಟು ಮಡಿಚಿರಿ $\overline{DB}$ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಈ ಮಧ್ಯಬಿಂದು O ಬಿಂದು ಒಂದೇ ಹತ್ತಿರ ಇವೆಯೇ?



ಕರ್ಣ $\overline{AC}$ ಯನ್ನು ಕರ್ಣ $\overline{DB}$ ಯು O ಬಿಂದು ಬಳಿ ಸಮವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆಯೇ? ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರಿ. $\overline{DB}$ ಯ ಮೇಲೆ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಎಲ್ಲಿರುವುದೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವುದು ಕಷ್ಟವೇನೂ ಅಲ್ಲ.

$\Delta AOB \cong \Delta COD$ (ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ನಿಯಮವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿತ್ತೀರಿ)

ಇದರಿಂದ $AO = CO$, $BO = DO$ ಆಗುತ್ತವೆ.

ಉದಾ 8: HELP ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ OE= 4 ಸೆ.ಮೀ ಕರ್ಣಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದು 'O' PH ಗಿಂತ HL 5 ಸೆ.ಮೀ ಹೆಚ್ಚು ಆದರೆ OHನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ : $OE = 4$ ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ $OP = 4$ ಸೆ.ಮೀ

(ಏಕೆಂದರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ)

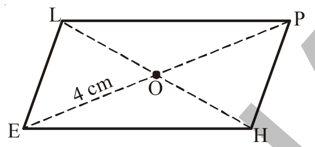
ಅದರಂತೆ = $PE = 8$ ಸೆಂ.ಮೀ (ಏಕೆ?)

ಆದರೆ PE ಗಿಂತ HL 5 ಸೆ.ಮೀ ಹೆಚ್ಚು.

$HL = 8 + 5 = 13$ ಸೆ.ಮೀ

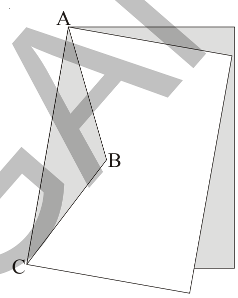
ಆದ್ದರಿಂದ $HL = 8 + 5 = 13$ ಸೆ.ಮೀ

ಈ ಪ್ರಕಾರ $OH = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$ಸೆ.ಮೀ



12.4.4 ರಾಂಬಸ್ ಅಥವಾ ವಜ್ರಾಕೃತಿ (ಸಮಲಂಬ ಚತುರ್ಭುಜ)

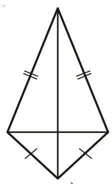
ನೀವು ಹಿಂದೆ ಗಾಳಿಪಟದ ತಯಾರಿಯನ್ನು ಜ್ಞಪ್ತಿ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿರಿ. ABC ಯನ್ನು ಹೊಂದಿದಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ, ತೆರೆದರೆ ಗಾಳಿ ಪಟ ತಯಾರಾಗುತ್ತದೆ. AB, BC ರೇಖೆಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಯಾಗಿರುತ್ತವೆ. AB = BC ಯಾಗಿ ಎಳೆದು ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ ಉಂಟಾಗುವ ಪಟವೇ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಅಥವಾ ಸಮಲಂಬ ಚತುರ್ಭುಜ. ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಆದರೆ ಗಾಳಿಪಟದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

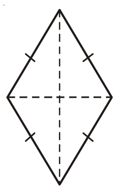


ಕತ್ತರಿಸಿದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಸಹ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ, ಗಾಳಿಪಟದ ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಗಳು ವರ್ತಿಸುತ್ತವೆ.

ಆ ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿರಿ ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಮುಖ್ಯಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಸರಿನೋಡಿಕೊಳ್ಳಿರಿ.

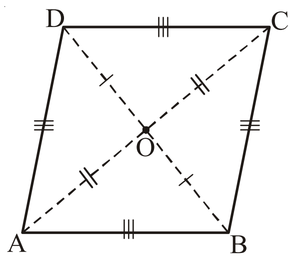

ಗಾಳಿಪಟ


ವಜ್ರಾಕೃತಿ

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಾರ್ಧಕವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 8 : ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ, ಕಾಗದ ಮಡುಚುವುದರ ಮೂಲಕ ಛೇದಕ ಬಿಂದುವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ, ಈ ಬಿಂದುವು ಪ್ರತಿಕರ್ಣದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಾಗಿರುತ್ತೆಯೇ ಸರಿನೋಡಿರಿ. ಇವು ಲಂಬಕೋನ ಹತ್ತಿರ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಮುಮ್ಮೂಲೆ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಸರಿನೋಡಿರಿ.

ತಾರ್ಕಿಕ ಸೋಪಾನಗಳಿಂದ ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ಸರಿನೋಡಿರಿ. ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಇದು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಸಹ ಆಗುವುದರಿಂದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.



ಆದ್ದರಿಂದ : $OA = OC$, $OB = OD$.

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು $m\angle AOD = m\angle COD = 90°$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬೇಕು

ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ

$$\Delta AOD \cong \Delta COD$$

ಆದ್ದರಿಂದ $m\angle AOD = m\angle COD$

$\angle AOD$ ಮತ್ತು $\angle COD$ ಗಳು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ,

$$m\angle AOD = m\angle COD = 90°$$

ಇದರಿಂದ ನಾವು "ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಾರ್ಧಕವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ" ತಿಳಿಯಬಹುದು.

12.4.5 ಆಯತ

"ಸಮ ಕೋನಗಳಿಂದ ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವೇ ಆಯತ" ಈ ನಿರ್ವಚನೆಗೆ ಪೂರ್ತಿ ಅರ್ಥವೇನು? ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ,

ಆಯತ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದ್ದರೆ ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಬೆಲೆ x^o ಆದರೆ $4x^o = 360^o$ (ಏಕೆ?)

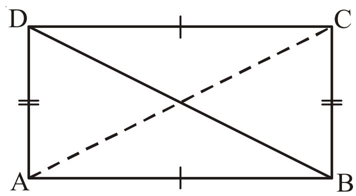
ಆದ್ದರಿಂದ $x^o = 90^o$

ಈ ಪ್ರಕಾರ, ಆಯತದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವೇ ಆಯತ. ಆಯತವು ಸಹ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಆದ್ದರಿಂದ ಆಯತದಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಒಂದನ್ನೊಂದು ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿರಬಹುದು (ಸರಿ ನೋಡಿರಿ); ಆದರೆ ಆಯತದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳ ಸಮಾನ ಉದ್ದಗಳಲ್ಲಿರುವುದು ಗುಮನಾರ್ಹ.

ಇದರ ನಿರೂಪಣೆ ಬಹಳ ಸುಲಭ



ABCD ಒಂದು ಆಯತವಾದರೆ,

$\Delta ABC \cong \Delta ABD$

ಏಕೆಂದರೆ $AB = AB$ (ಸಾಮಾನ್ಯಬಾಹು)

$BC = AD$ (ಏಕೆ)

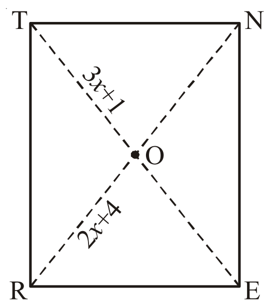
$m\angle A = m\angle B = 90^\circ$ (ಏಕೆ)

ಈ ಪ್ರಕಾರವಾಗಿ, ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸ್ವೀಕೃತ ಸಿದ್ಧಾಂತದಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ ಮತ್ತು $AC = BD$ ಆದ್ದರಿಂದ ಆಯತದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾ 9: RENT ಒಂದು ಆಯತ ಇದರ ಕರ್ಣಗಳು 'O' ಬಳಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

$OR = 2x + 4$, $OT = 3x + 1$ ಆದರೆ x ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ : OT ಎನ್ನುವುದು ಕರ್ಣ TE ನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ ಮತ್ತು OR ಎನ್ನುವುದು ಕರ್ಣ RN ನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ.



ಕರ್ಣಗಳು ಎರಡೂ ಸಮ (ಏಕೆ?)

ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಅರ್ಧಗಳು ಸಹ ಸಮ

ಆದ್ದರಿಂದ $3x + 1 = 2x + 4$

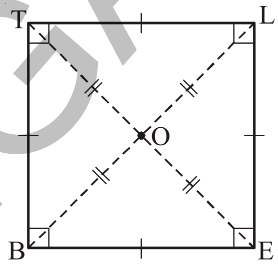
ಅಥವಾ $x = 3$

12.4.6 ಚೌಕ ಅಥವಾ ವರ್ಗ

ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ಚೌಕ (ವರ್ಗ) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅಂದರೆ ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತಾ "ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ" ಎಂಬ ನಿಯಮವನ್ನು ಚೌಕ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಪಾಲಿಸುತ್ತದೆ.

ಆಯತದ ಹಾಗೆ ಚೌಕದಲ್ಲೂ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆಯತದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಇರಬೇಕಾದ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇಲ್ಲ. ಆದರೆ ಚೌಕದ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಇದು ಸರಿಅಲ್ಲ.



ಸಾಧಿಸೋಣ.

BELT ಒಂದು ಚೌಕ ಆದ್ದರಿಂದ $BE = EL = LT = TB$

ΔBOE ಮತ್ತು ΔLOE ಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿದರೆ,

$OB = OL$ (ಏಕೆ?)

OE ಸಾಮಾನ್ಯಬಾಹು

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ $\Delta BOE \cong \Delta LOE$

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle BOE = \angle LOE$

ಆದರೆ $\angle BOE + \angle LOE = 180^o$ (ಏಕೆ?)

$$\angle BOE = \angle LOE = \frac{180}{2} = 90^o$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

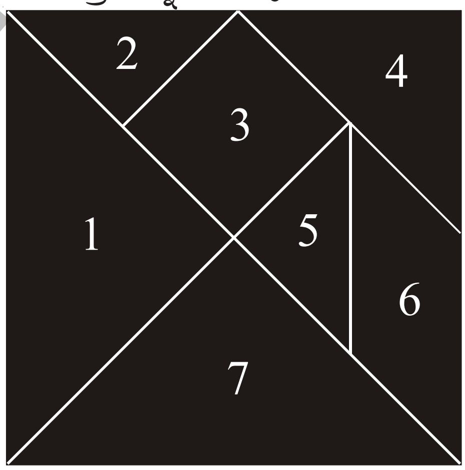
ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು.

(i) ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ (ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ನಿಯಮ)

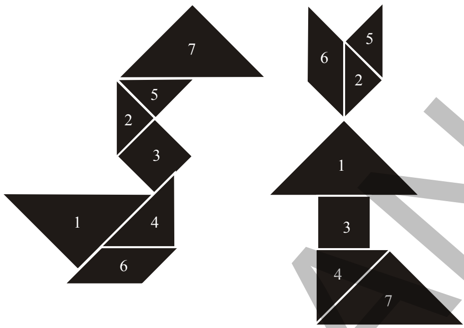
(ii) ಸಮವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ (ಆಯತದ ನಿಯಮ)

(iii) ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತವೆ

12.5 ಟ್ಯಾನ್‌ಗ್ರಾಮ್ ನಿಂದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು



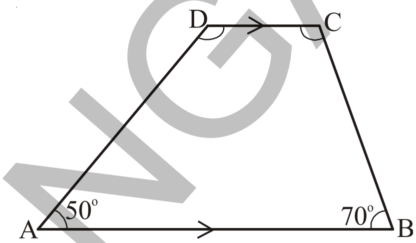
ಟ್ಯಾನ್‌ಗ್ರಾಯ್ (Trangram) ಇದು ಚೀನಾ ದೇಶದಲ್ಲಿ ಪ್ರಚಲಿತದಲ್ಲಿ ಇದ್ದ ವಿಶಿಷ್ಟಕಲೆ. ಚೌಕದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿದ ಏಳು ಟ್ಯಾನ್‌ಗ್ರಾಂ ಚೂರುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಆಕಾರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.



ಟ್ಯಾನ್‌ಗ್ರಾಂ ಚೂರುಗಳನ್ನು ಎಲ್ಲವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ಆಯತ, ಚೌಕಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಉದಾ10: ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD, ಯಲ್ಲಿ $\overline{CD}$ಗೆ $\overline{AB}$ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದೆ .ಆದರೆ $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 70^\circ$. ಆದರೆ $\angle C$ ಮತ್ತು $\angle D$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ : CD ಗೆ AB ಸಮಾನಾಂತರ

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle A + \angle D = 180^\circ$ (ಛೇದನರೇಖೆಗೆ ಒಂದೇ ಕಡೆ ಇರುವ ಅಂತರ ಕೋನಗಳು)

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle D = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ $\angle B + \angle C = 180^\circ$

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle C = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

ಉದಾ 11: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು 3 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ : ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳು

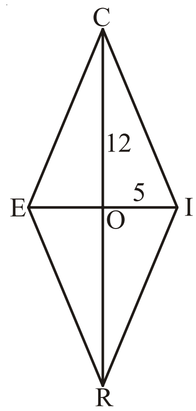
ಅವುಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತ = 180°

ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಅನುಪಾತ = 3 : 2

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನಗಳು = 180° x 3/5 = 180° ಮತ್ತು.

$$= 180 \times \frac{2}{5} = 72^\circ$$

ಉದಾ 12: RICE ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ. ಕರ್ಣಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದು 'O' ಆದರೆ OE, OR ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ಪರಿಶೀಲನೆಯನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸಿ.



ಪರಿಹಾರ : ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

i.e., $OE = OI$, $OR = OC$

ಆದ್ದರಿಂದ $OE = 5$ ಮತ್ತು $OR = 12$

ಅಭ್ಯಾಸ – 2

1. ಸತ್ಯವೋ, ಅಸತ್ಯವೋ ತಿಳಿಸಿರಿ

(i) ಎಲ್ಲಾ ಆಯತಗಳು ಚೌಕಗಳು ( )

(ii) ಎಲ್ಲಾ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳೆಲ್ಲಾ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ( )

(iii) ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಆಯತಗಳು ( )

(iv) ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲ ( )

(v) ಎಲ್ಲಾ ಗಾಳಿ ಪಟಾಕೃತಿಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳೇ ( )

(vi) ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳಲ್ಲಾ ಗಾಳಿಪಟಾಕೃತಿಗಳು ( )

(vii) ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ( )

(viii) ಚೌಕಗಳೆಲ್ಲಾ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ( )

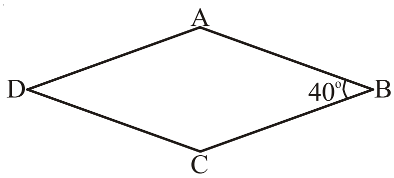
2. ಚೌಕ ಹೇಗೆ?

(i) ಚತುರ್ಭುಜವಾಗುತ್ತದೆ ತಿಳಿಸಿ

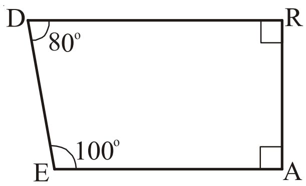
(ii) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗುತ್ತದೆ ತಿಳಿಸಿ

(iii) ವಜ್ರಾಕೃತಿವಾಗುತ್ತದೆ ತಿಳಿಸಿ

(iv) ಆಯತವಾಗುತ್ತದೆ ತಿಳಿಸಿ



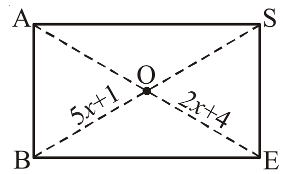
3. ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCD, $\angle CBA = 40°$ ಆದರೆ ಉಳಿದಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



4. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು x^0, $(2x + 30)^0$ ಗಳಾದರೆ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. DEAR ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಏಕೆ ಆಗುತ್ತದೆಯೋ ವಿವರಿಸಿರಿ. ಯಾವ ಎರಡು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ.

6. BASE ಒಂದು ಆಯತ. ಆದರ ಕರ್ಣಗಳು ‘O’ ಬಳಿ ಅರ್ಧಿಸಿಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. OB = 3x+1, OE = 2x+4 ಆದರೆ ‘x’ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



7. $\angle A = 70^\circ$ ಮತ್ತು $\angle C = 65^\circ$ ಆದರೆ ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಕಾರಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

8. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು 5 : 3ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಅದರ ಪರಿಧಿ 48 ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಚತುರ್ಭುಜ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಬಲಪಡಿಸಲು ಒಂದು ಚಿತ್ರ ಪಟವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ

10. ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. $\angle A = \angle B = 30^o$ ಆದರೆ ಉಳಿದೆರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ:

(i) ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ __________

(ii) ಒಂದುಕೋನ 90^o ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿ ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ _______

(iii) ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಯಲ್ಲಿ, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. $\angle D = x^\circ$ ಆದರೆ $\angle A =$ __________.

(iv) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಕರ್ಣವು ಅದನ್ನು _________ ಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ.

(v) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು AC, BD ಗಳು ‘O’ಬಳಿ ಛೇದಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ AO = 5 ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ AC = ________ ಸೆಂ.ಮೀ

(vi) ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCD ಯಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ‘O’ ಬಳಿ ಛೇದಿಸಿಕೊಂಡರೆ $\angle AOB =$ ________ ಡಿಗ್ರಿಗಳು

(vii) ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾದರೆ $\angle A - \angle C =$ ________ ಡಿಗ್ರಿಗಳು.

(viii) ಆಯತದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣ AC = 10 ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ ಎರಡನೆ ಕರ್ಣ BD = _______ ಸರೆ.ಮೀ

(ix) ABCD ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣ $\overline{AC}$ ಎಳೆದಿದೆ $\angle BAC =$ __________ ಡಿಗ್ರಿಗಳು.

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು :

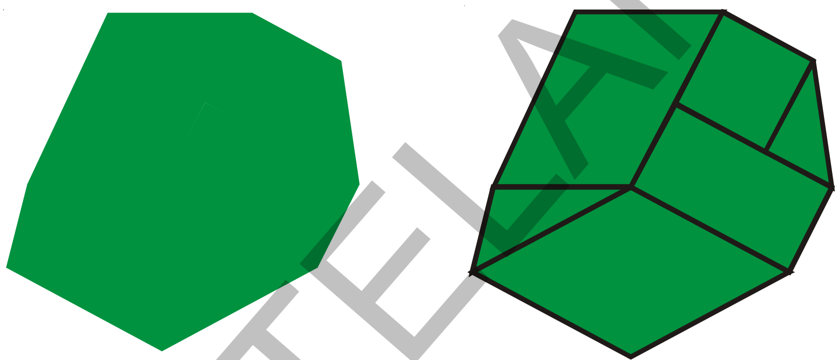
1. ನಾಲ್ಕು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ರೇಖಾಕೃತಿಯೇ ಚತುರ್ಭುಜ
2. ಪ್ರತಿ ಚತುರ್ಭುಜ ಸಮತಲವನ್ನು ಅಂತರ, ಬಾಹ್ಯ ಮತ್ತು ಮೇರೆಯ ಸಮತಲಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ.
3. ಪ್ರತಿ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಕರ್ಣಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.
4. ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಂತರಿಕವಾಗಿ ಕರ್ಣಗಳು ಇದ್ದರೆ ಆ ಚತುರ್ಭುಜವು ಬಹಿರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜ. ಕರ್ಣಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಅಂತರವಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ಅಂತರ್ವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
5. ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಂತರ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360^{o}
6. ಚತುರ್ಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

ಚತುರ್ಭುಜ	**ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು**
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ: ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರ ಮತ್ತು ಸಮವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ	i) ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ii) ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ iii) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಒಂದನ್ನೊಂದು ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.
ವಜ್ರಾಕೃತಿ: ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	i) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ii) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಾರ್ಧಕಗಳಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ
ಆಯತ: ಎಲ್ಲಾ ಲಂಬಕೋನಗಳಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	i) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ii) ಪ್ರತಿಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. iii) ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನ
ಚೌಕ: ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಆಯತ	i) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ii) ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
ಪತಂಗಾಕೃತಿ: ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಹೊಂದಿಕೊಂಡ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ	i) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ. ii) ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. iii) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.
ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ: ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ	i) ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆ 13

13.0 ಪರಿಚಯ

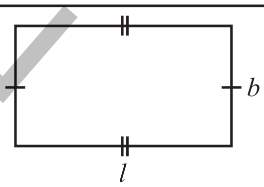
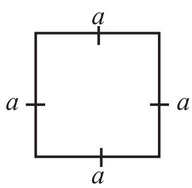
ಇರಾ ತನ್ನ ಹೊಲದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕೆಂದು ಕೊಂಡಿದ್ದಾಳೆ, ಆದರೆ ಅದು ಅಕ್ರಮಾಕಾರ (ಚಿತ್ರ 1) ದಲ್ಲಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಅವಳು ತನ್ನ ಹೊಲವನ್ನು ಚಿತ್ರ – 2 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಕೆಲವು ಕ್ರಮಾಕಾರಗಳಾದ ತ್ರಿಭುಜ, ಆಯತ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಚೌಕ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ವಿಭಜಸುತ್ತಾಳೆ, ಈ ಕ್ರಮಾಕಾರ ಆಕಾರಗಳೆಲ್ಲವುದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ತನ್ನ ಹೊಲದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೆಂದು ಭಾವಿಸಿದಳು.



ನಾವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಆಯತ ಮತ್ತು ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ತ್ರಿಭುಜ, ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕೋ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ, ಮೊದಲು ನಾವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಚೌಕ ಮತ್ತು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆ ಬಗ್ಗೆ ಪುನರಾವಲೋಕನ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಅಭ್ಯಾಸ – 1

1. ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿನ ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿರಿ.

ಚಿತ್ರ	ಆಕಾರ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಸುತ್ತಳತೆ
	ಆಯತ	$l \times b = lb$	________
	ಚೌಕ	________	4a

2. ಕೆಲವು ಚೌಕದ ಅಳತೆಗಳ ವಿವರಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿವೆ. ಇವು ಅಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿವೆ. ಬೇಕಾಗಿರುವ ಸಮಾಚಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

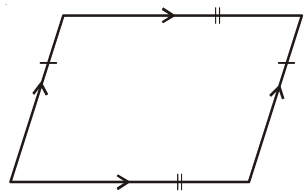
ಚೌಕದ ಬಾಹು	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಸುತ್ತಳತೆ
15 ಸೆಂ.ಮೀ	225 ಚ.ಸೆ.ಮೀ	
		88 ಸೆಂ.ಮೀ

3. ಕೆಲವು ಆಯತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಅವು ಅಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿವೆ ಅಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿರುವ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉದ್ದ ಆಗಲ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ		ಸುತ್ತಳತೆ
20 ಸೆಂ.ಮೀ	14 .ಸೆ.ಮೀ		
12 .ಸೆ.ಮೀ		60 ಸೆಂ.ಮೀ	
15 ಸೆಂ.ಮೀ'		150 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ	

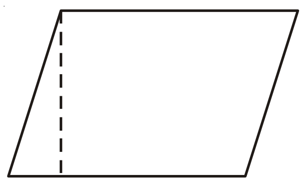
13.3 ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಚಿತ್ರ 1 ರ ಆಕಾರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ, ಇದು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕೋ ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳೋಣ.

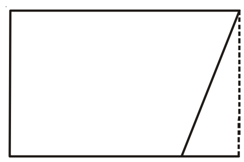

ಚಿತ್ರ –1

ಚಟುವಟಿಕೆ 1 :

- ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಚಿತ್ರ ಎಳೆಯಿರಿ.
- ಚಿತ್ರಿಸಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಕತ್ತರಿಯಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ.
- ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಚುಕ್ಕೆಯ ಗೆರೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಕತ್ತರಿಸಿ ಒಂದು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಬೇರೆಯಾಗಿಡಿ.


ಚಿತ್ರ –2

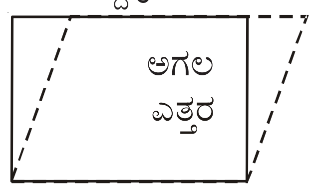
- ಕತ್ತರಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಚಿತ್ರ 3 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಇನ್ನೊಂದು ಕಡೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ. ಈ ಎರಡು ಕಾಗದದ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವುದರಿಂದ ಒಂದು ಆಯತ ಏರ್ಪಟ್ಟಿದೆ.


ಚಿತ್ರ –3

ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಚಿತ್ರ 3 ರಲ್ಲಿರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮಾನವೆಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?ಎರಡು ಸಮಾನವೆಂದು ನೀವು ಗುರ್ತಿಸುವಿರಿ.

ಈ ಕೃತ್ಯದಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮವೆಂದು ಗುರ್ತಿಸುವಿರಿ.

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳಿಗೆ ಸಮವೆಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು. ಆಯತದ ಉದ್ದವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮ ಮತ್ತು ಆಯತದ ಅಗಲವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

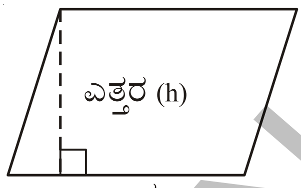


ಆದುದರಿಂದ ಸಮಾತಂರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಉದ್ದ x ಅಗಲ

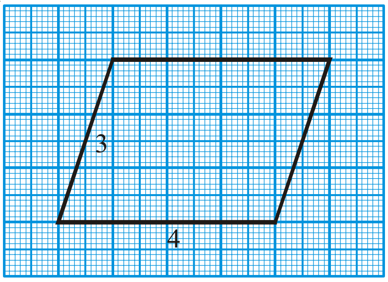
= ಪಾದx ಎತ್ತರ (ಉದ್ದ = ಪಾದ, ಅಗಲ = ಎತ್ತರ)

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಅದರ ಪಾದ (b) ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಎತ್ತರ ಎಂದರೆ (h)ಗುಣಲಬ್ದಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಂದರೆ A= bh



ಉದಾಹರಣೆ : 1 – ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i)



ಪರಿಹಾರ:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದ (b) = 4 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು

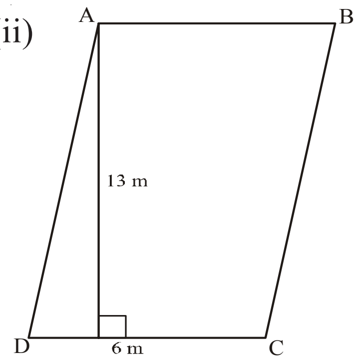
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರ (h) = 3 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ(A)= bh

ಆದುದರಿಂದ $A = 4 \times 3 = 12$ ಚ.ಯುನಿಟ್‌ಗಳು

ಹೀಗೆ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 12 ಚ.ಯುನಿಟ್‌ಗಳು

(ii)



ಪರಿಹಾರ:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದ (b)= 6 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರ (h) =13 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ(A)= bh

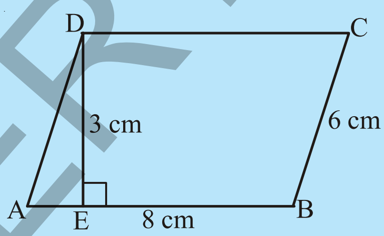
ಆದುದರಿಂದ $A = 6 \times 13 = 78$ ಚ.ಮೀ

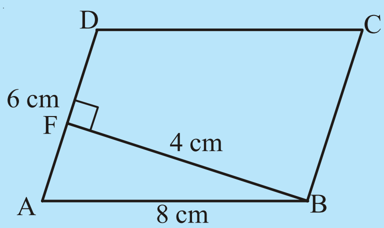
ಹೀಗೆ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCDಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 78 ಚ.ಮೀ

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

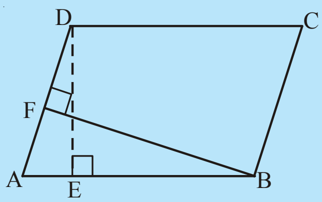
ABCD ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಚಿತ್ರ 1 ರ ಬಾಹುಗಳು 8 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು? ವಿಸ್ತೀರ್ಣಎಷ್ಟು?

ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದ ಎಷ್ಟು? ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು? ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? ಚಿತ್ರ 1 ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 2 ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವೇ?





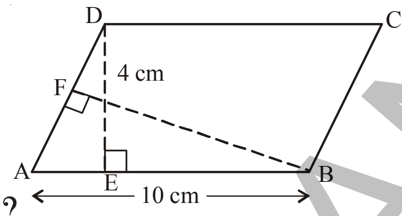
ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಯಾವ ಬಾಹುವನ್ನಾದರೂ ಪಾದವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಚಿತ್ರ 1 ರಲ್ಲಿ AB ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬ DE ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದ AB ಎತ್ತರ DE ಆಗುತ್ತದೆ. ಅದೇ ವಿಧವಾಗಿ ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ AD ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ಲಂಬ BF ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುದದ ಪಾದ AD ಮತ್ತು ಎತ್ತರ BF ಆಗುತ್ತದೆ.

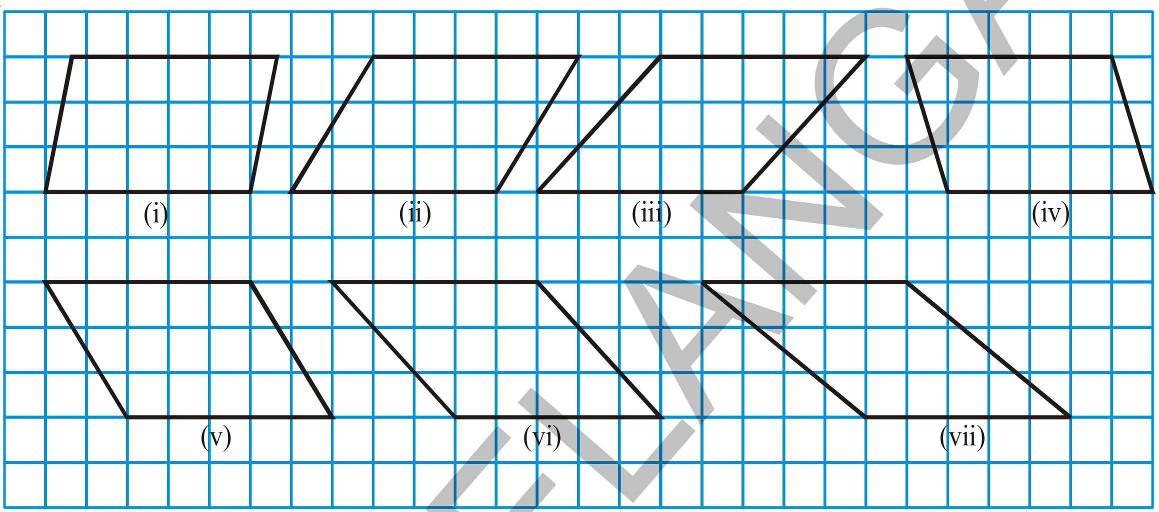


angle?

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ

1. ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ABCD ಯಲ್ಲಿ AB = 10 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು DE = 4 ಸೆಂ.ಮೀ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (i) ABCD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ii) AD = 6 ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ BFನ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು?





2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಜಾಗ್ರತೆಯಿಂದ ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

(i). ಪ್ರತಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿರಿ ಎಣಿಸುವಾಗ ಅಸಂಪೂರ್ಣ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವಾಗ ಎರಡು ಅಸಂಪೂರ್ಣ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದು ಚೌಕವಾಗುವಂತೆ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇವುಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿರಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	ಪಾದ	ಎತ್ತರ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಎಣಿಸಿದ ಚೌಕಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ		
				ಪೂರ್ಣ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಅಸಂಪೂರ್ಣ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಒಟ್ಟು
(i)	5ಯುನಿ.	3 ಯುನಿ	5 × 3 = 15 ಚ.ಯುನಿ	12	6	15
(ii)						
(iii)						
(iv) .						
(v)						
(vi)						
(vii)						

(ii). ಸಮಾನ ಪಾದ, ಸಮಾನ ಎತ್ತರ ಗಳಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವೇ?

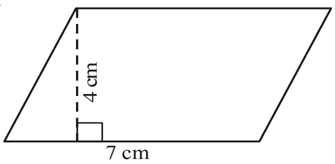
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

i. ಆಯತ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರಕ್ಕೆ ಏಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ?

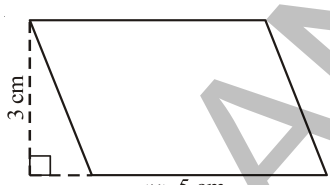
ii. ಪ್ರತಿ ಆಯತ ಒಂದು ಸಮಾನಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಆದರೆ ಪ್ರತಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಒಂದು ಆಯತ ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ವಿವರಿಸಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 2

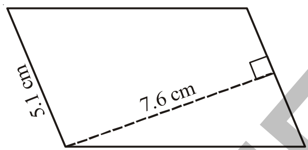
1. ಪ್ರತಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



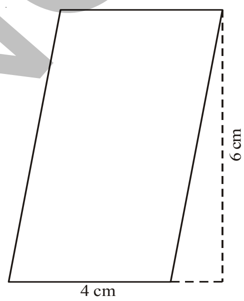
(i)



(ii)

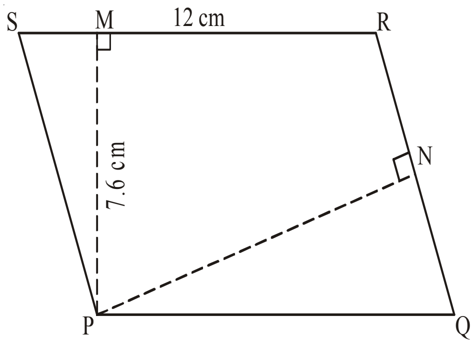


(iii)



(iv)

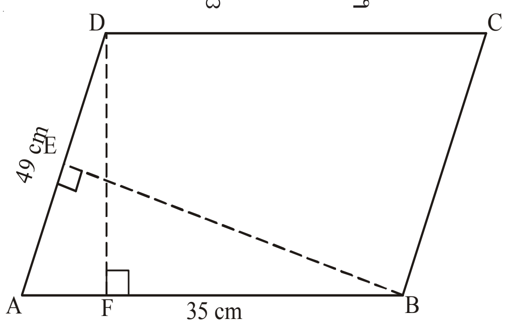
2. PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ P ಯಿಂದ $\overline{SR}$ ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ಎತ್ತರ PM ಮತ್ತು P ಯಿಂದ $\overline{QR}$ ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ಎತ್ತರ $\overline{PN}$ .SR = 12 ಸೆಂ.ಮೀ, PM = 7.6 ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ,



(i) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

(ii) $\overline{QR}$ = 8 ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ $\overline{PN}$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

3. ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ $\overline{DF}$, $\overline{BE}$ ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ ಗಳ ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ಎತ್ತರಗಳು, ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 1470 ಚ.ಮೀ^{2} ಮತ್ತು $\overline{AB}$ = 35 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು $\overline{AD}$ = 49 ಸೆಂ.ಮೀ ಇದ್ದರೆ BE ಮತ್ತು DF ಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



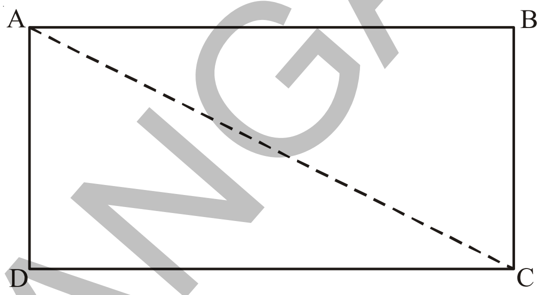
4. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರ ಅದರ ಪಾದಕ್ಕೆ 1/3 ನೇ ಭಾಗ ಇರುತ್ತದೆ, ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 192 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ಅದರ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

5. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿನ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು 5 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 360ಮೀ^{2} ಆದರೆ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. ಒಂದು ಚೌಕ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮ ಚೌಕದ ಬಾಹು 40 ಮೀ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರ 20 ಮೀ ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13.2. ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

13.2.1. ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಆಯತದಲ್ಲಿನ ಭಾಗಗಳು



ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಇಲ್ಲಿ ಪಕ್ಕ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಆಯತವನ್ನು ಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ ನಿಮಗೆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಇಡಿರಿ. ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮಾನವೇ? ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮತೆ ವೆಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ?

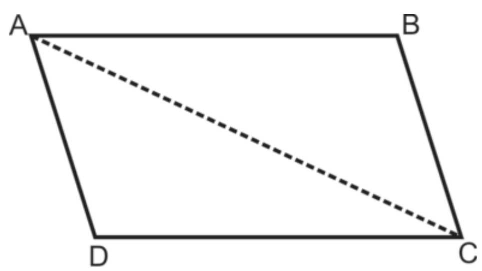
ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮತೆ ವೆಂದು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ಆದುದರಿಂದ

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ (ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$$= \frac{1}{2} \times (l \times b) = \frac{1}{2} lb$$

13.2.2. ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಭಾಗಗಳು

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕರ್ಣ AC ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಕತ್ತರಿಸಿ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಇನ್ನೊಂದು ಇಡಿರಿ. ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವೇ?



ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವೆಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ.

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಅದರ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳ ಗುಣಲಬ್ದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವೆಂದು ನಮಗೆಗೊತ್ತಿದೆ.

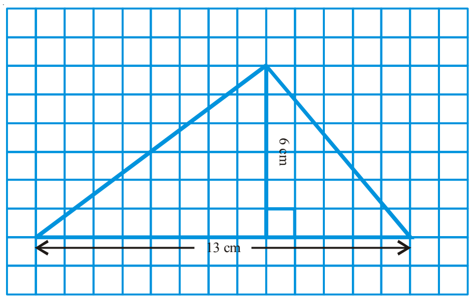
ಆದುದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ (ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$$\text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times (\text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ})$$

$$= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} bh$$

ಆದುದರಿಂದ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಅದರ ಪಾದ (b) ಎತ್ತರ (h) ಗಳ ಲಬ್ದಕ್ಕೆ 1/2 ರಷ್ಟು ಎಂದರೆ $A = \frac{1}{2} bh$

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ :

ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ (b) = 13 ಸೆಂ.ಮೀ

ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರ (h) = 6 ಸೆಂ.ಮೀ

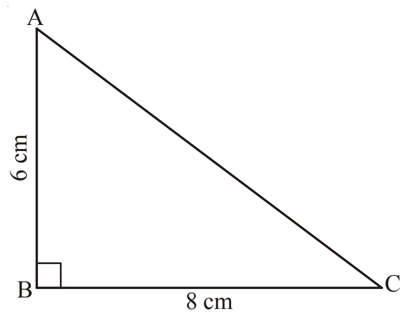
ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (A) = $\frac{1}{2}$ (ಪಾದxಎತ್ತರ)

ಅಥವಾ = $\frac{1}{2}$ **bh**

ಆದುದರಿಂದ $A = \frac{1}{2} \times 13 \times 6$

ಹೀಗೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 13 \times 3 = 39$ ಸೆಂ.ಮೀ^{2}

ಉದಾಹರಣೆ 3: ತ್ರಿಭುಜ ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



ಪರಿಹಾರ : ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ (b) = 8 ಸೆಂ.ಮೀ

ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರ (h) = 6 ಸೆಂ.ಮೀ

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (A) = $\frac{1}{2}$ bh

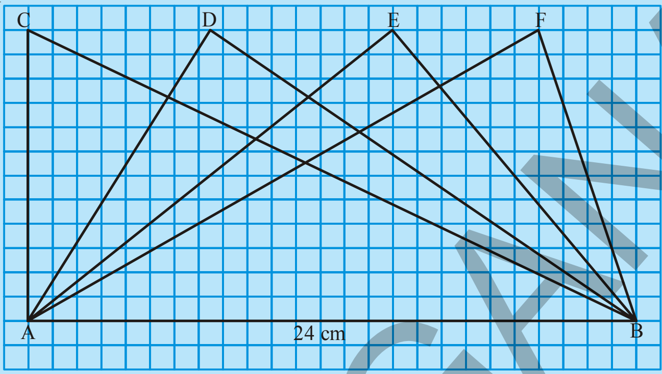
ಆದುದರಿಂದ $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ ಸೆಂ.ಮೀ^{2}

ಹೀಗೆ ತ್ರಿಭುಜದ ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 24$ ಸೆಂ.ಮೀ^{2}

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನಾದರೂ ಎತ್ತರವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳ ಬಹುದೆಂದು ಗಮನಿಸಿರಿ.

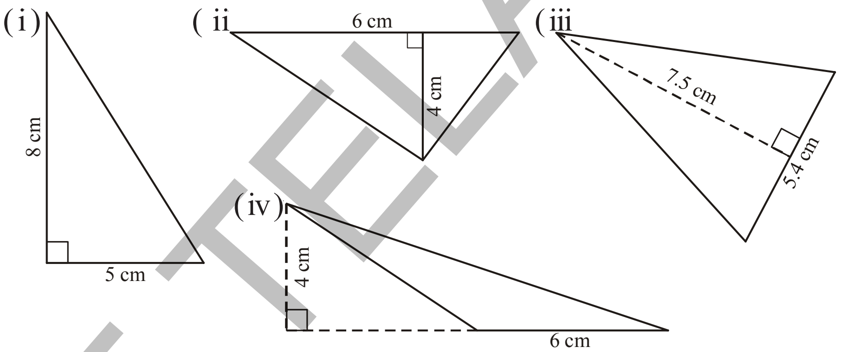
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ AB= 24 ಸೆ.ಮೀ ಮೇಲೆ ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ಒಂದೇ ಪಾದ AB ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಎತ್ತರ ಸಮಾನವೇ? ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮಾನವೇ? ನಿಮ್ಮ ಸಮಾಧಾನಕ್ಕೆ ತಕ್ಕ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ. ಈ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ?

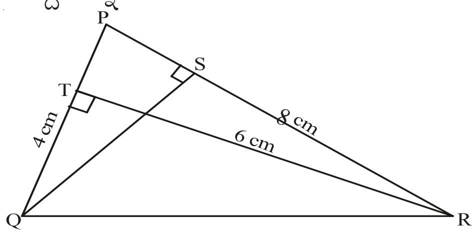


ಅಭ್ಯಾಸ 3

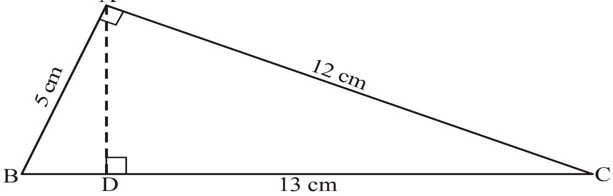
1. ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



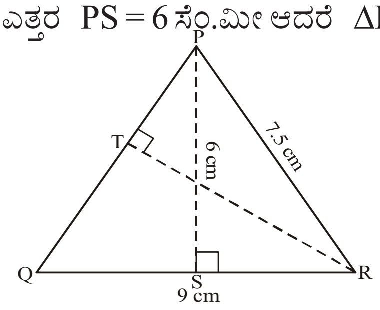
2. ΔPQR ನಲ್ಲಿ PQ = 4 ಸೆಂ.ಮೀ PR = 8 ಸೆಂ.ಮೀ, RT = 6 ಸೆಂ.ಮೀ.ಆದರೆ (i) ΔPQR ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು (ii) QS ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



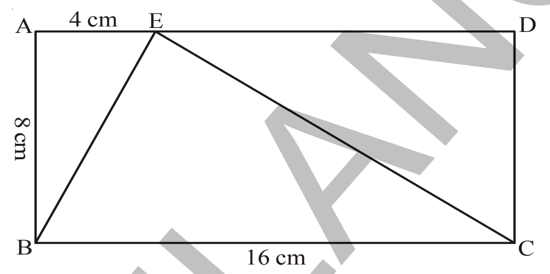
3. ΔABC ಯಲ್ಲಿ ಕೋನ A ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ, AD ,BC ಯ ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ಲಂಬ ರೇಖೆ, AB = 5 ಸೆಂ.ಮೀ, BC = 13 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು AC = 12 ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜ ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು, AD ಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?



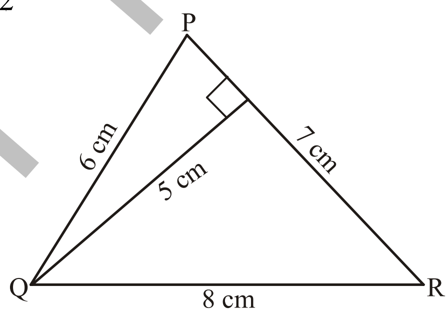
4. ΔPQR ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ $PQ = PR = 7.5$ ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು $QR = 9$ ಸೆಂ.ಮೀ P ನಿಂದ QR ಗೆ ಎಳೆದ ಎತ್ತರ $PS = 6$ ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ΔPQR. ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಮತ್ತು ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?



5. ABCD,ಆಯತದಲ್ಲಿ $AB = 8$ ಸೆಂ.ಮೀ, $BC = 16$ ಸೆಂ.ಮೀ, $AE= 4$ ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ ΔBCE. ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ? ΔBAE , ΔCDE. ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ, ΔBEC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮವೇ? ಏಕೆ?



6. ರಾಮ ತ್ರಿಭುಜ ΔPQR ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $A = \frac{1}{2} \times 7 \times 5$ ಸೆ.ಮೀ^{2} ಎಂದು ಹೇಳಿದನು. ಗೋಪಿ ಅದೇ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 5$ ಸೆ.ಮೀ^{2} ಎಂದು ಹೇಳಿದನು ಯಾರು ಹೇಳಿದ್ದು ಸರಿ? ಏಕೆ?

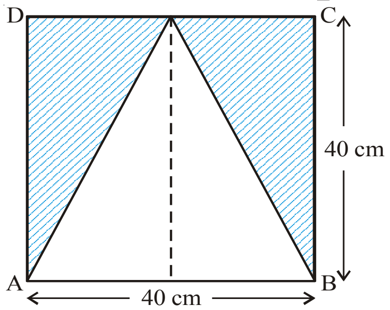


7. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 220 ಸೆ.ಮೀ^{2} ಅದರ ಎತ್ತರ 11 ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ. ಆದರೆ ಪಾದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

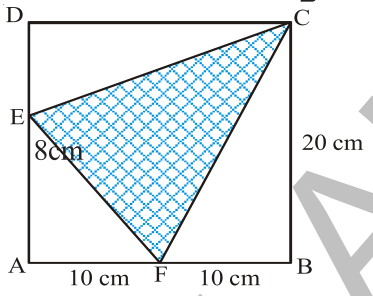
8. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರ ಅದರ ಪಾದಕ್ಕೆ ಎರಡರಷ್ಟು ಇದೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 400 ಸೆ.ಮೀ^{2} ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

9. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಆಯತದ ಉದ್ದ ಅಗಲಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 20 ಸೆ.ಮೀ 15 ಸೆ.ಮೀ ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ 30 ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ ಆ ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

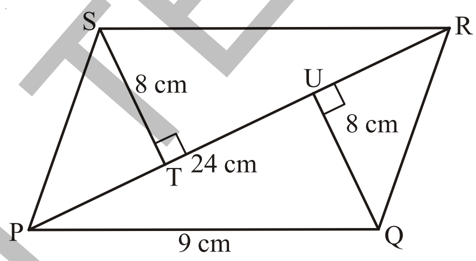
10. ಚಿತ್ರ ABCD ಯಲ್ಲಿ ಷೇಡ್‌ಮಾಡಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?



11. ಚಿತ್ರ ABCD ಯಲ್ಲಿ ಷೇಡ್ ಮಾಡಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?



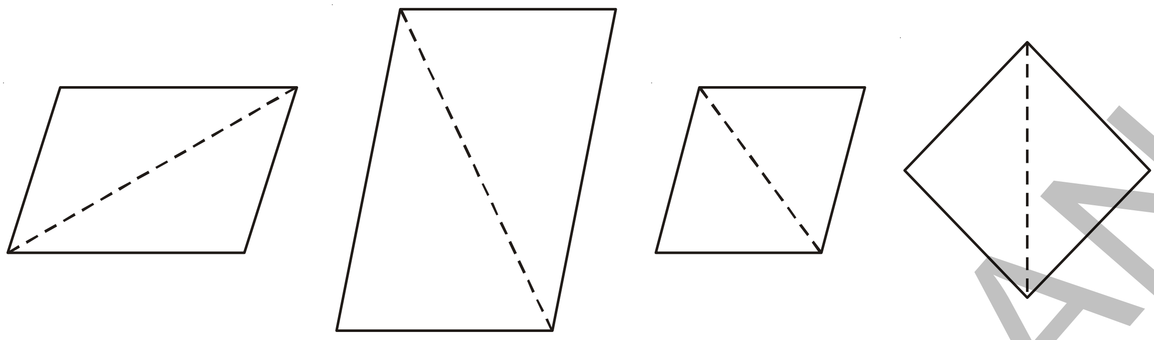
12. PQRS ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ PR = 24ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು QU = ST = 8 ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



13. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ, ಎತ್ತರ 3 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 108 ಸೆಂ.ಮೀ^{2} ಆದರೆ ಅದರ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?.

13.3. ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಸಂತೋಷ್ ಮತ್ತು ಅಖಿಲ ಒಳ್ಳೆಯ ಸ್ನೇಹಿತರು. ಕಾಗದದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿದ ವಿವಿಧ ಆಕಾರಗಳಿಂದ ಆಡುವುದು ಅವರಿಗೆ ಇಷ್ಟ. ಒಂದು ದಿನ ಸಂತೋಷ್ ವಿವಿಧ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಅಖಿಲಗೆ ಕೊಟ್ಟನು. ಅಖಿಲ ಅವುಗಳಿಂದ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಕಾರದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದಳು. ಆ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.



ಸಂತೋಷ್ ಅಖಿಲಳನ್ನು ಕೇಳಿದ. “ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಯಾವುವು? ಕೇಳಿದ?

ಅಖಿಲ ಹೇಳಿದಳು; ‘ಕೊನೆಯ ಎರಡು’ ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ

ಸಂತೋಷ್ ಹೇಳಿದ **“ಈ ವಿಧವಾಗಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ”**

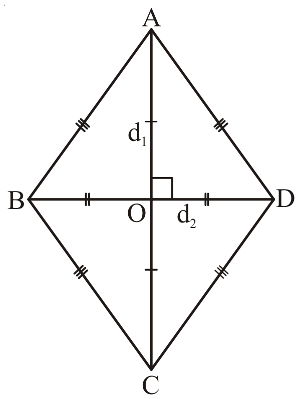
ನಾವು ಈಗ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೋ ಕಲಿಯೋಣ.

ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ಹೇಗೆ ವಿಭಜನೆಮಾಡಿದವೋ, ಅದೇ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದಕ್ಕೆ ಉಪಯೋಗಿಸೋಣ

ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ABCD= (ΔACD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) + (ΔACBವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$$= \left(\frac{1}{2} \times AC \times OD\right) + \left(\frac{1}{2} \times AC \times OB\right)$$



ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

$$= \frac{1}{2} AC \times (OD + OB)$$

$$= \frac{1}{2} AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} d_1 \times d_2 \;\; (AC = d_1 \text{ ಮತ್ತು } BD = d_2)$$

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ದದಲ್ಲಿನ ಅರ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ಎಂದರೆ , A $= \frac{1}{2} d_1 d_2$

ಉದಾಹರಣೆ 4: ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

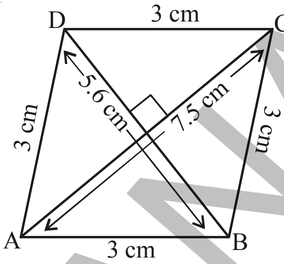
ಸಾಧನೆ : ಮೊದಲ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ (d_1) = 7.5 ಸೆಂ.ಮೀ

ಎರಡನೆಯ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ (d_2) = 5.6 ಸೆಂ.ಮೀ

$$\text{ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (A)} = \frac{1}{2}\, d_1\, d_2$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ } A = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 5.6 = 21 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ}^2$$

ಆದುದರಿಂದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ ABCD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 21 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}



ಉದಾಹರಣೆ 5: ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 60 ಸೆ.ಮೀ^{2} ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ 8 ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ ಎರಡನೆಯ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಾಧಾನೆ : ಮೊದಲನೆಯ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ (d_1)= 8 ಸೆಂ.ಮೀ

ಎರಡನೆಯ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ $= d_2$

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

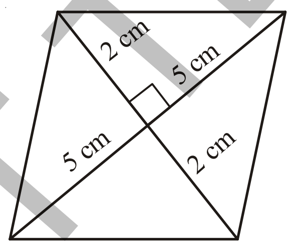
ಆದ್ದರಿಂದ, $60 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$

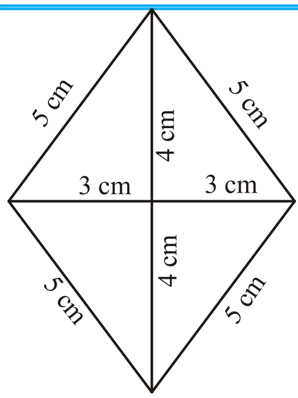
$d_2 = 15$ ಸೆಂ.ಮೀ

ಆದುದರಿಂದ ಎರಡನೇ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ = d_2 = 15 ಸೆಂ.ಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ – 4

1. ಕೆಳಗಿನ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?





2 ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿನ ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ?

ಮೊದಲನೆಯ ಕರ್ಣ (d_1)	ಎರಡನೆಯ ಕರ್ಣ (d_2)	ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
12 ಸೆಂ.ಮೀ	16 ಸೆಂ.ಮೀ	
27 ಸೆಂ.ಮೀ		2025 ಮಿ.ಮೀ^{2}
24 ಮೀ	57.6 ಮೀ	

3. ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 216 ಚ.ಸೆಂ.ಮೀ. ಅದರ ಒಂದು ಕರ್ಣ 24 ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ಅದರ ಎರಡನೆಯ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

4. ಒಂದು ಭವನದ ನೆಲದ ಮೇಲೆ ವಜ್ರಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ 3000 ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳನ್ನು ಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ಒಂದೊಂದು ಟೈಲ್‌ನ ಕರ್ಣಗಳು 45 ಸೆಂ.ಮೀ, 30 ಸೆಂ.ಮೀ. ಒಂದು ಚದರ ಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವುಳ್ಳ ನೆಲವನ್ನು

ಪಾಲಿಷ್ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ₹ 25 ಖರ್ಚಾದರೆ, ಒಟ್ಟು ನೆಲ (ಟೈಲ್ಸ್) ಪಾಲಿಷ್ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚಾಗುತ್ತದೆ?

13.4 ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ಅಥವಾ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ:

ನಜಿಯಾ ಸೈಕಲ್ ಟೈರಿನಿಂದ ಆಡುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ. ಅವಳು ಟೈರನ್ನು ಕಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ತಿರುಗಿಸುತ್ತಾ ಅದರ ಜೊತೆಗೆ ಓಡುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ. ಟೈರು ಒಂದು ಪೂರ್ತಿ ಸುತ್ತು ಸುತ್ತಿದರೆ ಅದು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ ದೂರ ಎಷ್ಟು?

ಸೈಕಲ್ ಟೈರ್ ಒಂದು ಪೂರ್ತಿಸುತ್ತು ಸುತ್ತಿದಾಗ ಅದು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ ದೂರ, ಆ ಟೈರಿನ ಸುತ್ತೂ ಇರುವ ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.ಸೈಕಲ್ ಟೈರ್‌ನ ಸುತ್ತೂ ಉದ್ದವನ್ನೇ ಅದರ ಪರಿಧಿ ಎನ್ನುವರು.

ಸೈಕಲ್ ಟೈರು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ದೂರಕ್ಕೆ ಅದು ಸುತ್ತಿದ ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಧ್ಯ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವೇನೋ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

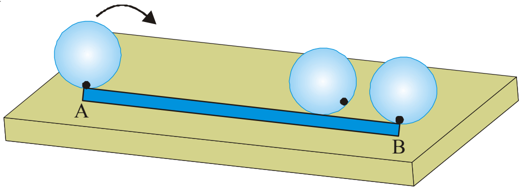
ಒಟ್ಟು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದ ದೂರ = ಟೈರು ತಿರುಗಿದ ಸುತ್ತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಟೈರು ಸುತ್ತಳತೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ : 2

ಜಯ ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಆಕಾರವನ್ನು ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ನಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿ ತಯಾರಿಸಿದಳು ಅದನ್ನು ಅಂದವಾಗಿ ತಯಾರಿಸಲು ಅದರ ಸುತ್ತ ಲೇಸನ್ನು ಹಚ್ಚ ಬಯಸಿದಳು. ಆದರೆ ಅವಳಿಗೆ ಬೇಕಾದ ಲೇಸಿನ ಉದ್ದ ವೃತ್ತಾಕಾರ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ನ ಪರಿಧಿ ಸಮಾನವೇ? ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಸ್ಕೇಲಿನ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅಳಿಯಬಹುದೇ?

ಜಯ ಏನು ಮಾಡಿದಳೋ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ?

ಜಯ ಟೇಬಲ್‌ಮೇಲೆ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದಳು, ಆ ಗೆರೆಯ ಮೊದಲನೆಯ ಬಿಂದುವನ್ನು A ನಿಂದ ಗುರ್ತಿಸಿದಳು. ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಕೊನೆಗೆ ಚುಕ್ಕೆಯಿಂದ ಗುರ್ತಿಸಿದಳು. ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿದ A ಬಿಂದುವಿನೊಂದಿಗೆ ಏಕೀಭವಿಸುವಂತೆ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ನ್ನು ಟೇಬಲ್ ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟಳು. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ರಟ್ಟನ್ನು ಉರುಳಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದಳು. ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ನ ಅಂಚಿನ ಜೊತೆಗೆ ಗುರ್ತಿಸಿದ ಚುಕ್ಕೆ ಮತ್ತೆ ಟೇಬಲ್ ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯೊಡನೆ ಏಕೀಭವಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು B ಯಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಿದಳು AB ರೇಖೆ ಉದ್ದವು ವೃತ್ತಾಕಾರ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್‌ನ ಪರಿಧಿಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ AB ರೇಖೆ ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಸಮವಾದ ಲೇಸ್ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋಡ್‌ಗೆ ಅವಶ್ಯಕವಾಗುತ್ತದೆ.



ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

ಬಾಟಲಿನ ಮುಚ್ಚಳ, ಬಳೆ ಅಥವಾ ಯಾವುದಾದರು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ವಸ್ತುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ ಅವುಗಳ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ತಂತಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಆದರೆ ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತಾಕಾರ ವಸ್ತುವಿನ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಈ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯ ಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಅದರ ಪರಿಧಿಗೆ ಮಧ್ಯೆ ಸಂಬಂಧವೇನಾದರೂ ಇದೆಯೋ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡೋಣ.

ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳುಳ್ಳ 6 ವೃತ್ತಾಕಾರ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಗಳನ್ನು ತಯಾರು ಮಾಡಿ ತಂತಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಇವುಗಳ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದನು ಹಾಗೆಯೇ ವ್ಯಾಸಕೂ, ಪರಿಧಿಯ ಮಧ್ಯ ಇರುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಸಹ ಕಂಡುಹಿಡಿದನು.

ಈ ಬೆಲೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನಮೋದು ಮಾಡಿದನು.

ವೃತ್ತ	ತ್ರಿಜ್ಯ	ವ್ಯಾಸ	ಪರಿಧಿ	ಸುತ್ತಳತೆ, ವ್ಯಾಸಗಳ ಅನುಪಾತ
1.	3.5 ಸೆಂ.ಮೀ	7.0 ಸೆಂ.ಮೀ	22.0 ಸೆಂ.ಮೀ	$\frac{22}{7} = 3.14$
2.	7.0 ಸೆಂ.ಮೀ	14.0 ಸೆಂ.ಮೀ	44.0 ಸೆಂ.ಮೀ	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 ಸೆಂ.ಮೀ	21.0 ಸೆಂ.ಮೀ	66.0 ಸೆಂ.ಮೀ	
4.	21.0 ಸೆಂ.ಮೀ	42.0 ಸೆಂ.ಮೀ	132.0 ಸೆಂ.ಮೀ	
5.	5.0 ಸೆಂ.ಮೀ	10.0 ಸೆಂ.ಮೀ	32.0 ಸೆಂ.ಮೀ	
6.	15.0ಸೆಂ.ಮೀ	30.0 ಸೆಂ.ಮೀ	94.0 ಸೆಂ.ಮೀ	

ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿನ ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ ನೀವೇನು ತೀರ್ಮಾನಿಸುವಿರಿ? ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ಅದರ ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ನಡುವೆ ಇರುವ ಅನುಪಾತ ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆ ಸಮಾನವೇ? ಯಾವಾಗಲು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ಆದರ ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರಾಗಿ ಮೂರರಷ್ಟು ಇರಬಹುದೆಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ಅದರ ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯ ಇರುವ ಅನುಪಾತ ಸರಿಸುಮಾರಾಗಿ $\frac{22}{7}$ ಅಥವಾ 3.14 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಇದನ್ನು π (ಪೈ) ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಬೆಲೆ..

ಆದ್ದರಿಂದ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ c ಎಂದು ವ್ಯಾಸವನ್ನು d' ಎಂದು ಸೂಚಿಸಿದರೆ $\frac{c}{d} = \pi$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{c}{d} = \pi$

$$c = \pi d$$

ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ, ತ್ರಿಜ್ಯದ ಎರಡರಷ್ಟು, ಇರುತ್ತದೆ, ಎಂದರೆ $d = 2r$ (r ತ್ರಿಜ್ಯ)

$c = \pi \times 2r$ ಅಥವಾ $c = 2\pi r$

ಹೀಗೆ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = πd ಅಥವಾ 2πr

ಉದಾಹರಣೆ 6: 10 ಸೆ.ಮೀ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

($\pi = 3.14$ ಹಾಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ)

ಪರಿಹಾರ : ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ (d) = 10 ಸೆಂ.ಮೀ

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ (c) $= \pi d$

$= 3.14 \times 10$

c = 31.4 ಸೆಂ.ಮೀ

ಹೀಗೆ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ 31.4 ಸೆ.ಮೀ

ಉದಾಹರಣೆ 7: 14 ಸೆ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

($\pi = \frac{22}{7}$ ಹಾಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ)

ಪರಿಹಾರ : ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ (r) = 14 ಸೆಂ.ಮೀ

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ (c) $= 2 \pi r$

ಆದ್ದರಿಂದ c $= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

c = 88 ಸೆಂ.ಮೀ

ಹೀಗೆ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ 88 ಸೆಂ.ಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ –5

1. ಕೆಳಗಿನ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿಂದ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

   i) 35 ಸೆಂ.ಮೀ ii) 4.2 ಸೆಂ.ಮೀ iii) 15.4 ಸೆಂ.ಮೀ

2. ಕೆಳಗಿನ ವ್ಯಾಸಗಳ ಅಳತೆಯಿಂದ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

   i) 17.5 ಸೆಂ.ಮೀ ii) 5.6 ಸೆಂ.ಮೀ iii) 4.9 ಸೆಂ.ಮೀ

   ಸೂಚನೆ: ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ $\pi = \frac{22}{7}$ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

3. (i) $\pi = 3.14$,ಹಾಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳುಳ್ಳ ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

   (a) 8 ಸೆಂ.ಮೀ (b) 15 ಸೆಂ.ಮೀ (c) 20 ಸೆಂ.ಮೀ

   (ii) ಪರಿಧಿ 44 ಸೆ.ಮೀ ವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ 264 ಸೆಂ.ಮೀ. ಅದರೆ $\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡುತ್ರಿಜ್ಯ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

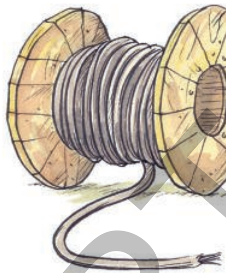
5. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ 33 ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ ಅದರ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. 35 ಸೆ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ಚಕ್ರ ಎಷ್ಟು ಸಲ ಸುತ್ತಿದರೆ ಅದು 660 ಮೀ ದೂರ ಪ್ರಯಾಣಮಾಡ ಬಲ್ಲದು? ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ)

7. ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ವ್ಯಾಸಗಳ ಅನುಪಾತ 3 : 4 ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಪರಿಧಿಗಳ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

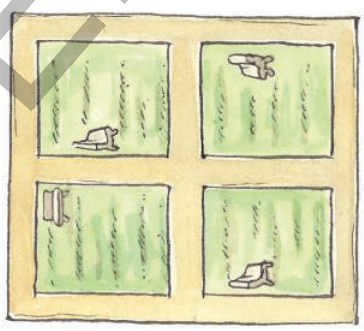
8. ಒಂದು ರೋಡ್ ರೋಲರ್ 2200 ಮೀ ದೂರವನ್ನು ಸಮತಟ್ಟು ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ 200 ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಸುತ್ತುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ರೋಡ್ ರೋಲರ್‌ನ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

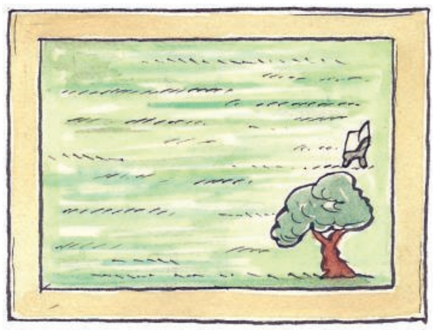
9. ಒಂದು ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳಿನ ಉದ್ದ 15 ಸೆಂ.ಮೀ ಅದರ ತುದಿ 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ($\pi = 3.14$) ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ)

10. 

ಒಂದು ತಂತಿ 25 ಸೆ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸುತ್ತಲಾಗಿದೆ, ಆ ತಂತಿಯನ್ನು ನೆಟ್ಟಗೆಮಾಡಿ ಒಂದು ಚೌಕದ ಆಕಾರಕ್ಕೆ ತಂದರೆ ಆ ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

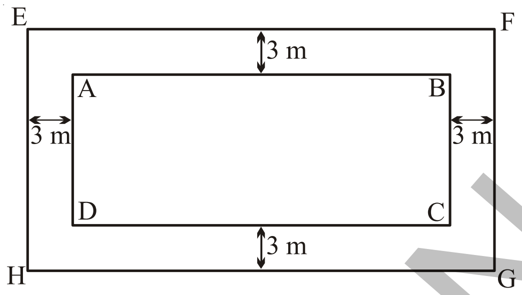
13.5. ಆಯತಾಕಾರದ ಕಾಲುಹಾದಿ (Rectangular Paths)





ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ನಾವು ಆಗಾಗ್ಗೆ ತೋಟಗಳು ಪಾರ್ಕ್‌ಗಳು, ಆಟದ ಮೈದಾನದಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಕಾಲುಹಾದಿ ಏರ್ಪಡಿಸಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿರುತ್ತೀವಿ. ಆದರೆ ನಮ್ಮ ಉಪಯೋಗಕ್ಕಾಗಿ ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿರುವ ಈ ಕಾಲುಹಾದಿಗೆ ಆಗುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಲೆಕ್ಕಿಸುತ್ತೀರೋ ತಿಳಿಯೋಣ.

ಉದಾ 8: 60 ಮೀ ಉದ್ದ 40 ಮೀ ಅಗಲವಿರುವ ಒಂದು ಪ್ಲಾಟು ಸುತ್ತಲೂ 3 ಮೀ ಅಗಲವುಳ್ಳ ಕಾಲುಹಾದಿ ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಆ ಕಾಲುಹಾದಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ : ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಆಯತಾಕಾರದ ಪ್ಲಾಟನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ ಸುತ್ತ 3 ಮೀ ಕಾಲುಹಾದಿ ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಕಾಲುಹಾದಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯ ಬೇಕಾದರೆ EFGH ಹೊರಗಿನ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಿಂದ ABCD ಯ ಒಳಗಿನ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು.

ಒಳಗಿನ ಆಯತ ABCD ಯ ಉದ್ದ = 60 ಮೀ

ಒಳಗಿನ ಆಯತ ABCD ಯ ಅಗಲ = 40 ಮೀ

ಒಳಗಿನ ಆಯತ ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (60 x 40) ಮೀ^{2}

= 2400 ಮೀ^{2}

ಕಾಲು ಹಾದಿ = 3 ಮೀ

ಹೊರಗಿನ ಆಯತ EFGHನ ಉದ್ದ = 60 ಮೀ + (3+3) ಮೀ

= 66 ಮೀ

ಹೊರಗಿನ ಆಯತ EFGHನ ಅಗಲ = 40 ಮೀ + (3+3) ಮೀ

= 46 ಮೀ

ಹೊರಗಿನ ಆಯತ EFGH ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 66 x 46 ಮೀ^{2}

= 3036 ಮೀ^{2}

ಕಾಲು ಹಾದಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಆಯತ EFGH ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಆಯತ ABCD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= (3036 - 2400)$ ಮೀ^{2}

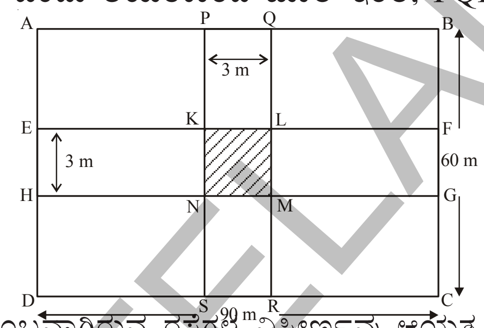
$= 636$ ಮೀ^{2}

ಉದಾ 9: ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಮೈದಾನದ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 90 ಮೀ, 60 ಮೀ, ಈ ಮೈದಾನದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ PQRS, EFGH ಎನ್ನುವ ಎರಡು ರಸ್ತೆಗಳು ಒಂದೊಂದು 3 ಮೀ ಅಗಲ ಇರುವಂತೆ ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ರಸ್ತೆಗಳು ಆಯತದ ಭುಜಗಳಂತೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಇದ್ದು, ಮೈದಾನದ ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು, ಸೇರಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಆದರೆ,

i) ರಸ್ತೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ii) ಮೀಟರ್ ಗೆ ₹110 ರಂತೆ ರಸ್ತೆ ನಿರ್ಮಾಣಕ್ಕೆ ಆಗುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ABCD ಒಂದು ಆಯತಕಾರದ ಹೊಲ ಇರಲಿ, PQRS ಮತ್ತು EFGH ಎರಡು 3 ಮೀ ರಸ್ತೆಗಳು.



i) ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಲಂಬವಾಗಿರುವ ರಸ್ತೆಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಆಯತ PQRS ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಆಯತ EFGH ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮ ಚಿತ್ರ ನೋಡಿದರೆ ನಮಗೆ ಚೌಕ KLMN ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎರಡು ಸಲ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಲೆಕ್ಕಿಸುವಾಗ ಒಂದು ಸಲ ಕಳೆಯಬೇಕು.

ಪ್ರಶ್ನೆಯಿಂದ ಗೊತ್ತಾಗುವ ವಿಷಯಗಳು

PQ= 3 ಮೀ ಮತ್ತು PS = 60 ಮೀ

EH = 3 ಮೀ ಮತ್ತು EF = 90 ಮೀ

KL = 3 ಮೀ ಮತ್ತು KN = 3 ಮೀ

ಎರಡು ರಸ್ತೆಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ಆಯತ PQRS ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಆಯತ EFGH ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಚೌಕ KLMN ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= (PS \times PQ) + (EF \times EH) - (KL \times KN)$

$= (60 \times 3) + (90 \times 3) - (3 \times 3)$

$= (180 + 270 - 9)$ ಮೀ^{2}

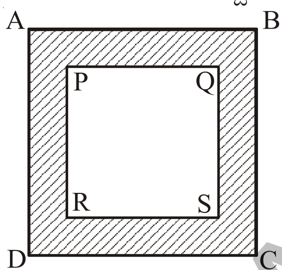
$= 441$ ಮೀ^{2}

ii) ನಿರ್ಮಾಣ ವೆಚ್ಚ = ₹ 110 x ಮೀ^{2}

ರಸ್ತೆ ನಿರ್ಮಿಸಲು ಆದ ವೆಚ್ಚ = 110 x 441

= ₹ 48,510

ಉದಾ 10 :: 100 ಮೀ ಭುಜವುಳ್ಳ ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರ ಮೈದಾನದ ಸುತ್ತೂ 5 ಮೀ ಅಗಲವುಳ್ಳ ಕಾಲುಹಾದಿ ಇದೆ, ಕಾಲುಹಾದಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೆಯೇ ಕಾಲುಹಾದಿಯನ್ನು ಸಿಮೆಂಟಿನಿಂದ ನಿರ್ಮಾಣ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಆಗುವ ವೆಚ್ಚ 10 ಚ.ಮೀ^{2} ಗೆ ರೂ. 250 ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ಕಾಲುದಾರಿ ನಿರ್ಮಿಸಲು ಆಗುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



ಸಾಧನೆ: ಚಿತ್ರ PQRS ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರ ಮೈದಾನ ಷೇಡ್‌ಮಾಡಿದ ಭಾಗ 5 ಮೀ ಅಗಲದ ಕಾಲು ಹಾದಿ.

AB ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ = 100 + (5 + 5) = 110 ಮೀ

ಚೌಕ PQRS ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಬಾಹು)^2 = (100 ಮೀ)^2 = 10000ಮೀ^{2}

ಚೌಕ ABCD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಬಾಹು)^2 = (110 ಮೀ)^2 = 12100 ಮೀ^{2}

ಆದ್ದರಿಂದ ಕಾಲುಹಾದಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (12100 - 10000) = 2100ಮೀ^{2}

10 ಮೀ^{2} ಕಾಲುದಾರಿ ನಿರ್ಮಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಆಗುವ ವೆಚ್ಚ = ₹. 250

1 ಮೀ^{2} ಕಾಲುದಾರಿ ನಿರ್ಮಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಆಗುವ ವೆಚ್ಚ = $\frac{250}{10}$

2100 ಮೀ^{2} ಕಾಲುದಾರಿ ನಿರ್ಮಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಆಗುವ ವೆಚ್ಚ = $\frac{250}{10} \times 2100$

= ₹. 52,500

ಅಭ್ಯಾಸ – 6

1. 45 ಮೀ ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರ ಮೈದಾನದ ಸುತ್ತ 2.5 ಮೀ ಅಗಲದ ಕಾಲುದಾರಿ ಇದೆ. ಕಾಲುದಾರಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. ಒಂದು ಪಾಠಶಾಲೆ ಭವನದಲ್ಲಿ 18 ಮೀ ಉದ್ದ 12.5 ಮೀ ಅಗಲ ಹಾಲು ಇದೆ. ಹಾಲಿನ ತಳದ ಗೋಡೆಗಳಿಂದ 50 ಸೆ.ಮೀ ಅಗಲದ ಸ್ಥಳ ಬಿಟ್ಟು ಹಾಲು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಪೆಟ್ ಹಾಕಲಾಗಿದೆ.

ಕಾರ್ಪೆಟ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಕಾರ್ಪೆಟ್ ಗೋಡೆಗಳ ಅಂಚುಗಳ ಮಧ್ಯ ಇರುವ ಖಾಲಿಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

3. ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರದ ಹುಲ್ಲಿನ ಮೈದಾನದ ಬಾಹು 80 ಮೀ. ಅದರಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವುದಕ್ಕೆಅನುಕೂಲವಾಗುವಂತೆ ಮೈದಾನದ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎರಡು ರಸ್ತೆಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದುಮಧ್ಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ವಿಧವಾಗಿ ನಿರ್ಮಾಣಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ರಸ್ತೆಯ ಉದ್ದ 4ಮೀ ಆದರೆ ಆ ರಸ್ತೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

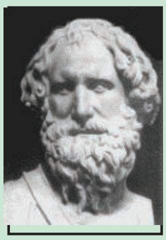
4. 8 ಮೀ x 5 ಮೀ ಅಳತೆಗಳುಳ್ಳ ಒಂದು ಕೋಣೆ ಸುತ್ತಲೂ 2 ಮೀ ಅಗಲವುಳ್ಳ ವರಾಂಡಇದೆ. ವರಾಂಡ ಆಕ್ರಮಿಸಿದ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

5. ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಪಾರ್ಕಿನ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 700 ಮೀ ಮತ್ತು 300ಮೀ ಇದ್ದರೆ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ 10 ಮೀ ಅಗಲವುಳ್ಳ ಎರಡು ರಸ್ತೆಗಳು ಪಾರ್ಕ್‌ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇಧಿಸುವ ವಿಧವಾಗಿ ನಿರ್ಮಾಣಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ರಸ್ತೆಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ? ಹಾಗೆಯೇ ರಸ್ತೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಪಾರ್ಕಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು:

- ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (A), ಅದರ ಪಾದ (b), ಎತ್ತರ (h) ಲಬ್ದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ.
- ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (A) ಅದರ ಪಾದ (b) ಎತ್ತರ (h) ಗಳು ಲಬ್ದಕ್ಕೆ ಅರ್ಧರಷ್ಟು ಎಂದರೆ i.e., $A = \frac{1}{2}bh$.
- ವಜ್ರಾಕೃತಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (A) ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ಲಬ್ದದ ಅರ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ಎಂದರೆ, $\mathbf{A} = \frac{1}{2} d_1 d_2$.
- ವೃತ್ತದ ಪರಧಿ(c) = $2\pi r$ ಇಲ್ಲಿ r ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು $\pi = \frac{22}{7}$ ಅಥವಾ 3.14.

ಆರ್ಕಿಮಿಡೀಸ್ (ಗ್ರೀಸ್)
287 – 212 BC
π ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮೊಟ್ಟ ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ ಗಣನೆ ಮಾಡಿದರು.
ಇವರು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದಾರೆ.



ಎರಡು ಮತ್ತು ಮೂರು ಆಯಾಮ(ಮಿತಿ)ಗಳ ಆಕೃತಿಗಳು

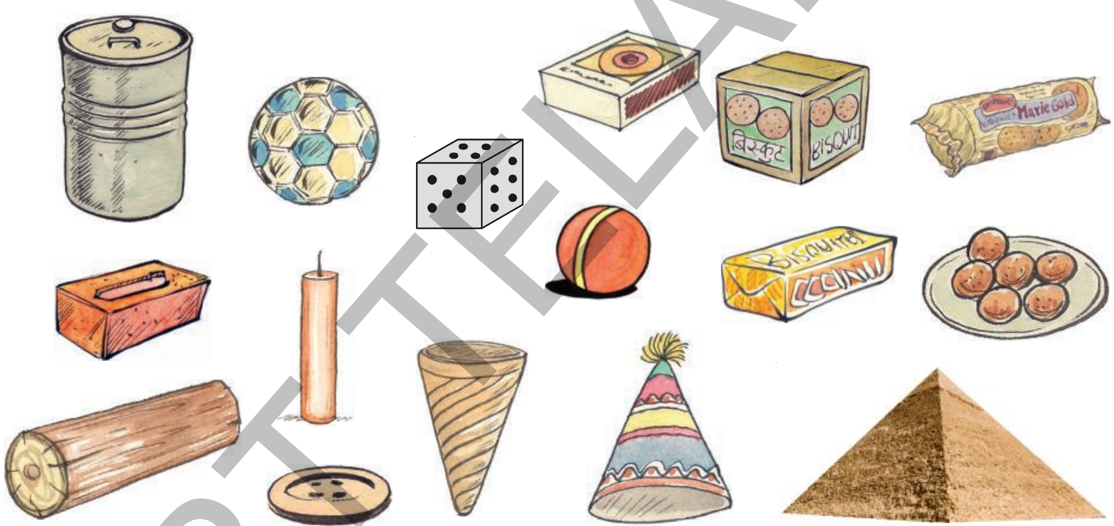
14

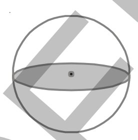
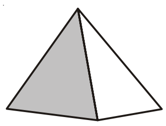
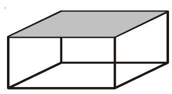
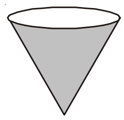
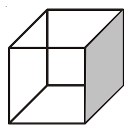
14.0 ಪರಿಚಯ:

ನಿಮಗೆ 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಮೂರುಆಯಾಮದ ಅಥವಾ ತ್ರಿಮಿತಿಯ ಆಕಾರಗಳ ಪರಿಚಯ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ಆಕಾರಗಳ ಮುಖಗಳು, ಅಂಚುಗಳು, ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದನ್ನು ಸಹ ನೀವು ಕಲಿತಿದ್ದೀರಿ. ನೀವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸಲ ನೆನಪಿಗೆ ತಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಅಭ್ಯಾಸ – 1

1. ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ವಸ್ತುಗಳ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ಆಕಾರಗಳ ಪ್ರಕಾರ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



 ಗೋಳ	 ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿ	 ಗೋಪುರ	 ಆಯತಘನ	 ಶಂಕು	 ಚೌಕಘನ

2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕಾರಗಳಿಗೆ ನೀವು ದಿನನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ನೋಡುವ ವಸ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಟ ಎರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿರಿ.

i) ಶಂಕು ----------- ----------- ----------- -----------

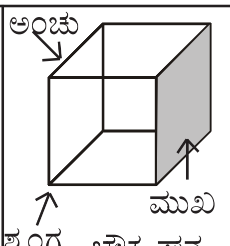
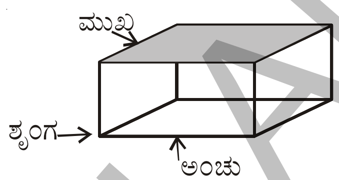
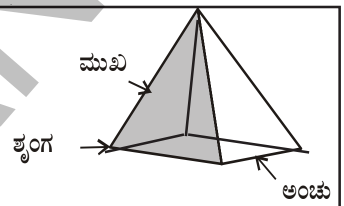
ii) ಚೌಕ ಘನ ----------- ----------- ----------- -----------

iii) ಆಯತಘನ ----------- ----------- ----------- -----------

iv) ಗೋಳ ----------- ----------- ----------- -----------

v) ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿ ----------- ----------- ----------- -----------

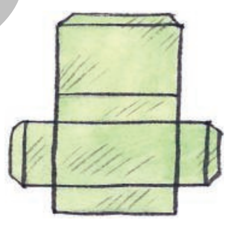
3. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಕಾರಗಳು, ಮುಖಗಳು, ಅಂಚುಗಳು ಮತ್ತು ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

	 ಚೌಕ ಘನ	 ಆಯತ ಘನ	 ಗೋಪುರ
ಮುಖಗಳು			
ಅಂಚುಗಳು			
ಶೃಂಗಗಳು			

14.1 ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕೃತಿಗಳ 'ಜಾಲ' (net) ರೂಪಗಳು

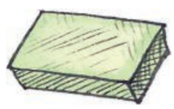
ಈಗ ನಾವು ತ್ರಿಮಿತಿಯ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ದ್ವಿಮಿತಿಯ ಸಮತಲ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ನೋಡಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ನಾವು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ವಿವಿಧ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಜಾಲ (net) ರೂಪದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರಿಸಬೇಕು.

ಒಂದು ದಪ್ಪನೆಯ ಕಾಗದ ಅಥವಾ ಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಮಾಡಿದ ಆಯತಘನದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಿ (ಟೂಟ್‌ಪೇಸ್ಟ್ ಅಥವಾ ಶೂ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ) ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಸಮತಲ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಮಾಡಿರಿ. ಹೀಗೆ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ 'ಜಾಲ' ಎನ್ನುವರು. ಚಿತ್ರ 1 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ 'ಜಾಲ' ಎನ್ನುವುದು ಎರಡು ಆಯಾಮದ ಅಥವಾ ದ್ವಿಮಿತಿ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಅಂಚುಗಳ ಆಕಾರದ ರೂಪ. ಅದನ್ನು ಮಡಚಿದರೆ. ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ ಇದ್ದಂತೆ ಬರುತ್ತದೆ. ಕೊನೆಗೆ ಚಿತ್ರ 3 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಆಕಾರವು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಆಕಾರದ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.



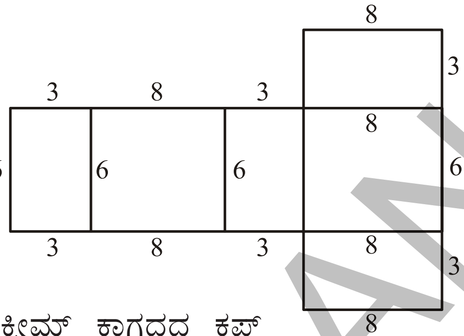
ಚಿತ್ರ–1

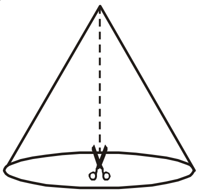
ಚಿತ್ರ–2

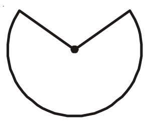


ಚಿತ್ರ–3

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ 'ಜಾಲ' ರೂಪ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯಮೇಲೆ ನಕಲು ಮಾಡಿ ಅದನ್ನು ಒಂದು ದಪ್ಪನೆಯ ಕಾಗದದಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ.ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಮಡಚಿ ಅಂಟಿನಿಂದ ಅಂಟಿಸಿ ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ತಯಾರು ಮಾಡಿರಿ. ಹೀಗೆ ತಯಾರಿಸಿದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಆಕಾರವೇನು?




ಚಿತ್ರ–1


ಚಿತ್ರ–2

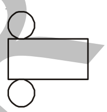
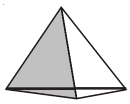
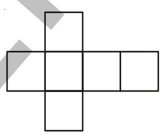
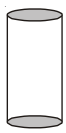
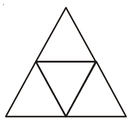
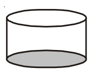
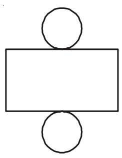
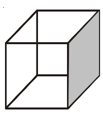
ಇದೇ ವಿಧಾನದಿಂದ ಶಂಕಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿದ್ದ ಐಸ್‌ಕ್ರೀಮ್ ಕಾಗದದ ಕಪ್ (ಅಥವಾ ಅದೇ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಬೇರೆವಸ್ತು) ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಚಿತ್ರ 1 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ. ಓರೆ ಎತ್ತರ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ. ಹೀಗೆ ಮಾಡಿದರೆ ನಮಗೆ ಶಂಕುವಿನ ಜಾಲ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ)

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:
ವಿವಿಧ ಆಕೃತಿಗಳ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು (ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿ, ಚಾಕಘನ, ಶಂಕು) ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಅವುಗಳ ಜಾಲಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸುವುದಕ್ಕೆ ನಿಮ್ಮ ಶಿಕ್ಷಕರು/ ಸ್ನೇಹಿತರ ಸಹಾಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

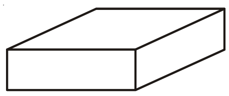
ಮೇಲಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಯಿಂದ ನೀವು ವಿವಿಧ ಆಕಾರಗಳ ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ವಿವಿಧ ಜಾಲಗಳು ಏರ್ಪಡುತ್ತವೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಅದೇರೀತಿಯಾಗಿ ಒಂದೇ ಆಕಾರಕ್ಕೆ ನಾವು ಕತ್ತರಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಜಾಲಗಳು ಏರ್ಪಡಬಹುದು ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ.

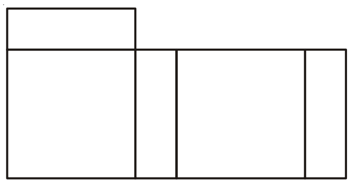
ಅಭ್ಯಾಸ – 2

1. ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಜಾಲಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ನಕಲು ಮಾಡಿ ದಪ್ಪ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಜಾಗ್ರತೆಯಿಂದ ಮಡಚಿ. ಅಂಟಿನಿಂದ ಅಂಟುಸುವುದರಿಂದ ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕಾರಗಳು ಬರುವಂತೆ ತಯಾರುಮಾಡಿ. ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಜಾಲಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

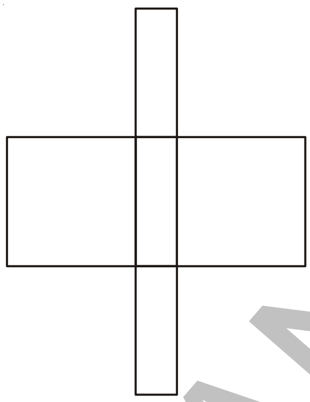
ಜಾಲಗಳು	ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕಾರಗಳು
	
	
	
	

2. ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಪ್ರತಿ ಆಕಾರಕ್ಕೆ 3 ಜಾಲ ರೂಪಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಸರಿಯಾದ ಜಾಲ ರೂಪವನ್ನು ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಸಿ ಹೊಂದಿಸಿರಿ..

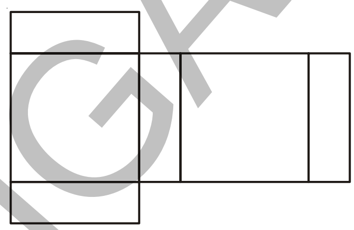
(i) 



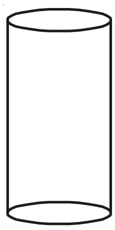
(a)

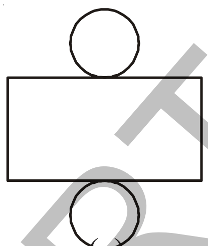


(b)



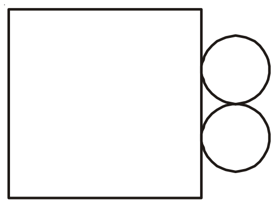
(c)

(ii) 



(a)

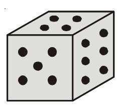
(b)

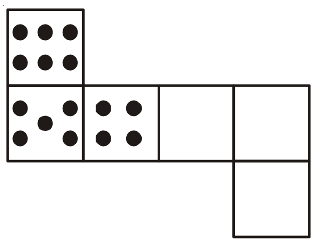


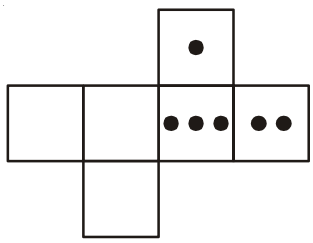
(c)

3. ಚೌಕ ಘನಾಕಾರದ ದಾಳದ (dice) ಪ್ರತಿ ಮುಖದ ಮೇಲೆ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ವಿರುದ್ಧವಾಗಿರುವ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ 7 ಇರುತ್ತದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು ಜಾಲಗಳನ್ನು ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ತಯಾರಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚುಕ್ಕೆಗಳಿಂದ ತುಂಬಿರಿ.







ಹೀಗೆ ಆಡಿರಿ:

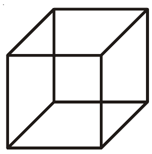
ನೀವು ನಿಮ್ಮ ಮಿತ್ರನೊಂದಿಗೆ ಇಬ್ಬರ ಬೆನ್ನುಗಳು ಅಂಟಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬರು ಒಂದು ತ್ರಿಮಿತಿಯ ಆಕಾರವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಜಾಲ ರೂಪವನ್ನು ಓದಿರಿ. ಎರಡನೆಯವರು ಅದನ್ನು ನಕಲು ಮಾಡಿ. ಚಿತ್ರಬರೆದು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕಾರವನ್ನು ತಯಾರಿಸಬೇಕು.

14.2 ಘನಾಕಾರ ರೂಪಗಳನ್ನು ಸಮತಲದ ಮೇಲೆ ಎಳೆಯುವುದು

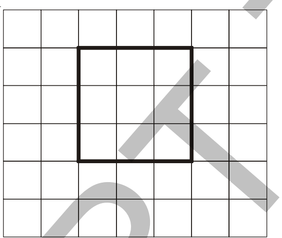
ನಾವು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವ ಕಾಗದ ಒಂದು ಸಮತಲ. ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಅದರ ಮೇಲೆ ಚಿತ್ರಿಸಿದಾಗ ವಿರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದುಕೇವಲ ದೃಶ್ಯಭ್ರಾಂತಿ ಮಾತ್ರ. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಒಂದು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕಾರವನ್ನು ಒಂದು ಸಮತಲ ಮೇಲೆ ಚಿತ್ರಿಸಲು ಎರಡು ಪದ್ದತಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ.

14.2.1 ಓರೆಯಾದ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳು (Oblique Pictures)

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚೌಕಘನದ ಚಿತ್ರ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಇದು ನಮಗೆ ಒಂದು ಘನದ ಶುದ್ಧ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನಾವು ಮುಂದೆಯಿಂದ ನೋಡಿದಾಗ ಕೊಡುತ್ತದೆ. ನಿಜಕ್ಕೆ ನಾವು ಘನದ ಎಲ್ಲಾ ಮುಖಗಳನ್ನು ನೋಡಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಒಂದು ಘನದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮವಾಗಿ ಇರುವಹಾಗೆ, ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮಾನವಲ್ಲ. ಆದರೂ ಅದನ್ನು ನೋಡಿದ ತಕ್ಷಣ ಅದು ಒಂದು ಘನ ವೆಂದು ಗುರ್ತಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇಂತಹ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಓರೆಯಾದ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

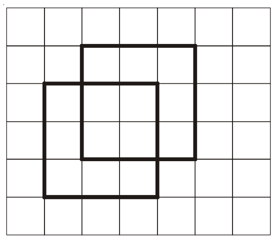


ಇಂತಹ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಎಳೆಯಬೇಕು? ಇವುಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವ ಪದ್ದತಿಯನ್ನು ಕಲಿತುಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಪ್ರಯತ್ನಮಾಡೋಣ. ಮೊದಲು ಚೌಕಳಿ ನಕ್ಷೆ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಸಾಧನೆ ಮಾಡಿದರೆ, ನಂತರ ಬಿಳಿ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಎಳೆಯಬಹುದು. ಈಗ ನಾವು 3x3x3 ಅಳತೆಯುಳ್ಳ (ಅಂದರೆ ಪ್ರತಿ ಅಂಚು 3 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು) ಒಂದು ಘನಕ್ಕೆ ಓರೆಯಾದ ರೇಖಾಚಿತ್ರ ನಿರ್ಮಾಣ ಮಾಡೋಣ



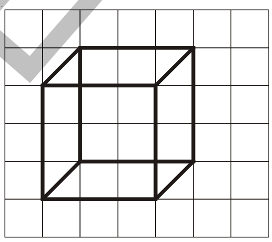
ಹಂತ 1

ಮೊದಲ ಒಂದು ಮುಖವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ



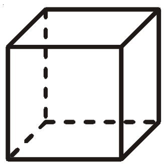
ಹಂತ 2

ಅದೇ ಅಳತೆಯಿಂದ ವಿರುದ್ಧ ಮುಖವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಪಕ್ಕಕ್ಕೆ ಎಳೆಯಿರಿ



ಹಂತ 3

ಸಂಬಂಧಿತ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಸೇರಿಸಿರಿ



ಹಂತ 4

ಈಗ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸದ ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಚುಕ್ಕೆ ಗೆರೆಗಳಿಂದ ಪುನಃ ಎಳೆಯಿರಿ ಇದೇ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಓರೆಯಾದ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರ

ಈ ಓರೆಯಾದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?

(i) ಮುಂದೆ ಮತ್ತು ಹಿಂದೆ ಇರುವ ಮುಖಗಳು ಒಂದೇ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

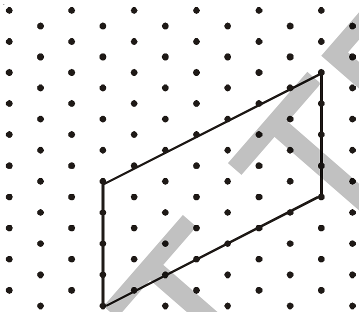
(ii) ಒಂದು ಘನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಚುಗಳು ಹೇಗೆ ಒಂದೇ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿರುತ್ತವೆಯೋ, ಅದೇರೀತಿಯಾಗಿ ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಅಳತೆಗಳು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಎಳೆಯದೇ ಹೋದರೂ ಅಂಚುಗಳೆಲ್ಲಾ ಸಮವಾಗಿರುವಂತೆ ಕಾಣಿಸುತ್ತವೆ.

ಈಗ ನೀವು ಒಂದು ಆಯತಘನದ ಓರೆ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ (ಹೀಗೆ ನಿರ್ಮಾಣಮಾಡುವಾಗ ಆಯತಘನದ ಮುಖಗಳು ಆಯತಗಳೆಂದು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)

ಕೊಟ್ಟ ಘನಗಳ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ಸಹ ನಾವು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು. ಹೀಗೆ ಎಳೆಯುವುದಕ್ಕೆ ನಮಗೆ ಒಂದೇ ಸಮಪ್ರಮಾಣದ ಬಿಂದು ಮಾಪನಬೇಕು. ಈಗ ನಾವು ಉದ್ದ 4 ಸೆ.ಮೀ ಅಗಲ 3 ಸೆ.ಮೀ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 3 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳುಳ್ಳ ಒಂದು ಆಯತ ಘನವನ್ನು ಒಂದೇ ಸಮಪ್ರಮಾಣದ ಅಳತೆಯುಳ್ಳ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಎಳೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬೇಕು.

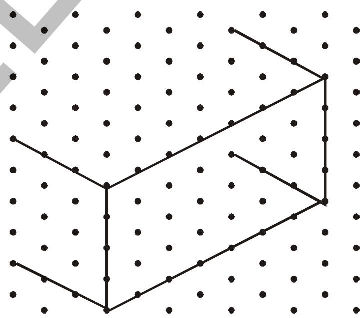
14.2.2 ಸಮ ಪ್ರಮಾಣದ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳು

ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದಕ್ಕೆ ನಾವು ಸಮಪ್ರಮಾಣದ ಬಿಂದು ಕಾಗದಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ಕಾಗದ ವೆಲ್ಲಾ ಚಿಕ್ಕ ಚಿಕ್ಕ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಆಕಾರಗಳು ಇರುವಂತೆ ಬಿಂದುಗಳು ಅಥವಾ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ನಾವು 4x3x3 ಅಳತೆಗಳ (ಎಂದರೆ ಉದ್ದ ಅಗಲ, ಎತ್ತರ ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು, 3 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು, 3 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು) ಆಯತ ಘನವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು.



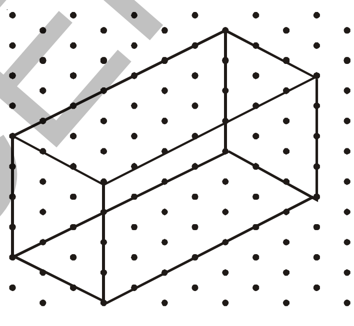
ಹಂತ 1

ಆಯತವನ್ನು ಮುಂದೆ ಮುಖ ತೋರಿಸುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ



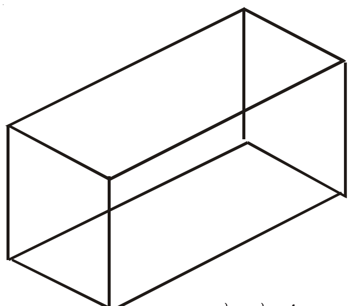
ಹಂತ 2

ಆಯತದಲ್ಲಿ 4 ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ನಾಲ್ಕು ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು 3ಯುನಿಟ್‌ಗಳ ಅಳತೆಯಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ



ಹಂತ 3

ಸಂಬಂಧಿತ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಜೋಡಿಸಿ

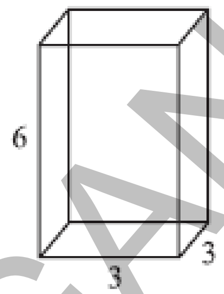


ಹಂತ 4

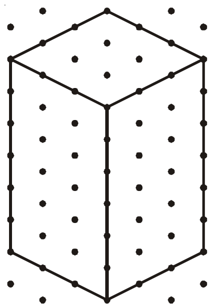
ಇದು ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಆಯತ ಘನದ ಒಂದು ತುಲ್ಯ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರ

ನೀವು ಸಮಪ್ರಮಾಣದ ರೇಖಾಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಖಚಿತವಾಗಿ ಸಮ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ ಎಂದು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಓರೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಯತಘನಕ್ಕೆ ಓರೆ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.ಇದಕ್ಕೆ ಸಮಪ್ರಮಾಣದ ರೇಖಾಚಿತ್ರವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



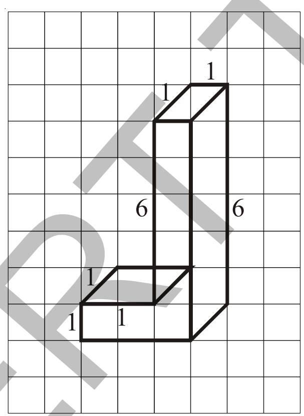
ಪರಿಹಾರ: ಇಲ್ಲಿ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 3 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು, 3 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು.



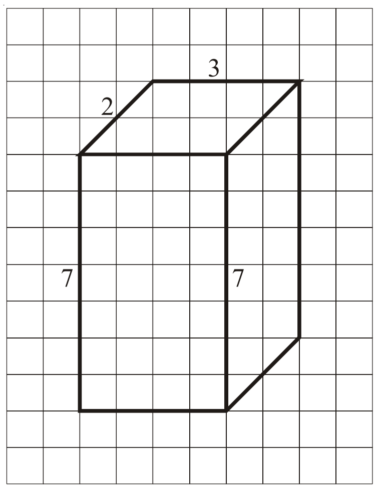
ಅಭ್ಯಾಸ – 3

1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಆಕಾರಗಳಿಗೆ ಸಮಪ್ರಮಾಣ ಬಿಂದುಕಾಗದವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಪ್ರಮಾಣದ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

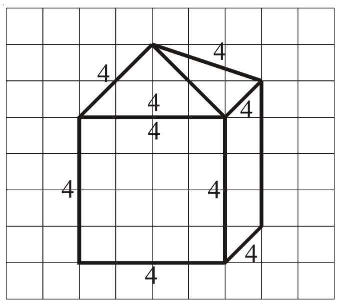
(i)



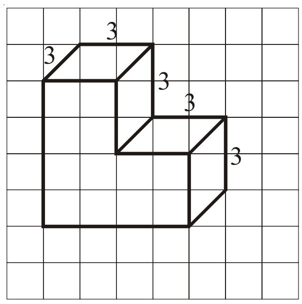
(ii)



(iii)



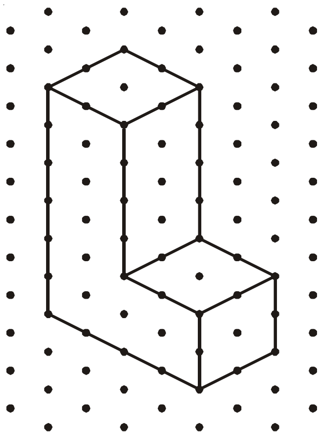
(iv)

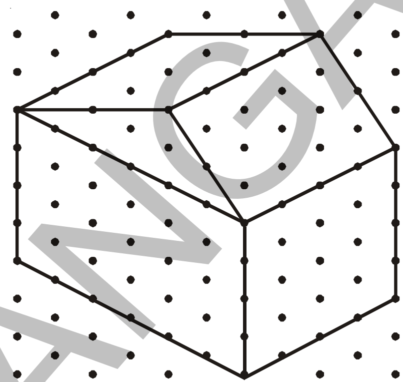


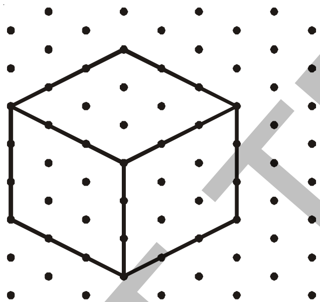
2. ಒಂದು ಆಯತ ಘನದ ಅಳತೆಗಳು 5ಸೆ.ಮೀ, 3 ಸೆ.ಮೀ ಮತ್ತು 2 ಸೆ.ಮೀ ಮೂರು ವಿಭಿನ್ನ ಸಮ ಪ್ರಮಾಣದ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

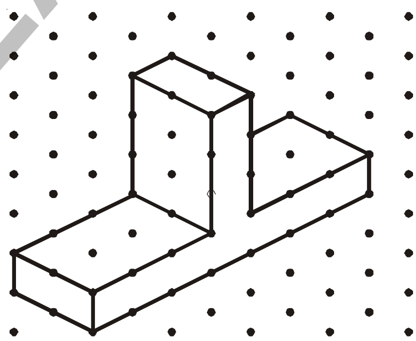
3. 2 ಸೆ.ಮೀ ಅಂಚುಗಳುಳ್ಳ ಮೂರು ಘನಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಇಡಲಾಗಿದೆ. ಆಗ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಆಯತ ಘನದ ಓರೆ ರೇಖಾಚಿತ್ರವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

4. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸಮಪ್ರಮಾಣದ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಓರೆ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

(i)


(ii)


(iii)


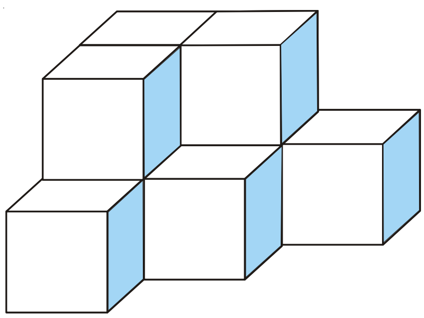
(iv)


5. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಓರೆ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಸಮ ಪ್ರಮಾಣದ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಎ) 5 ಸೆ.ಮೀ, 3 ಸೆ.ಮೀ, 2 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಗಳುಳ್ಳ ಒಂದು ಆಯತಘನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ (ಹೀಗೆ ನಿಮಗೆ ವಿಭಿನ್ನವಾದ ಚಿತ್ರ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆಯಾ ಆಲೋಚಿಸಿ)

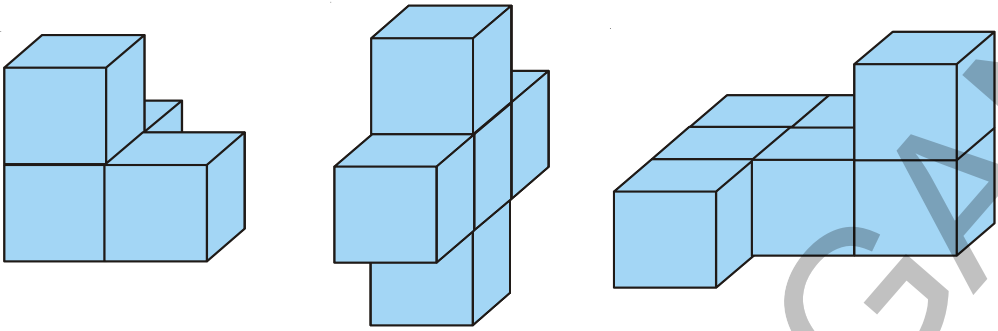
ಬಿ) ಅಂಚು 4 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯುಳ್ಳ ಚೌಕಘನ

14.3 ಘನವಸ್ತುಗಳ ಊಹಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.



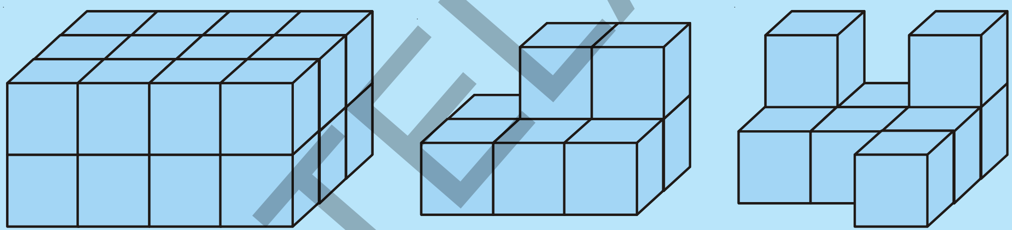
ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ, ಆಕಾರಗಳ ಜೋಡನೆ ಗಮನಿಸಿದರೆ, ಕೆಲವು ಆಕಾರಗಳು ಅಡಗಿಕೊಂಡು ನಿಮಗೆ, ಕಾಣಿಸದೇ ಇರಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಕೊಡಲಾಗಿವೆ. ಕೆಲವು ಘನಾಕೃತಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಇಡಿರಿ.



ಈಗ ನಿಮ್ಮ ಮಿತ್ರರನ್ನು ಆ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಮುಂದೆಯಿಂದ ಮಾತ್ರನೋಡಿ ನೀವು ಎಷ್ಟು ಘನಾಕೃತಿಗಳಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದ್ದಾರೆಂದು ಊಹಿಸಿ ಹೇಳಬೇಕೆನ್ನಿರಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:
ಕೆಳಗೆ ಏರ್ಪಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಘನಗಳಿವೆಯೋ ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿ ಹೇಳಿರಿ.

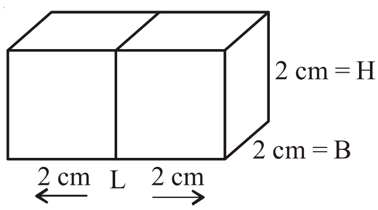


ಇಂತಹ ಊಹಾ ಚಿತ್ರಗಳು ಏರ್ಪಡಿಸುವುದರಿಂದ ನಿಮಗೆ ತುಂಬ ಉಪಯೋಗಕರ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ನೀವು ಕೆಲವು ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲೇ ಇಟ್ಟು ಒಂದು ಆಯತಘನ ತಯಾರುಮಾಡಿದ್ದೀರಿ ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ.ಆಯತಘನಕ್ಕೆ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ನೀವು ಎಷ್ಟು ಇರುತ್ತವೆಯೋ ಅಂದಾಜು ಮಾಡಬಲ್ಲಿರಿ.

ಉದಾ 2: 2 ಸೆ.ಮೀ x 2 ಸೆ.ಮೀ x 2 ಸೆ.ಮೀ ಅಳತೆಯುಳ್ಳ ಎರಡು ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕಕ್ಕೆ ಇಟ್ಟಾಗ ಏರ್ಪಡುವ ಆಯತ ಘನದ ಅಳತೆಗಳು ಎಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ : ಎರಡು ಘನಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕಕ್ಕೆ ಇಟ್ಟಾಗ ಕೇವಲ ಉದ್ದ ಮಾತ್ರವೇ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆಂದು ನೀವು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ.

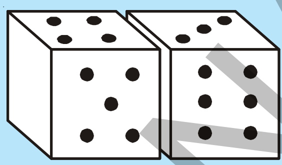


ಉದ್ದ = 2 + 2 = 4 ಸೆ.ಮೀ

ಅಗಲ = 2 ಸೆ.ಮೀ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 2 ಸೆ.ಮೀ

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ

1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಎರಡು ಘನಾಕಾರ ದಾಳಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕ ಪಕ್ಕದಲ್ಲೇ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕೊಟ್ಟ ಮುಖಗಳಿಗೆ ವಿರುದ್ಧ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? i) 5 + 6 ii) 4 + 3



2 ಸೆ.ಮೀ ಅಂಚುಗಳುಳ್ಳ ಮೂರು ಸಮಘನಾಕಾರದ ದಾಳಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಒಂದು ಆಯತಘನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಓರೆ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರ ಎಳೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

114.3.3 ಒಂದು ಘನದ ವಿವಿಧ ಭಾಗಗಳನ್ನು ನೋಡುವುದು

ಈಗ ನಾವು ಒಂದು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ನೋಡಬಹುದೋ ನೋಡೋಣ.

14.3.1 (ಅ) ಕೊಟ್ಟ ವಸ್ತುವನ್ನು ಅಡ್ಡವಾಗಿ ತೆಳುವಾದ ಹೋಳುಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿ ನೋಡುವ ಒಂದು ಪದ್ದತಿ. ಹೋಳುಮಾಡುವ ಆಟ

ಒಂದು ಬ್ರೆಡ್‌ನ್ನು (bread) ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದು ಒಂದು ಆಯ ಘನಾಕೃತಿಯಾಗಿದ್ದು ಮುಖಮಾತ್ರ ಚೌಕಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಇದನ್ನು ಚಾಕುವಿನಿಂದ ಅಡ್ಡವಾಗಿ ಹೋಳು ಮಾಡಿರಿ.

ಅಡ್ಡವಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ನಿಮಗೆ ಅನೇಕ ಹೋಳುಗಳು ಏರ್ಪಡುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿ ಸೀಳಿನ ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರವಾಗಿದ್ದ ಮುಖವನ್ನು ಒಟ್ಟು ಬ್ರೆಡ್‌ನ 'ಅಡ್ಡ ಸೀಳಿಕೆ' ಎನ್ನುವರು. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬ್ರೆಡ್ಡಿನ ಅಡ್ಡ ಸೀಳಿಕೆ ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಚೌಕ.

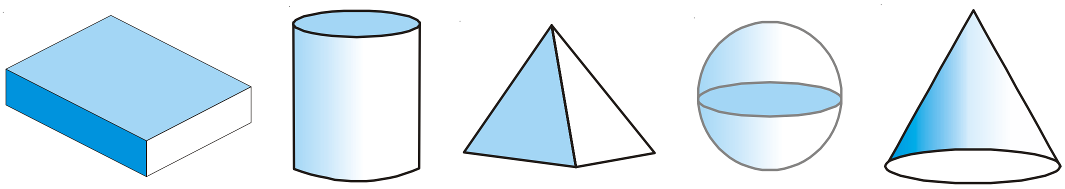
ಎಚ್ಚರ ! ನೀವು ಹೋಳು ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೆ ಆಗ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಅಡ್ಡ ಸೀಳಿಕೆ ಬೇರೆ ಯಾಗಿರಬಹುದು. ಆ ಅಡ್ಡ ಸೀಳಿಕೆಯ ಅಂಚು ಒಂದು ಸಮತಲ ವಕ್ರ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆಂದು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?

ಅಡಿಗೆ ಮನೆ ಆಟ:

ನೀವು ಅಡುಗೆಮನೆಯಲ್ಲಿ ಅಡುಗೆ ಮಾಡುವಾಗ ಕೆಲವು ತರಕಾರಿಗಳನ್ನು ಹಚ್ಚುವಾಗಿ ಏರ್ಪಡುವ ಅಡ್ಡ ಸೀಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ? ವಿವಿಧ ತರಕಾರಿಗಳ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಅಡ್ಡ ಸೀಳಿಕೆಯನ್ನು ಅವುಗಳ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿರಿ:

1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಜೇಡಿಮಣ್ಣಿನಿಂದ ತಯಾರುಮಾಡಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡವಾಗಿ ಅಥವಾ ಉದ್ದವಾಗಿ ಸೀಳಿಸಿ ಹೀಗೆ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಸೀಳಿಕೆಗಳಿಗೆ ಚಿತ್ರ ಬರೆದು ತಿಳಿದ ಆಕಾರಗಳಿಗೆ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

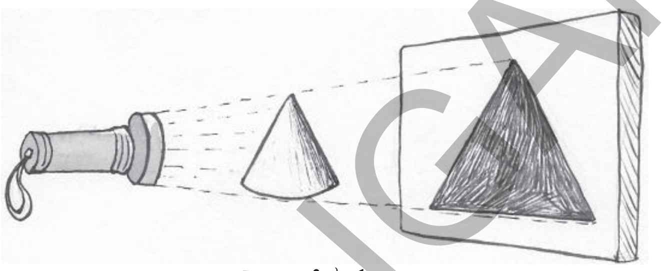


2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡ ಸೀಳಿಕೆ ಮತ್ತು ಉದ್ದ ಸೀಳಿಕೆ ಮಾಡಿದರೆ ಏರ್ಪಡುವ ಆಕೃತಿಗಳೇನು?
ಎ) ಒಂದು ಇಟ್ಟಿಗೆ ಬಿ) ಒಂದು ದುಂಡಾಗಿರುವ ಸೇಬು ಸಿ) ಒಂದು ದಾಳ
ಡಿ) ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರ ಪಾದದ ಸ್ತಂಭಾಕಾರವೃತ್ತ ಇ) ಶಂಕು ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಐಸ್‌ಕ್ರೀಮ್ ಕಪ್ಪು

14.3.1 (ಆ) ನೆರಳಿನಿಂದ ಆಡುವ ಇನ್ನೊಂದು ಪದ್ಧತಿ:

ನೆರಳಿನಿಂದ ಆಟ :

ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕಾರಗಳು ಹೊಂದಿರುವ ವಸ್ತುಗಳು ಎರಡು ಆಯಾಮದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ನೋಡುವುದಕ್ಕೆ ಅವುಗಳ ನೆರಳು ಬಹಳ ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದೆ. ನೀವು ಎಂದಾದರೂ ನೆರಳಿನ ಆಟ ನೋಡಿದ್ದೀರಾ (ತೊಗಲು ಗೊಂಬೆ ಆಟ).


ಚಿತ್ರ–1

ಕಾಂತಿಯ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಕದಲಿಸುತ್ತಾ ನೆರಳು ಕದಲುವುದೆಂದು ಭ್ರಮೆ ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಒಂದು ವಿಧವಾದ ಮನೋರಂಜನೆ ಸಾಧನೆ ಈ ನೆರಳಿನ ಆಟ. ಇದರಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಭಾವನೆಗಳು ಪರೋಕ್ಷವಾಗಿ ವಿನಿಯೋಗಿ ಸಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಕೃತ್ಯವನ್ನು ಮಾಡುವದಕ್ಕೆ ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಕಾಂತಿ ಜನಕವು ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಘನಾಕಾರ ವಸ್ತುಗಳುಬೇಕು. ನಮಗೆ ಓವರ್ ಹೆಡ್ ಪ್ರೊಜೆಕ್ಟರ್ ಸದುಪಾಯವಿದ್ದರೆ ಘನವಸ್ತುಗಳನ್ನು ದೀಪದ ಕೆಳಗೆ ಇಟ್ಟು ಪರಿಶೋಧನೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಟಾರ್ಚ್‌ಲೈಟ್ ಕಾಂತಿಗೆ ಎದುರಾಗಿ ಒಂದು ಶಂಕುವನ್ನು ಇಟ್ಟರೆ ಪರದೆಯ ಮೇಲೆ ಯಾವ ವಿಧವಾದ ನೆರಳು ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ? (ಚಿತ್ರ 1)

ಘನಾಕೃತಿ ವಸ್ತು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಆದರೆ ನೆರಳನ್ನು ಕುರಿತು ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ? ಶಂಕುವಿನ ಬದಲಾಗಿ ಒಂದು ಚೌಕಘನವನ್ನು ಇಟ್ಟರೆ ಯಾವ ವಿಧವಾದ ನೆರಳು ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ?

ಕಾಂತಿ ಜನಕದ ಸ್ಥಾನವನ್ನು, ಘನಾಕಾರ ವಸ್ತುವಿನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಿಸುತ್ತಾ ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ. ಏರ್ಪಟ್ಟ ನೆರಳುಗಳಲ್ಲಿ ವಸ್ತುಗಳ ಆಕಾರಗಳು ಪರಿಮಾಣಗಳ ಮೇಲೆ ಯಾವ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾವಣೆಯ ಪ್ರಭಾವ ವಿದೆಯೆಂದು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿರಿ.

ನೀವು ಈಗಾಗಲೆ ಈ ವಿನೋದಾತ್ಮಕ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರುತ್ತೀರಿ.

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ,ಒಂದು ಗ್ಲಾಸನ್ನು (ಲೋಟ) ಸೂರ್ಯಕಿರಣಗಳ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಇಡಿರಿ ನೆರಳು ಹೇಗೆ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಮಧ್ಯಾಹ್ನ, ಸಾಯಂಕಾಲ ಏರ್ಪಡುವ ನೆರಳುಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆಯಾ?

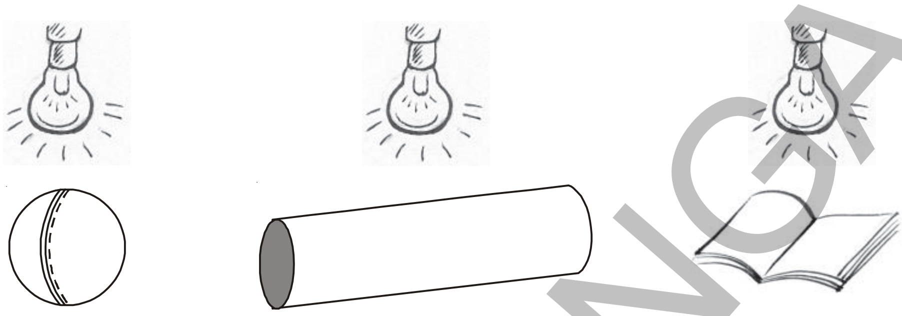
ಎ) ಮಧ್ಯಾಹ್ನ

ಬಿ) ಸಾಯಂಕಾಲ

ಸೂರ್ಯ ಇರುವ ಸ್ಥಾನವು ಮತ್ತು ನೋಡುವ ಕಾಲವನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ನೆರಳುಗಳ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 4

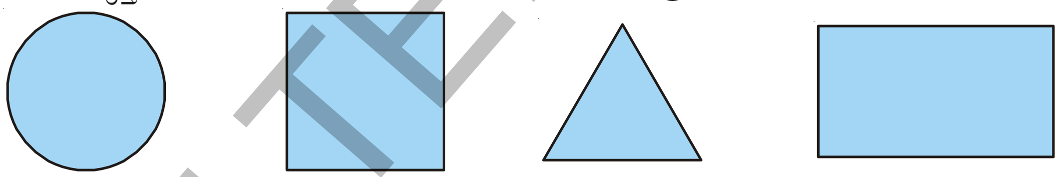
1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಘನಾಕಾರ ವಸ್ತುಗಳ ಮೇಲೆ ವಿದ್ಯುತ್ ಬಲ್ಬು ಕಾಂತಿ ಬೆಳಗುತ್ತಿದೆ. ಆಗ ಏರ್ಪಡುವ ನೆರಳಿನ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ, ಆ ನೆರಳಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ (ಮೊದಲು ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ನಂತರ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸಮಾಧಾನ ಬರೆಯಿರಿ)



ಒಂದು ಚೆಂಡು   ಒಂದು ಸ್ತಂಭಾಕಾರದ ಕೊಳವೆ   ಒಂದು ಪುಸ್ತಕ

2. ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಓವರ್ ಹೆಡ್‌ಪ್ರೊಜೆಕ್ಟರ್ ದೀಪದ ಕೆಳಗೆ ಇಟ್ಟಾಗ ಬಿದ್ದ ನೆರಳುಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ನೆರಳು ಏರ್ಪಡುವುದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾದ ಮೂರು ಆಯಾಮದ ವಸ್ತುವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ (ಇವುಗಳಿಗೆ ಅನೇಕ ಸಮಾಧಾನಗಳು ಇರಬಹುದು)

ಒಂದು ವೃತ್ತ   ಒಂದು ಚೌಕ   ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ   ಒಂದು ಆಯತ



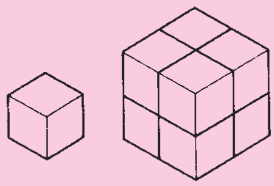
(i)   (ii)   (iii)   (iv)

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು :

- ಮೂರು ಆಯಾಮದ ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ದ್ವಿಮಿತಿಯ ತಳದ ಮೇಲೆ ಎಂದರೆ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಅವುಗಳ ಜಾಲ ರೂಪಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದರಿಂದ ಊಹಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಬಹುದು.
- ಓರೆ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ತುಲ್ಯ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ತ್ರಿಮಿತಿಯ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡಿಸಬಹುದು.

ಘನದಿಂದ ತಮಾಷೆ :

ಒಂದು ಘನವನ್ನು ಇನ್ನು ಏಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದ ಘನಗಳ ಜೊತೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಘನವನ್ನು ಅದರ ಅಂಚು 2 ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಿರುವಂತೆಪಡೆಯಬಹುದು.ಇದೇರೀತಿಯಾಗಿ ಅಂಚು 3 ಯುನಿಟ್‌ಗಳು ಇರುವಂತಹ ಒಂದು ಘನವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಎಷ್ಟು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದ ಘನಗಳುಬೇಕು.

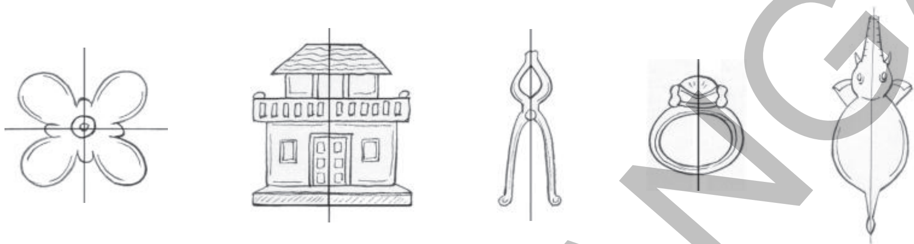


ಸಮಮಿತಿ

15

15.0 ಪರಿಚಯ:

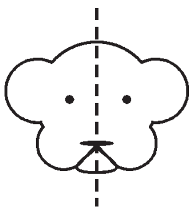
ನಿಮ್ಮ ಪರಿಸರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ, ಎಷ್ಟೋ ವಸ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಅಂತಹ ಕೆಲವು ವಸ್ತುಗಳು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ.



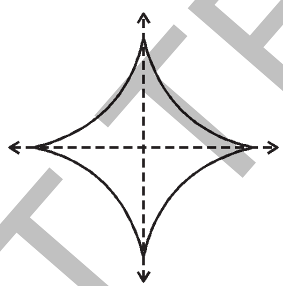
ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಒಂದುರೇಖೆಯಿಂದ ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ (ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದರ ಮೇಲೆ ಐಕ್ಯವಾಗುವ ಭಾಗಗಳಾಗಿ) ವಿಭಜಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಇವೆಲ್ಲವೂ ಸಮಮಿತಿ ಚಿತ್ರಗಳು.

15.1 ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ ಅಥವಾ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷ

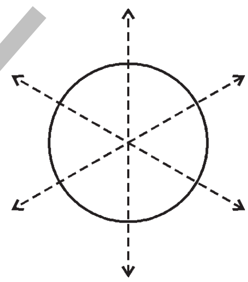
ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ, ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಪಾರದರ್ಶಕ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಎಳೆಯಿರಿ.



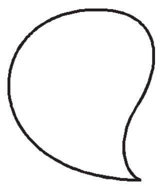
ಚಿತ್ರ–1



ಚಿತ್ರ–2



ಚಿತ್ರ–3



ಚಿತ್ರ–4

ಚಿತ್ರ (1) ರಲ್ಲಿ ಚುಕ್ಕೆ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ನೇರವಾಗಿ ಮಡಚಿದಾಗ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ವಿಭಾಗಗಳು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ ಅಥವಾ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತವೆ. 2, 3, 4 ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ ಇದು ಸತ್ಯವೆ? ಇನ್ನು ಚಿತ್ರ (2) ನ್ನು ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಮಡಚಬಹುದು, ಚಿತ್ರ (3) ರಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ರೇಖೆಮೇಲೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಮಡಚಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಚಿತ್ರ (4) ರಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಭಾಗಗಳು ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಇದೇರೀತಿಯಾಗಿ ಮಾಡಬಲ್ಲಿರಾ?

ಚಿತ್ರ 1, 2, 3 ಗಳು ಚುಕ್ಕೆ ಗೆರೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಮಡಚಿದಾಗ ಎರಡು ವಿಭಾಗಗಳು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಸರಿಯಾಗಿ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇವಗಳಿಗೆ ಸಮಮಿತಿರೇಖೆ ಹೊಂದಿವೆ ಎನ್ನಬಹುದು.

ಒಂದು ಚಿತ್ರವನ್ನು ಎರಡು ಸರ್ಮಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವಂತೆ ಚಿತ್ರದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ರೇಖೆಯನ್ನು ಆ ಚಿತ್ರದ ಸಮಮಿತಿರೇಖೆ ಅಥವಾ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷ ಎನ್ನುವರು.

ಕೆಲವು ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಿಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳು ಇರುಬಹುದು.

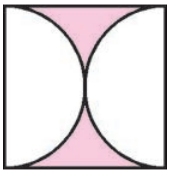
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

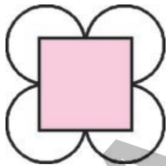
1. ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಕೆಲವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.
2. ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಐದು ಮಾನವ ನಿರ್ಮಿತ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 1

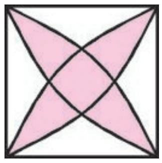
1. ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಚಿತ್ರಗಳು ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಸಮಮಿತಿ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಷ್ಟು ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

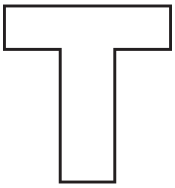

(i)

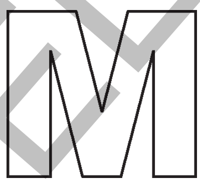

(ii)

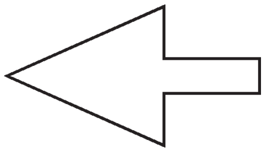

(iii)

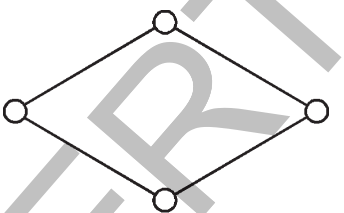

(iv)

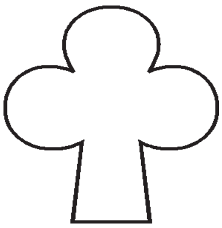

(v)


(vi)

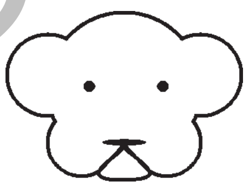

(vii)

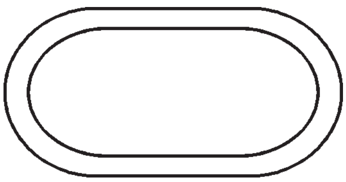

(viii)

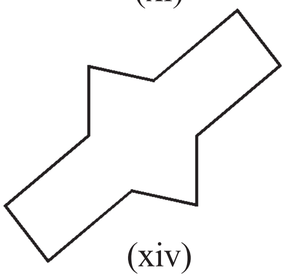

(ix)

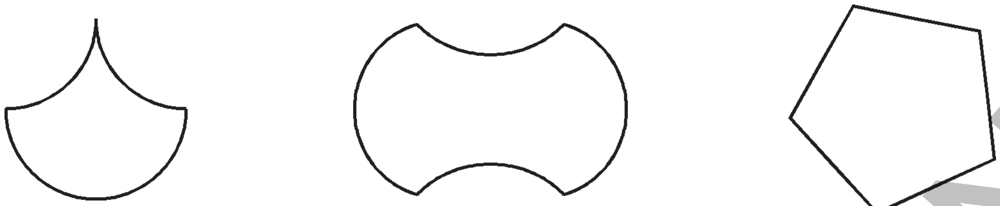

(x)

(xi)

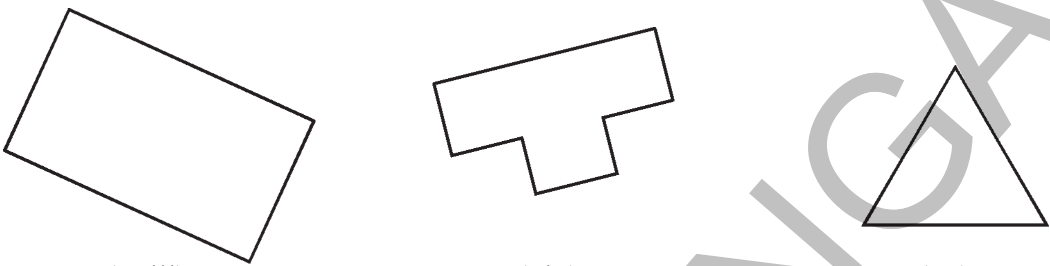

(xii)


(xiii)

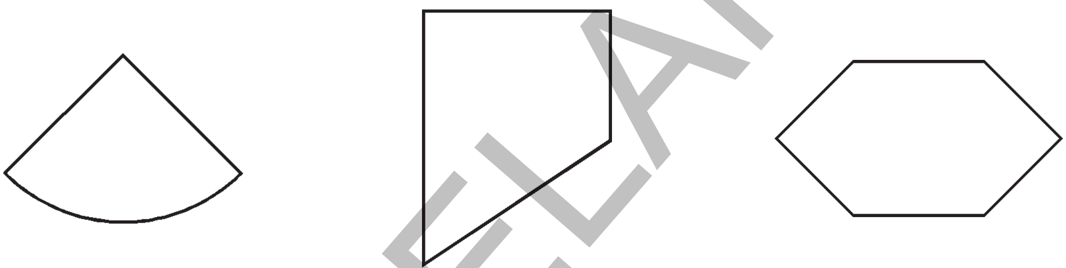

(xiv)



(xv) (xvi) (xvii)



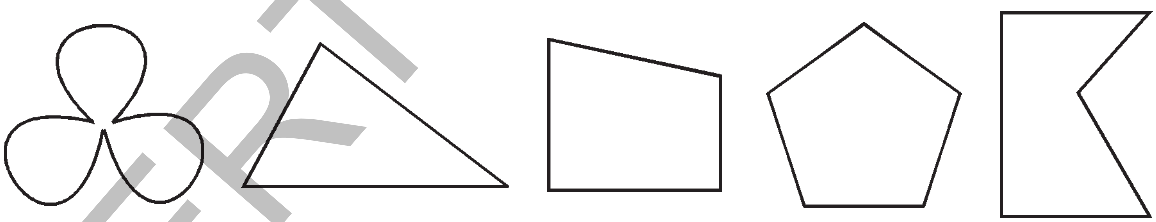
(xviii) (xix) (xx)



(xxi) (xxii) (xxiii)

15.1.1 ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷ

ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ



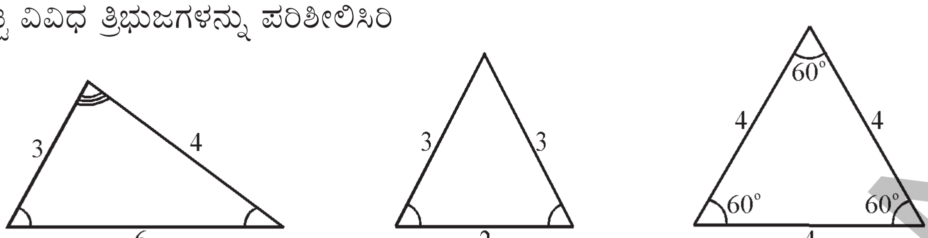
ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆಗೂ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ತುಂಬಿದ ಸಂವೃತ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

ಮೂರಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಕನಿಷ್ಟ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ವಿವಿಧ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ

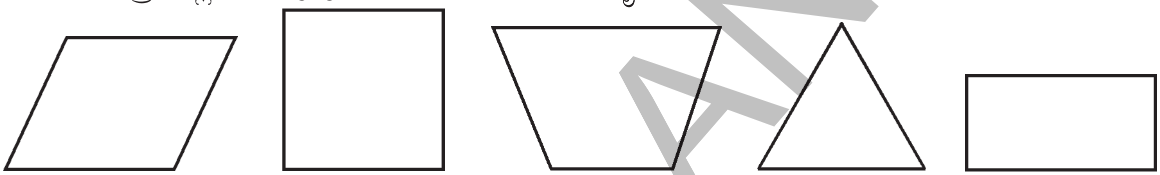


ಚಿತ್ರ–1 ಚಿತ್ರ–2 ಚಿತ್ರ–3

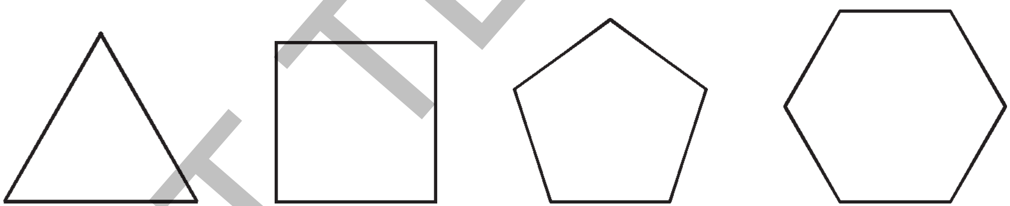
ಚಿತ್ರ 3 ರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಇದನ್ನು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

"ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು ಸಮಕೋನೀಯವಾಗಿಯೂ ಮತ್ತು ಸಮಬಾಹುಗಳು ಉಳ್ಳದ್ದಾಗಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಎನ್ನುವರು".

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು



ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಚೌಕ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಆಯತ



ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಚೌಕ ನಿಯಮಿತ ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿ ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ

ಪರಿಶೀಲನಾಂಶಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ

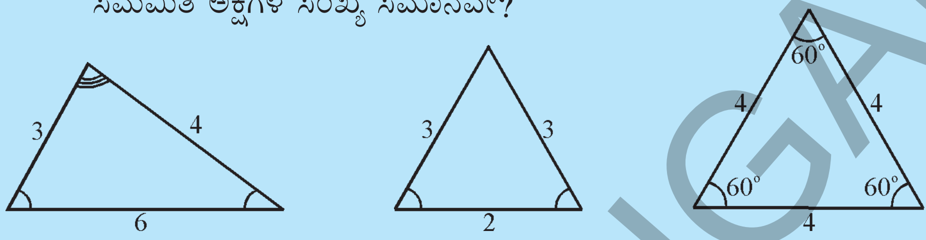
ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು	ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
ತ್ರಿಭುಜ	3	3
ಚೌಕ		
ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿ		
ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ		

ಮೇಲಿನ ಕೃತ್ಯಗಳಿಂದ ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗೆ ಮತ್ತು ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು? ಕೃತ್ಯದಲ್ಲಿ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವೆಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತಿದೆ.

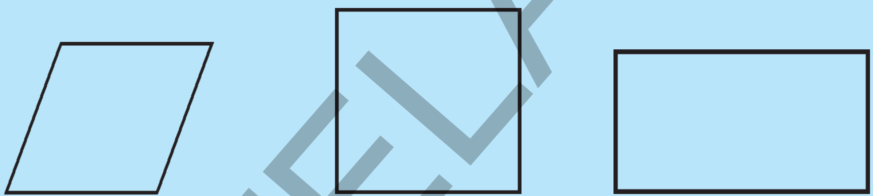
ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಎಳೆದು, ಕತ್ತರಿಸಿ ಮಡಚುವುದರಿಂದಲೂ ಸಹ ಮೇಲಿನ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಋಜು ಮಾಡಬಹುದು.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

1. ವಿವಿಧ ಪ್ರಕಾರದ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಾನವೇ?



2. ವಿವಿಧ ಪ್ರಕಾರಗಳ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾನವೇ? ಯಾವ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಇವೆ?

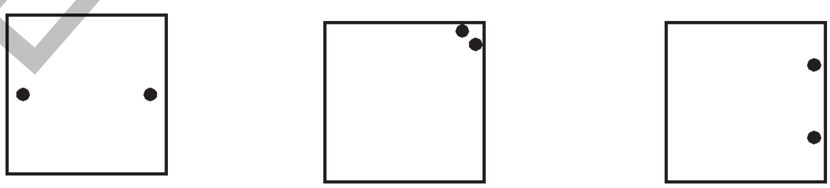


ಸೂಚನೆ: ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಎಳೆದು ಕತ್ತರಿಸಿ, ಮಡಚುವ ಮೂಲಕ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

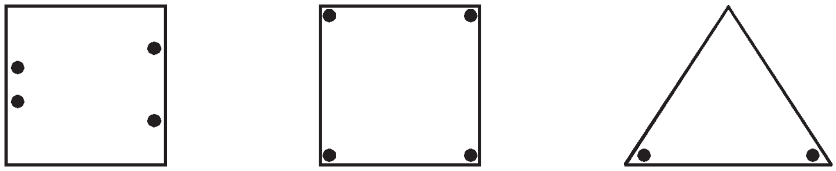
3. ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಂದರ್ಭಗಳದಿಂದ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಿವೆ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದಾ?

ಅಭ್ಯಾಸ –2

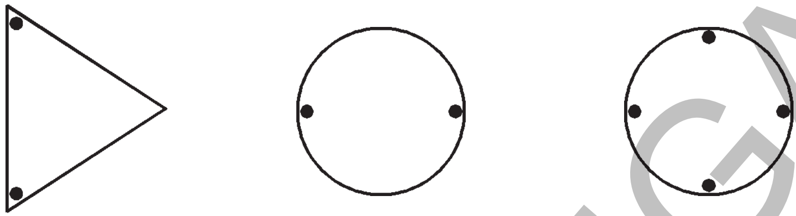
1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ, ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದ ಅಕ್ಷವು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ಇರಬೇಕು.



(i) (ii) (iii)

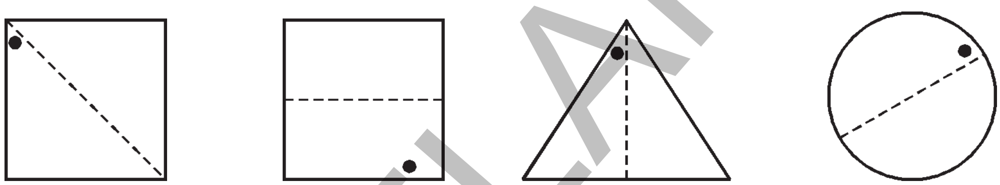


(iv) (v) (iv)



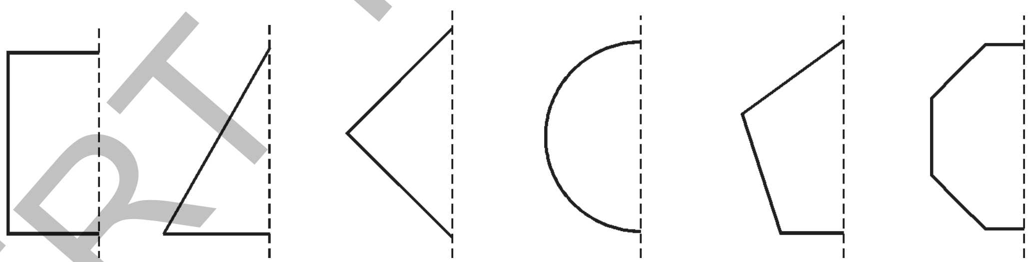
(vii) (viii) (ix)

2. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಚುಕ್ಕೆಯನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.



(i) (ii) (iii) (iv)

3. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಸಂಪೂರ್ಣ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ರೇಖೆಯಿಂದ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಚುಕ್ಕೆಯ ರೇಖೆಗಳ ಹೊಂದಿಕೊಂಡಂತೆ ಕನ್ನಡಿಯ ಮುಖಾಂತರ ಪ್ರತಿಬಿಂಬವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿ. ನೀವು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿದ ಚಿತ್ರದ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ!



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

4. ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸತ್ಯವೋ, ಅಲ್ಲವೋ ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

i) ಪ್ರತಿ ಆವೃತ ಚಿತ್ರವು ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ( )

ii) ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷವುಳ್ಳ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಸಮಮಿತಿ ಚಿತ್ರ ಎನ್ನುವರು. ( )

iii) 10 ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಅಕ್ಷರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ( )

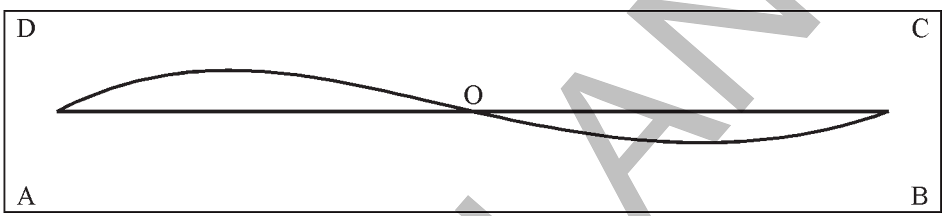
5. ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದಕ್ಕೆ ಸಾಧ್ಯವಾದ ಎಲ್ಲಾ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಪ್ರತಿ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಮಧ್ಯಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಈ ನಿಯಮ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆಯಾ.

15.2 ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ

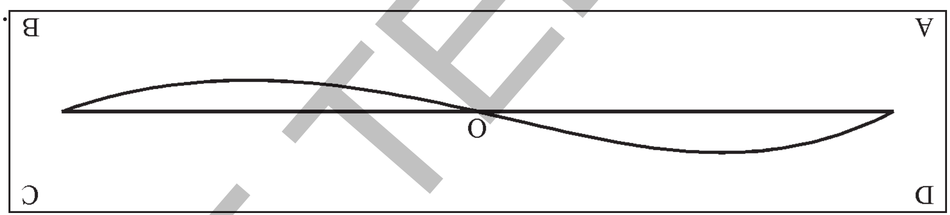
ಕೃತ್ಯ 1: ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ನಕಲು ಮಾಡಿ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಕಾಗದಗಳನ್ನು ಮಡುಚುವುದರಿಂದ ಎರಡು ವಿಭಾಗಗಳು ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ. ಈ ಚಿತ್ರ ಸಮಮಿತಿ ಚಿತ್ರವೇ?

ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ವಿವಿಧ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧವಾಗಿ ಹೊಂದಿಸಿನೋಡೋಣ. ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಒಂದು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಎಳೆದು **'O'** ಬಿಂದುವನ್ನು ಚಿತ್ರದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಮೂಲೆಗಳನ್ನು A, B, C, D ಗಳಾಗಿ ಚಿತ್ರ (1) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.



'O' ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ಚಿತ್ರವನ್ನು 180^oಯಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಿ (ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿರಿ)



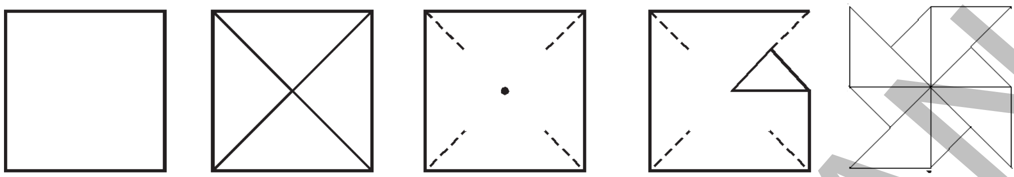
ಚಿತ್ರ–2

ಚಿತ್ರ (2) ರಲ್ಲಿ ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತಿದ್ದೀರಿ, ಚಿತ್ರ (2) ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ (1) ರಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಇದೆಯೇ? ಭ್ರಮಣಮಾಡುವುದರಿಂದ A, B, C, D ಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳು ಸ್ಥಾನ ಪಲ್ಲಟವಾಗಿವೆ. ಆದರೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಕಾಣುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ "ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ" ಇದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಕೃತ್ಯ 2: ಗಾಳಿಮರ ತಯಾರು ಮಾಡೋಣ

- ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.
- ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಕೊಂಡಂತೆ ಮಡಚಿರಿ
- ಹಾಳೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಶೃಂಗದಿಂದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಕ್ಕೆ ನಾಲ್ಕನೇ ಒಂದು ಭಾಗದೂರದವರೆಗೆ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ.
- ಕತ್ತರಿಸಿದ ಮೂಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಟ್ಟು ಮತ್ತೊಂದು ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಮಧ್ಯಕ್ಕೆ ಮಡಚಿರಿ.
- ಎಲ್ಲಾ ಮಡಚಿದ ಕೊನೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತಾ ಹಾಳೆಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ಮುಖಾಂತರ ಒಂದು ಗುಂಡು ಪಿನ್ನನ್ನು ಒಂದು ಕಟ್ಟಿಗೆಗೆ ಚುಚ್ಚಿರಿ.

- ಈಗ ಗಾಳಿಮರವನ್ನು ಬೀಸುವ ಗಾಳಿಗೆ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಇಡಿರಿ. ಅದು ಎಷ್ಟು ವೇಗದಿಂದ ಚಲಿಸುತ್ತದೆಯೋ ಗಮನಿಸಿರಿ.

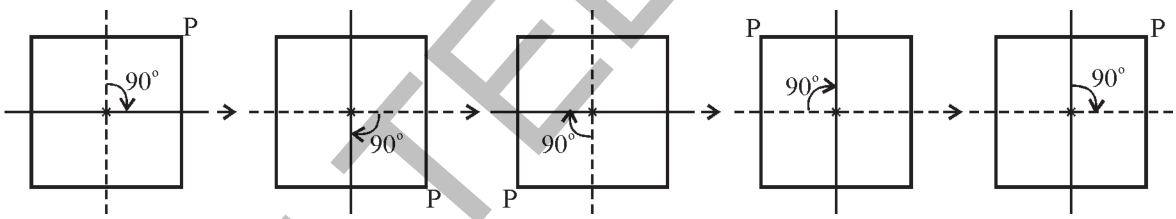


ಈಗ ನಾವು ಈ ಗಾಳಿಮರವನನ್ನು 90^0 ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿರಿ. ಗಾಳಿಮರ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಯಾವ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡು ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಗಾಳಿಮರ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ಮುಖಾಂತರ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನಿಶ್ಚಿತವಾದ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದರೆ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಚಿತ್ರ ಮೊದಲನೆ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಸರ್ವಸಮವಾದರೆ, ಆ ಚಿತ್ರ "ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ" ಹೊಂದಿದೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

15.2.1 ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನ (Angale of Rotation Symmetry)

ಚೌಕಕ್ಕೆ ರೇಖೀಯ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು, ಅದಕ್ಕೆ 4 ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಇರುತ್ತವೆಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು ಅಲ್ಲವೇ ಈಗ ಚೌಕಕ್ಕೆ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಇದೆಯೋ, ಇಲ್ಲವೋ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ, ಚಿತ್ರ (1) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಚೌಕದ ಒಂದು ಶೃಂಗಕ್ಕೆ 'P' ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸಿ, ಚೌಕಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ–1 ಚಿತ್ರ–2 ಚಿತ್ರ–3 ಚಿತ್ರ–4 ಚಿತ್ರ–5

ಚಿತ್ರ 1 ಚೌಕದ ಮೊದಲ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಚೌಕವನ್ನು ಅದರ ಕೇಂದ್ರದೊಂದಿಗೆ 90^0 ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿರಿ ಅಂದರೆ 1/4 ಭಾಗ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿರಿ. ಈಗ ಚಿತ್ರ (2) ರ ಸ್ಥಿತಿ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಬಿಂದು 'P' ಯ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ. ಎರಡನೆ ಬಾರಿ 90^0 ಯಲ್ಲಿ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದರೆ ಚಿತ್ರ (3) ರ ಸ್ಥಿತಿ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ನಾಲ್ಕು ಬಾರಿ ಕಾಲುಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಥವಾ 90^0 ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದಾಗ ಚಿತ್ರ (5) ರ ಸ್ಥಿತಿ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ 'P' ಮೊದಲನೆ ಸ್ಥಿತಿಗೆ ಬರುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ 90^0 ಭ್ರಮಣಕ್ಕೆ ಚೌಕದ ಸ್ಥಿತಿ ಮೊದಲನೆಯ ಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು 'P' ನ ಬದಲಾವಣೆಯ ಸ್ಥಿತಿಯಿಂದ ನೋಡಬಹುದು.

ಮೇಲಿನ ಕೃತ್ಯದಿಂದ ಚೌಕವು 90^0 180^0, 270^0 360^0 ಭ್ರಮಣಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದಾಗ ಏರ್ಪಡುವ ಸ್ಥಿತಿಗಳು ಚಿತ್ರ 2, ಚಿತ್ರ 3, ಚಿತ್ರ 4, ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 5 ರಂತೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿತ್ರವು ಚಿತ್ರ (1) ನ್ನು ಹೋಲುವಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಟ ಕೋನ 90^0 ಯನ್ನು ಚೌಕದ "ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನ" ಎನ್ನುವರು.

"ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಚಿತ್ರವನ್ನು ಒಂದು ಕನಿಷ್ಟ ಕೋನದಿಂದ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಮೊದಲನೆ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಹೋಲುವಂತೆ ಇರುತ್ತದೆಯೋ ಆ ಕೋನವನ್ನು ಆ ಚಿತ್ರದ "ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನ" ಅಥವಾ "ಭ್ರಮಣಕೋನ" ಎನ್ನುವರು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ

1. ಚೌಕದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನವೆಷ್ಟು?
2. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನವೆಷ್ಟು?
3. ವೃತ್ತದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನವೆಷ್ಟು?

15.2.2 ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮ (Order of Rotational Symmetry)

ಮೇಲಿನ ಕೃತ್ಯದಿಂದ ಚೌಕದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನ 90^0 ಎಂದು ತಿಳಿದು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ.ಹಾಗೆಯೇ ಚೌಕದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನವನ್ನು 4 ಬಾರಿ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದಾಗ ಅದು ಯಥಾಸ್ಥಿತಿಗೆ ಬರುತ್ತದೆಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಚೌಕದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ ಅಥವಾ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಶ್ರೇಣಿ 4 ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನ 120^0 ಅಂದರೆ ಸಮಬಾಹುತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿಗೆ 120^0ಯಂತೆ 3 ಬಾರಿ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದಾಗ ಅದು ತನ್ನ ಮೊದಲ ಸ್ಥಿತಿಗೆ ಬರುತ್ತದೆಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಕ್ರಮ 3.

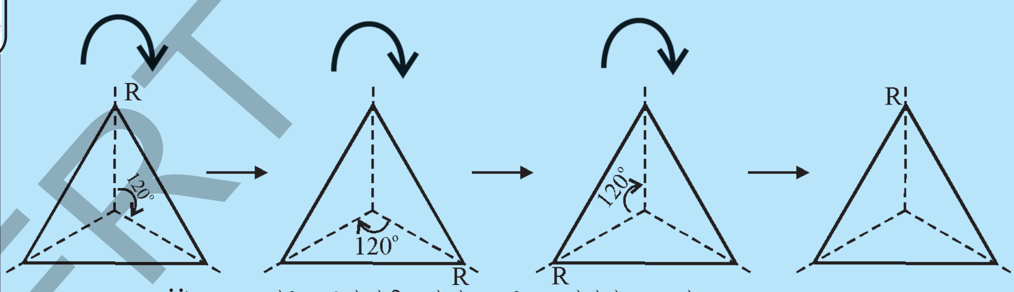
ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಒಂದು ಚಿತ್ರವನ್ನು, ಅದರ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನದಮುಖಾಂತರಎಷ್ಟುಬಾರಿ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದರೆ ಅದುತನ್ನ ಮೊದಲನೆ ಸ್ಥಿತಿಗೆ ಬರುತ್ತದೆಯೋ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆ ಚಿತ್ರದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಶ್ರೇಣಿ ಅಥವಾ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ ಎಂದು ನಿರ್ವಚಿಸಬಹುದು.

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಹೀಗೆ ನಿರ್ಧರಿಸೋಣ.

- ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದುವು ಭ್ರಮಣಕೇಂದ್ರ
- ಚೌಕದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನವು 90^0
- ಚೌಕದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ 4

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ:

1) i) ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ii) ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳು ಎಷ್ಟು?

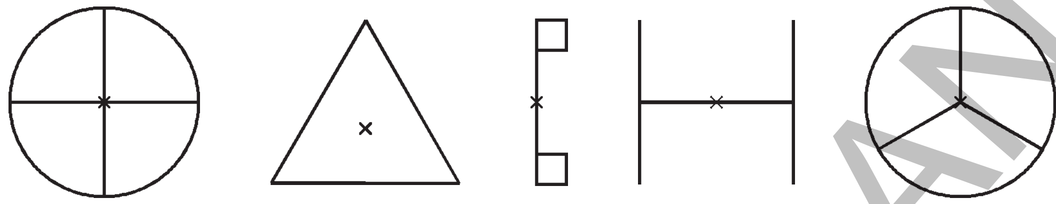
iii) ಪ್ರತಿ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಮಧ್ಯಕೋನ ಎಷ್ಟು?

2) ನಿಮ್ಮ ಪರಿಸರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಐದು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಸೂಚನೆ: ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರ 360^0ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದಾಗ ಅದು ಅದರ ಮೊದಲನೆಯ ಸ್ಥಿತಿಯೊಂದಿಗೆ ಸರ್ವ ಸಮತೆಯನ್ನುಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅದರ ಕ್ರಮ '1' ಆಗಿ ಭ್ರಮಣ ಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಾರದು.ಯಾವುದೇ ಚಿತ್ರದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇದ್ದಾಗ (ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನ 360^0 ಕ್ಕಿಂತಕಡಿಮೆ ಇದ್ದಾಗ) ಮಾತ್ರವೇ ಆ ಚಿತ್ರದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

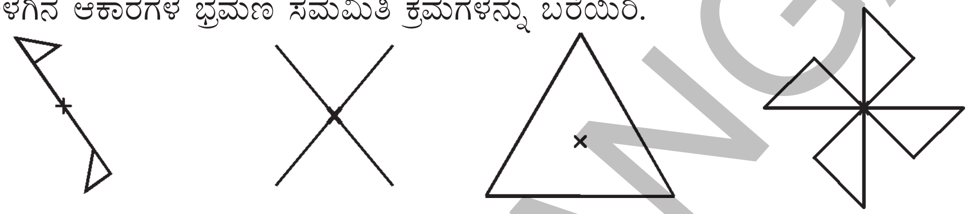
ಅಭ್ಯಾಸ 3

1. ಕೆಳಗಿನ ಆಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದರ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇದೆ?

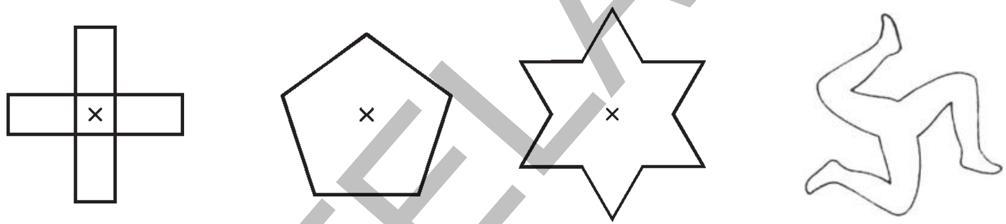


(i) (ii) (iii) (iv) (v)

2. ಕೆಳಗಿನ ಆಕಾರಗಳ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



(i) (ii) (iii) (iv)



(v) (vi) (vii) (viii)

3. ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಕಾರಗಳ ಚಿತ್ರ ಬರೆದು ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ ಪಟ್ಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಆಕಾರ	ಭ್ರಮಣ ಕೇಂದ್ರ (ಕರ್ಣಗಳ ಛೇದನೆ ಬಿಂದು/ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಛೇದನಬಿಂದು)	ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನ	ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ
ಚೌಕ			
ಆಯತ			
ವಜ್ರಾಕೃತಿ			
ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ			
ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜ			
ವೃತ್ತ			
ಅರ್ಧವೃತ್ತ			

15.3 ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮಮಿತಿ, ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ

ಈಗಿನ ವರೆಗೆ ನೀವು ಕೆಲವು ಆಕಾರಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೆಲವು ಆಕಾರಗಳು ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಮಾತ್ರ, ಕೆಲವು ಆಕಾರಗಳು ಎರಡೂ ಅಂದರೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮಮಿತಿ ಮತ್ತು ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಂಡಿರುತ್ತೀರಿ.

ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮಮಿತಿ ಮತ್ತು ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ವೃತ್ತವು ಬಹು ಉತ್ತಮವಾದ ಸಮಮಿತಿ ಚಿತ್ರ ಏಕೆಂದರೆ ಯಾವ ಕೋನದಿಂದಾರೂ ಕೇಂದ್ರದ ಮುಖಾಂತರ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದಾಗ ಅದು ಒಂದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಮಿತಿಅಕ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅನಂತ.

ಉದಾ: ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಆಕಾರಗಳು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ? ಯಾವುವು ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ?

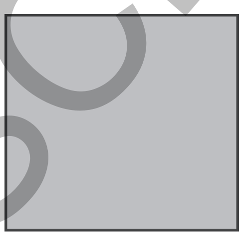
(i) (ii) (iii) (iv)

ಚಿತ್ರ	ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮಮಿತಿ	ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ
1	ಹೌದು	ಅಲ್ಲ
2	ಅಲ್ಲ	ಹೌದು
3	ಹೌದು	ಹೌದು
4	ಅಲ್ಲ	ಹೌದು

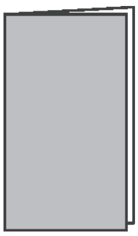
ಕೃತ್ಯ 3:

ಚೌಕಾಕಾರದ ಕಾಗದವನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ

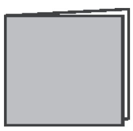
- ಅದನ್ನು ಮಧ್ಯದಿಂದ ನಿಲುವಾಗಿ, ಅಡ್ಡವಾಗಿ ಮಡಚಿರಿ.
- ಕಾಗದವನ್ನು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಮಡಚಿಸಿದರೆ ಹಾಳೆಯ ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರವನ್ನು ಹೊಂದುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 4)
- ಚಿತ್ರ 5 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಮಡಚಿದ ಅಂಚುಗಳನ್ನು ನಿಮಗೆ ಇಷ್ಟ ಬಂದಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ.
- ಈಗ ಮಡಚಿದ ಕಾಗದವನ್ನು ಬಿಚ್ಚಿ ನೋಡಿರಿ.



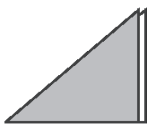
ಚಿತ್ರ–1



ಚಿತ್ರ–2



ಚಿತ್ರ–3



ಚಿತ್ರ–4

ಚಿತ್ರ–5

i) ಈ ಕಾಗದ (ಡಿಜೈನ್ ಕತ್ತರಿಸಿದ ಕಾಗದ) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯಾ?

ii) ಈ ಕಾಗದ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯಾ?

ಅಭ್ಯಾಸ 4

1 ಆಂಗ್ಲ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಅಕ್ಷರಗಳು ಅಂದವಾದ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಯಾವ ಅಕ್ಷರಗಳು ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ (E ಹಾಗೆ)? ಯಾವ ದೊಡ್ಡ ಆಂಗ್ಲ ಅಕ್ಷರಗಳು ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮವನ್ನು (I ಹಾಗೆ) ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ? ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿರಿ.

ಅಕ್ಷರಗಳು	ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮಮಿತಿ	ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಸಮಮಿತಿ	ಸಮಮಿತಿ ಸಂಖ್ಯೆ	ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ
Z	ಇಲ್ಲ	0	ಹೌದು	2
S				
H				
O				
E	ಹೌದು	1	ಇಲ್ಲ	-
N				
C				

ಮನೆಯ ಪ್ರಾಜೆಕ್ಟ್‌ಕೆಲಸ:

ದಿನ ಪತ್ರಿಕೆಗಳು, ವಾರ್ತಾ ಪತ್ರಿಕೆಗಳು, ಪ್ರಕಟಣೆಗಳು, ಜಾಹೀರಾತುಗಳು, ಕರಪತ್ರಗಳಿಂದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಸೇಕರಿಸಿ ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿರಿ.

ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು:

- ಒಂದು ಆಕಾರವನ್ನು ಅಥವಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವಂತೆ, ಆಕಾರ ಅಥವಾ ಚಿತ್ರದ ಮಧ್ಯ ಎಳೆದ ರೇಖೆ ಆ ಆಕಾರದ ಅಥವಾ ಚಿತ್ರದ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆ ಅಥವಾ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷ ಎನ್ನುವರು.
- ಕೆಲವು ಆಕಾರ ಅಥವಾ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳು ಅಥವಾ ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.
- ಒಂದು ಆಕಾರದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಆಕಾರವನ್ನು ಖಚಿತವಾದ ಕೋನದಿಂದ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದಾಗ ಏರ್ಪಡುವ ಆಕಾರ ಮೊದಲನೆಯ ಆಕಾರಕ್ಕೆ ಸರ್ವಸಮವಾದರೆ ಆ ಆಕಾರವು ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎನ್ನುವರು.
- ಒಂದು ಆಕಾರವನ್ನು ಯಾವ ಕನಿಷ್ಠ ಕೋನದಿಂದ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಮೊದಲಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದುವಂತಿದ್ದರೆ ಆ ಕೋನವನ್ನು ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನ ಎನ್ನುವರು.
- ಪ್ರತಿ ಆಕಾರವನ್ನು 360^0 ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿದಾಗ ಅದು ಅದರ ಮೊದಲನೆಯ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅದು 1 ಕ್ರಮ ಇರುವ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಾರದು. ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಆಕಾರ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇದ್ದಾಗ (ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಕೋನ 360^0 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಇದ್ದಾಗ) ಮಾತ್ರವೇ ಆ ಆಕಾರ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿದೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
- ಕೆಲವು ಆಕಾರಗಳು ಕೇವಲ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು, ಕೆಲವು ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು, ಇನ್ನುಕೆಲವು ಎರಡರನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ಉತ್ತರಗಳು

01–ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ–1 1) (i) ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ = 2 ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ = –3

(2) (i) –9, –8, –7, –6, ; ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ = –6 ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ = –9

(ii) –1, 0 +1, +2, ; ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ = +2 ; ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ = –1

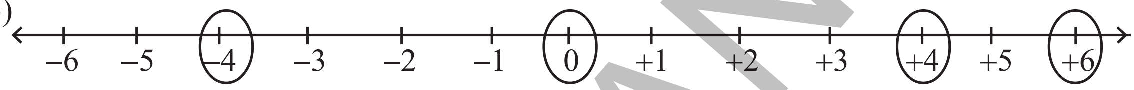
(iii) –7, –6, –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

b) ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ = +4 ; ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ = –7

(3) (i) –8, –5, 1, 2 (ii) –5, –4, –3, 2 (iii) –15, –10, –7

(4) (i) –2, –3, –5 (ii) –1, –2, –8 (iii) 8, 5, –2

(5)



(6) - 8 , - 7 , - 6 , - 1 1 , - 3 , - 2 , - 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 6, 7

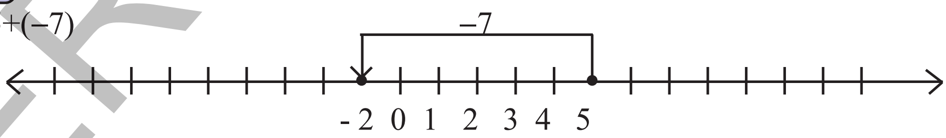
(7) i)

ಸಂಖ್ಯೆ	ನಗರದ ಹೆಸರು	ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ
1	ಬೆಂಗಳೂರು	20°C
2	ಊಟಿ	15°C
3	ನೈನಿಟಾಲ್	–3°C
4	ಮನಾಲಿ	–7°C
5	ಕಸೌಲಿ	–9°C

(ii) ಬೆಂಗಳೂರು (20°C) (iii) ಕಸೌಲಿ (–9°C) (iv) ನೈನಿಟಾಲ್ (–3°C) ಮನಾಲಿ (–7°C) ಕಸೌಲಿ (–9°C) (v) ಊಟಿ (15°C) ಬೆಂಗಳೂರು (20°C)

ಅಭ್ಯಾಸ–2

(1) (iv) 5+(–7)



(i) (ii) (iv) ಗಳನ್ನು ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಗುರ್ತಿಸಿ.

(2) (i) 11 (ii) 5 (iii) 14 (iv) 8 (v) 2 (vi) 4
(vii) –2 (viii) 0 (ix) 8 (x) 20 (xi) 80

ಅಭ್ಯಾಸ–3

(1) (i) 5 (ii) 15 (iii) –4 (iv) 1 (v) 13 (vi) –1

(2) (i) 31 (ii) 21 (iii) 24 (iv) –13
(v) –8 (vi) 130 (vii) 75 (viii) 50

(3)

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕ	+	ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ	=	−6
1	(−6)	+	0	=	−6
2	(−7)	+	1	=	−6
3	(−8)	+	2	=	−6
4	(−9)	+	3	=	−6 ಇತ್ಯಾದಿ

ಅಭ್ಯಾಸ–4

(1) (i) +600 (ii) −1 (iii) −600 (iv) +200 (v) −45 (2) (i) −3 (ii) −225 (iii) 630 (iv) 316 (v) 0 (vi) 1320 (vii) 162 (viii) −360 (ix) −24 (x) 36

(3) −10° (4) (i) 10 (ii) 18 (iii) 5 (5) (i) ₹.5000 ಲಾಭ (ii) 3200

(6) (i) −9 (ii) −7 (iii) +7 (iv) −11

ಅಭ್ಯಾಸ–5

(1) (i) ಸತ್ಯ(72 = 126 − 54 = 72) (ii) ಸತ್ಯ (210 = 84 + 126 = 210) (2) (i) −a (ii) −5

(3) (i) 480 (ii) −53,000 (iii) −15000 (iv) −4182
(v) −62500 (vi) 336 (vii) 493 (viii) 1140

ಅಭ್ಯಾಸ–6

(1) (i) −1 (ii) −49 (iii) ನಿರ್ವಚಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ (iv) 0

ಅಭ್ಯಾಸ–7

(1) (i) 24 (ii) 20 (2) (i) ಲಾಭ 33,000 (ii) 3000
(3) 9 PM ; ಮಧ್ಯರಾತ್ರಿಯಲ್ಲಿ ಉಷ್ಣೋಗ್ರತೆ = −14°C
(4) (i) 8 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು (ii) 13 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು (5) 1 ಗಂಟೆ

02 – ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ದಶಮಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ–1

(1) *(i)* $2\frac{3}{4}$ *(ii)* $1\frac{1}{9}$ *(iii)* $\frac{3}{7}$ *(iv)* $3\frac{1}{6}$ *(v)* *(vi)* $\frac{11}{24}$ $6\frac{1}{6}$

(2) (i) $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

(3) ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮೊತ್ತ= $\frac{21}{13}$, ಕಂಬಸಾಲು ಮೊತ್ತ = $\frac{21}{13}$, ಕರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ = $\frac{21}{13}$ ಎಲ್ಲಾ ಮೊತ್ತಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ.

(4) $17\frac{11}{15}$ ಸೆ.ಮೀ (5) $1\frac{7}{8}$ (6) $\frac{7}{12}$

(7) Δ ABE ಸುತ್ತಳತೆ $= 10\frac{1}{5}$ ಸೆಂ.ಮೀ; BCDE ಸುತ್ತಳತೆ $= 7\frac{11}{15}$ ಸೆಂ.ಮೀ ;

Δ ABE ದೊಡ್ಡದು ವ್ಯತ್ಯಾಸ $= 2\frac{7}{15}$

ಅಭ್ಯಾಸ–2

(1) (i) $5\frac{0}{6}$ ಅಥವಾ 5 (ii) $1\frac{1}{3}$ (iii) (iv) $\frac{5}{7}$ $1\frac{1}{9}$ (v) $6\frac{0}{5}$ ಅಥವಾ 6

(2) (i) 6 (ii) 6 (iii) 9 (iv) 15

(3) (i) 4 (ii) 6

ಅಭ್ಯಾಸ–3

(1) (i) $\frac{35}{66}$ (ii) $1\frac{1}{5}$ (iii) $7\frac{7}{15}$ (2) (i) $3\frac{7}{15}$ (ii) $\frac{2}{21}$ (iii) 3

(3) (i) $\frac{3}{8}$ (ii) ಎರಡು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ (4) $17\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆ. (5) $85\frac{1}{3}$ ಕಿ.ಮೀ (6) 1350 ಮೀ

(7) (i) $\frac{10}{7}$ (ii) $\frac{3}{5}$,35 ಅಥವಾ 3,7

ಅಭ್ಯಾಸ–4

(1) (i) $\frac{8}{5}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{7}{13}$ (iv) (2) $\frac{4}{3}$ (i) 24 (ii) $3\frac{3}{7}$ (iii) $1\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{7}{5}$ (3)

(i) $\frac{2}{15}$ (ii) $\frac{7}{40}$ (iii) (4) $2\frac{1}{2}$ ದಿನಗಳು $\frac{5}{9}$

ಅಭ್ಯಾಸ–5

(1) (i) 0.7 (ii) 8.5 (iii) 1.51 (iv) 6 (2) (i) ₹. 0-09 (ii) ₹. 77-07 (iii) ₹. 2-35

(3) (i) 0.1ಮೀ 0.0001 ಕಿ.ಮೀ (ii) 4.5 ಸೆಂ.ಮೀ, 0.045 ಮೀ, 0.000045 ಕಿ.ಮೀ

(4) (i) 0.19 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ (ii) 0.247 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ (iii) 44.08 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ

(5) (i) $50+5+\frac{5}{10}$ (ii) $5+\frac{5}{10}+\frac{5}{100}$ (iii) $300+3+\frac{3}{100}$

(iv) $30+\frac{3}{10}+\frac{3}{1000}$ (v) $1000+200+30+4+\frac{5}{10}+\frac{6}{100}$

(6) (i) 3 (ii) 30 (iii) $\frac{3}{100}$ (iv) $\frac{3}{10}$ (v) $\frac{3}{100}$ (7) ರಾಧ 100 ಮೀ (8) 5.625 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ

ಅಭ್ಯಾಸ-6

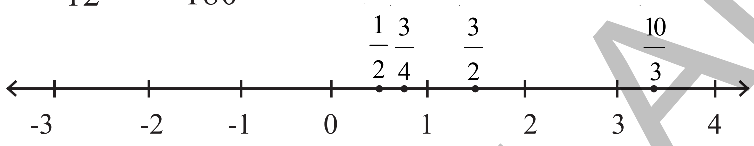
(1) (i) 1.8 (ii) 18.9 (iii) 13.55 (iv) 78.8 (v) 0.35
(vi) 1050.05 (vii) 1.72 (2) 24.8 ಸೆಂ.ಮೀ^{2}

(3) (i) 213 (ii) 368 (iii) 537 (iv) 1680.7 (v) 13110
(vi) 15610 (vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8
(xi) 90 (xii) 30 (4) 625 ಕಿ.ಮೀ (5) (i) 0.45 (ii) 4.75
(iii) 42.16 (iv) 14.62 (v) 0.025 (vi) 0.112 (vii) 0.0214
(viii) 10.5525 (ix) 1.0101 (x) 77.011 (6) (i) 0.023 (ii) 0.09 (iii) 4.43
(iv) 0.1271 (v) 2 (vi) 590 (vii) 0.02 (7) 5 (8) 0.128 ಸೆಂ.ಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ-7

(2) (i) $-\frac{5}{12}$ (ii) $-\frac{75}{180}$

(3)



(4) (i) ಅಸತ್ಯ (ii) ಸತ್ಯ (iii) ಸತ್ಯ (iv) ಅಸತ್ಯ (v) ಸತ್ಯ

03–ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ-1

(1) (i) LHS = 2x, RHS = 10 (ii) LHS = 2x–3, RHS = 9 (iii) LHS = 4z+1, RHS = 14 (iv) LHS = 5p+3, RHS = 2p+9

(v) LHS = 14, RHS = 27–y (vi) LHS = 2a–3, RHS = 5 (vii) LHS = 7m, RHS = 14 (iv) LHS = 8, RHS = 9s+5

(2) (i) y = 5 (ii) a = 8 (iii) m = 3 (iv) n = 7

ಅಭ್ಯಾಸ-2

(1) (i) x = 4 (ii) y = 7 (iii) x = 5 (iv) z = 9 (v) x = 3 (vi) y = –20

(2) (i) y = 5 (ii) a = 4 (iii) q = 4 (iv) t = 4 (v) x = 13
(vi) x = 3 (vii) x = –5 (viii) x = –1 (ix) y = 4 (x) x = –2

ಅಭ್ಯಾಸ -3

(1) 4 ಸೆಂ.ಮೀ (2) 5 ಸೆಂ.ಮೀ (3) 21 (4) 30 (5) 8 (6) 46, 49 (7) 7, 8, 9
(8) l = 34ಮೀ, b = 2ಮೀ (9) l=23ಮೀ, b=19ಮೀ (10) 5 ವರ್ಷಗಳು (11) 19, 44
(12) 40;25, 15 (13) 2 (14) 40 (15) 30°, 60°, 90° (16) 30

04 - ರೇಖೆಗಳು –ಕೋನಗಳು

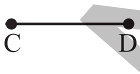
ಅಭ್ಯಾಸ–1

(1) (i) ರೇಖಾಖಂಡ AB (ii) ಕಿರಣ CD (iii) ಸರಳ ರೇಖೆ XY (iv) ಬಿಂದು ‘P’

(2) (i) 

(ii) 

(iii) 

(iv) 

(3) $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{CD}$

(5) (i) ಲಘು (ii) ವಿಶಾಲ (iii) ಲಂಬ (iv) ಲಘು (v) ವಿಶಾಲ

(6) ∠AOF, ∠FOE, ∠EOD, ∠DOC, ∠COB, ∠FOD, ∠EOC, ∠DOB - ಲಘು ಕೋನಗಳು

∠AOE, ∠EOB, ∠FOC - Right angles ; ∠AOD, ∠AOC, ∠FOB - ವಿಶಾಲ ಕೋನಗಳು

∠AOB - ಸರಳ ಕೋನ (7) (i) ಮತ್ತು (iv) ಸಮಾನಾಂತರಗಳು; (ii) ಮತ್ತು (iii) ಸಮಾನಾಂತರಗಳಲ್ಲ

(8) i, ii ಮತ್ತು iv ಛೇದಕ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು iii ಛೇದಕ ರೇಖೆಗಳು ಅಲ್ಲ

ಅಭ್ಯಾಸ –2

(1) iii (2) (i) 65° (ii) 50° (iii) 1° (iv) 35° (3) 45°, 45°

(4) ಹೌದು, ಏಕೆಂದರೆ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 90°

ಅಭ್ಯಾಸ – 3

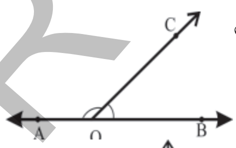
(1) (i), (ii) (2) (i) 75° (ii) 85° (iii) 30° (iv) 160°

(3) ಯಾವುದೆ ಎರಡು ಲಘು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ ಯಾವಾಗಲೂ 180° ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ (4) 90°, 90°

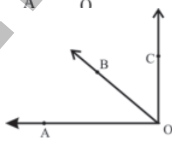
ಅಭ್ಯಾಸ - 4

(1) (i) a, b (ii) c, d (2) (i) ∠AOD, ∠DOB (ii) ∠DOB, ∠BOC

(iii) ∠BOC, ∠COA (iv) ∠COA, ∠AOD

(3) ಹೌದು 

ಏಕೆಂದರೆ ∠AOC + ∠COB = 180°

(4) ಹೌದು. 

ಏಕೆಂದರೆ ∠AOB + ∠BOC = 90°

ಅಭ್ಯಾಸ - 5

(1) i, ii (2) ಅಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಇಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ- 6

(1) (i) ∠AOD, ∠BOC (ii) ∠AOC, ∠BOD

(2) y = 160° (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು) $x + 160° = 180°$ $\therefore x = 20°$

∠x = ∠z ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ $\therefore z = 20°$

ಅಭ್ಯಾಸ- 7

(1) (i) ಛೇದಕ ರೇಖೆ (ii) ಸಮನಾಂತರ (iii) ಸಮನಾಂತರ (iv) ಒಂದು

(2) (i) $100°$ (ii) $45°$ (iii) $90°$ (iv) $100°$

(3) $\angle x = 180 - (75+45) = 60°$; $\angle y = 75°$; $z = 45°$

(4) $b + 50° = 180°$ $\quad \therefore b = 130°$

$b + c = 180° \Rightarrow 130° + c = 180° \Rightarrow c = 50°$

$d + 50° = 180° \Rightarrow d = 130°$

(5) ಹೌದು $l \| m$

(6) $\angle a = 50°$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\angle b = 50°$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\angle c = \angle d = \angle e = 50°$

(ಎಲ್ಲಾ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳೇ)

05. ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ- 1

(1) (i) ಸಾಧ್ಯ (ii) ಸಾಧ್ಯ (iii) ಅಸಾಧ್ಯ (iv) ಸಾಧ್ಯ

ಅಭ್ಯಾಸ-2

(1) (i) ಮಧ್ಯ ರೇಖೆ (ii) ಎತ್ತರ (2) ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ (3) ಹೌದು

(4) ಇಲ್ಲ, ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬ ಕೇಂದ್ರವು ತ್ರಿಕೋನದ ಹೊರ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

(5) (i) XZ (ii) $\angle R$ (iii) B

ಅಭ್ಯಾಸ–3

(1) (i) $70°$ (ii) $60°$ (iii) $40°$ (2) (i) $x = 70°$; $y = 60°$ (ii) $x = 80°$; $y = 50°$
(iii) $x = 110°$; $y = 70°$ (iv) $x = 60°$; $y = 90°$ (v) $x = 45°$; $y = 90°$ (iv) $x = 60°$

(3) (i) $40°$ (ii) $34°$ (iii) $60°$ (4) $60°$ (5) (i) ಅಸತ್ಯ (ii) ಸತ್ಯ (iii) ಅಸತ್ಯ (iv) ಅಸತ್ಯ

(6) (i) $30°$; $60°$; $90°$ (7) $x = 100°$; $y = 50°$; $z = 100°$

(8) $72°$ (9) $\angle P = 80°$; $\angle Q = 40°$; $\angle R = 60°$ (10) $18°$; $72°$; $90°$ (11) $36°$
(12) $\angle LPM = 40°$; $\angle PML = 50°$; $\angle PRQ = 50°$ (13) $540°$

ಅಭ್ಯಾಸ- 4

(1) ಒಳಕೋನಗಳು : $\angle ABC, \angle ACB, \angle BAC$; ಹೊರಕೋನಗಳು : $\angle CBX, \angle ACZ, \angle BAY$

(2) $\angle ACD = 111°$ (3) $x = 115°$; $y = 35°$ (4) (i) $x = 50°$ (ii) $x = 33°$; $y = 82°$

(5) $\angle CDB = 76°$; $\angle DBC = 39°$; $\angle ABC = 58°$

(6) (i) $x = 55°$ (ii) $x = 100°$ (iii) $x = 75°$ (iv) $y = 70°$ (v) $x = 60°$; $y = 150°$;

(vi) $x = 50°$; $y = 130°$ (7) 50° ; 75° ; 55° (8) $\angle P$ 35° (9) 70°

(10) 30° ; 75° ; 75° (11) $x = 135°$; $y = 80°$

06 – ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತ

ಅಭ್ಯಾಸ- 1

(1) 100 : 10 , 10:1 (2) ₹.15 (i) 15 : 5 ಅಥವಾ 3 : 1 (ರಾಧ : ಸುಧ)

(ii) 5 : 15 ಅಥವಾ 1 : 3 (ಸುಧ : ರಾಧ) (3) ರಾಜುವಿನ ಭಾಗ = 40 ; ರವಿಯ ಭಾಗ = 56

(4) $\overline{AX}$ = 18 ಸೆ.ಮೀ ; $\overline{XB}$ = 20 ಸೆ.ಮೀ (5) ₹.60,000 (6) 8 ಲೀಟರ್

(7) 40 : 20 ಅಥವಾ 2: 1 (8) 1:2400 ಅಥವಾ 0.05 : 120

(9) (i) ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ಬಾಲಕ ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಣಿಸಿ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಒಂದು ವೇಳೆ ಬಾಲಕ ಅಥವಾ ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ 0 ಆದರೆ ಅನುಪಾತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ನಾವು ಇಂತಹ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ.

(ii)ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯ ಕಿಟಕಿ ಮತ್ತು ಬಾಗಿಲುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿ ಅನುಪಾತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(iii) ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕ ಮತ್ತು ನೋಟು ಪುಸ್ತಕಗಳ ಎಣಿಸಿ ಅನುಪಾತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ- 2

(1) (i) 8, 8 (ii) 450, 450 (iii) 96, 96 (iv) 6, 30 (v) 24, 72

(2) (i) ಅಸತ್ಯ ii) ಸತ್ಯ (iii) ಸತ್ಯ (iv) ಸತ್ಯ (v) ಅಸತ್ಯ

(3) ₹.90 (4) 10 kg (5) a) 45 b) 26 (6) i) 540° ii) 21°

ಅಭ್ಯಾಸ–3

(1) 0.0001 ಸೆಂ.ಮೀ ; 2ಸೆಂ.ಮೀ (2) (i) ಹೌದು (ii) ಅಲ್ಲ (iii) ಅಲ್ಲ. (3) 4 ಸೆಂ.ಮೀ

(4)
- 5 ವಿವಿಧ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಅಳದೆ ಮತ್ತು ಪಟ್ಟಿಕೆಯನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.
- ಒಂದು ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ ಅದರ ಬಾಹುವಿನ 4 ರಷ್ಟನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮತ್ತು ಪಟ್ಟಿಕೆಯನ್ನು ತುಂಬಿರಿ
- ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವನ್ನು ವರ್ಗ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಪಟ್ಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ತುಂಬಿರಿ.

(i) ಹೌದು, ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆಗೆ ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

(ii) ಹೌದು, ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ನೇರಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ-4

(1) Y ಶಾಲೆ (2) 20% ಕಡಿಮೆ (3) ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣು = 35% (4) 16%

(5) ಗೈರು ಹಾಜರಾದವರು $= 16\frac{2}{3}\%$ ಅಥವಾ 16.66% ಹಾಜರಾದವರು= $83\frac{1}{3}\%$ or 83.33%

(6) 7200 (7) 15 (8) ಬಂಗಾರ70% ; ಬೆಳ್ಳಿ 25% ; ತಾಮ್ರ 5% (9) 2000

ಅಭ್ಯಾಸ-5

(1) $12\frac{1}{2}\%$ or 12.5% (2) 6% (3) ₹. 2,00,000 (4) ₹. 875

(5) ನಷ್ಟ = 1200 (2.44%) (6) 561 (7) 202.5 (8) 800 (9) 1100

ಅಭ್ಯಾಸ-6

(1) 2ವರ್ಷ 8 ತಿಂಗಳು ಅಥವಾ $\frac{8}{3}$ ವರ್ಷ ಅಥವಾ $2\frac{2}{3}$ ವರ್ಷಗಳು (2) 12%

(3) ₹. 450 (4) ₹. 12958 (5) $1\frac{1}{2}$ ವರ್ಷಗಳು

07– ದತ್ತಾಂಶಗಳ ನಿರ್ವಹಣೆ

ಅಭ್ಯಾಸ-1

(1) (i) 33 ^{0}C (ii)30 ^{0}C (2) 15.9 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ

(3) (i) ಶೇಂಗಾ ಬೀಜಗಳು :7500 ;ಜೋಳ₹:4000, ಸಾಸಿವೆ ₹:5250 (ii) ಶೇಂಗಾ ಬೀಜಗಳು .(4) 42

(5) (i) 23 (ii) 21 (iii) 16.5 (iv)ಲೇಖ್ಯ(6) (i) ₹:18 (ii) ₹:54 (iii) ಸಮಾನುಪಾತ

(7) 5.5 (8) 5.6 (9) 107

ಅಭ್ಯಾಸ-2

(1) 155 ಸೆಂ.ಮೀ, 140 ಸೆಂ.ಮೀ. (2) (i) ಸರಾಸರಿ= 28, ಬಹುಳಕ = 27

(ii) 2 ಆಟಗಾರರ ಪ್ರತಿ ಒಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸು 25 ವರ್ಷಗಳು

(3) 25 (4) (i) ಬಹುಳಕ (ii) ಸರಾಸರಿ (iii) ಸರಾಸರಿ (iv) ಬಹುಳಕ

ಅಭ್ಯಾಸ-3

(1) (i) F (ii) T (iii) F (iv) F (2) (i) ₹:1400 (ii) ₹:1500

(3) ಬಹುಳಕ ಸರಿ ಆದರೆ ಮಧ್ಯಗತ ತಪ್ಪು (4) 1, 7, 10 ಸಾಧ್ಯ ; 2, 7, 9 ; 3, 7, 8 (5) 11

ಅಭ್ಯಾಸ-4

(5) (i) ವಿದ್ಯೆ (ii)ಆಹಾರ (iii)₹:2250 (iv) ₹:1500

ಅಭ್ಯಾಸ–1

(1) (i) ಸತ್ಯ (ii) ಅಸತ್ಯ

(2) (i) $\angle P = \angle R$ (ii) $\angle ROS = \angle POQ$

$\angle TQP = \angle SQR$ $\angle R = \angle Q$ ಅಥವಾ $\angle R = \angle P$

$\angle T = \angle S$ $\angle S = \angle P$ ಅಥವಾ $\angle S = \angle Q$

(3) (ii) ಸರಿ (4) ಹೌದು(ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

ಅಭ್ಯಾಸ–2

(1) GH = TR ಮತ್ತು HJ = TS ಇದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ (2) AP = 4 ಕಿ.ಮೀ($\therefore$ AP = BQ c.p.c.t.)

(3) (i) $\Delta ABC \cong \Delta STR$

AB = ST ಹಾಗೂ BC = TR

$\angle A = \angle S$ $\angle B = \angle T$

AC = SR $\angle C = \angle R$

(ii) $\Delta POQ \cong \Delta ROS$

PO = RO ಹಾಗೂ PQ = RS

OQ = OS $\angle P = \angle R$

$\angle POQ = \angle POS$ $\angle Q = \angle S$

DR = OW ಹಾಗೂ DO = OD

(iii) $\Delta DRO \cong \Delta OWD$

RO = WD $\angle ODR = \angle DOW$

$\angle R = \angle W$ $\angle DOR = \angle ODW$

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\square$ WORD

$\angle R = 90°$

WD = OR ಮತ್ತು WO = DR

$\therefore$ $\square$ WORD ಒಂದು ಆಯತ

$\therefore$ $\Delta WSD \cong \Delta RSO$

$\Delta WSO \cong \Delta RSD$

$\Delta ORW \cong \Delta DWR$

(iv) ΔABC ಮತ್ತು ΔCBA ಸರ್ವಸಮಾನವಲ್ಲ

(4) (i) ΔABC ಮತ್ತು ΔRQP ಗಳಲ್ಲಿ AB = RQ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರಬೇಕು

(ii) ΔABC ಮತ್ತು ΔADC ಗಳಲ್ಲಿ AB = AD ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರಬೇಕು

ಅಭ್ಯಾಸ–3

(1) (i) ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಪ್ರಕಾರ $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

(ii) ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಅಥವಾ ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಪ್ರಕಾರ $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

(iii) ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಅಥವಾ ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಪ್ರಕಾರ $\Delta AOB \cong \Delta DOC$

(iv) ಸರ್ವಸಮತೆ ಅಲ್ಲ

(2) (i) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ

(ii) (i) ರಿಂದ AB = CD (c.p.c.t.) (ಸರ್ವಸಮತೆ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು)

$\therefore$ $\Delta AOB \cong \Delta DOC$

ಇಲ್ಲವಾದರೆ ΔAOB ಮತ್ತು ΔDOC ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ ಪ್ರಕಾರ ಸರ್ವಸಮ

ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನ.

ಅಭ್ಯಾಸ–4

(1) (i) ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ (ii) ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ (iii) ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ (iv) ಲಂ.ಕೋ.ಕ.ಬಾ

(2) (i) a) AR = PE b) RT = EN c) AT = PN (ii) a) RT = EN b) PN = AT
(iii) a) $\angle A = \angle P$ b) $\angle T = \angle N$

(3) (i) ಬಾಹ (ii) ಕೋನ (iii) ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು (iv) ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ

(4) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾದ ಮಾತ್ರಕ್ಕೆ ಸರ್ವಸಮತೆ ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ಆದರೆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮತೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

(5) $\Delta RAT \cong \Delta WON$ (6) $\Delta ABC \cong \Delta ABT$ ಮತ್ತು $\Delta QRS \cong \Delta TPQ$

(7) (i) ಒಂದೇ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
(ii) ವಿಭಿನ್ನ ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

(8) BC = QR ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಅಥವಾ AB = PQ ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಅಥವಾ AC = PR ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ

(9) $\angle B = \angle E$; $\angle A = \angle F$ ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಪ್ರಕಾರ $\Delta ABC \cong \Delta FED$ಗಳು ಸರ್ವಸಮ; BC = ED

10– ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ–1

(1) (i) 3n (ii) 2n

(2) (i) • ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಡೆಯಲ್ಲೂ 4 ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳಿವೆ.
• ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಡೆಯಲ್ಲೂ 5 ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿದ ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳಿವೆ.

(ii) ಜೋಡಣೆ ಆಧಾರವಾಗಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿ = 4n ; 4, 8, 12, 16, 20 . . . . . ಬೀಜೋಕ್ತಿ = 4n

(iii) ಜೋಡಣೆ ಆಧಾರವಾಗಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿ = 4n + 1 ; 9, 13, 17, 21 . . .. ಬೀಜೋಕ್ತಿ = 4n + 1

(3) (i) $p + 6$ (ii) $x - 4$ (iii) $y - 8$ (iv) $-5q$ (v) $y \div 4$ ಅಥವಾ $\frac{y}{4}$

(vi) $\frac{1}{4}$ರಷ್ಟು pq ಅಥವಾ $\frac{pq}{4}$ (vii) $3z + 5$ (viii) $10 + 5x$ (ix) $2y - 5$ (x) $10y + 13$

(4) (i) ‘ x ಗಿಂತ 3 ’ ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ x ಗೆ -3ನ್ನು ಕೂಡಿ (ii) ‘y ಗೆ 7 ಕಡಿಮೆ’ ಅಥವಾ ‘y’ ನಲ್ಲಿ 7 ಕಳೆಯಿರಿ

(iii) l ನ್ನು 10ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ (iv) x ನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

(v) n ನ್ನು 3ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ನಂತರ 11ನ್ನು ಕೂಡಿರಿ.

(vi) y ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಮತ್ತು 5ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

(5) (i) ಸ್ಥಿರ (ii) ಚರಾಕ್ಷರ (iii) ಸ್ಥಿರಪದ (iv) ಚರಾಕ್ಷರ

ಅಭ್ಯಾಸ–2

(1) (i) $(a^2, -2a^2)$ (ii) $(-yz, 2zy)$ (iii) $(-2xy^2, 5y^2x)$ (iv) $(7p, -2p, 3p)$ ಮತ್ತು $(8pq, -5pq)$ (2) ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು : ಲೆಕ್ಕಗಳ ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ : i, ii, iv, vi, vii,ix, xi

ಸಂಖ್ಯೆ ಪದೋಕ್ತಿಗಳು : ಲೆಕ್ಕಗಳ ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ : iii, v, viii, x

(3) ಏಕಪದೋಕ್ತಿ i, iv, vi ; ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ : ii, v, vii ; ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ, iii, viii, ix, ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ: x

(4) (i) 1 (ii) 3 (iii) 5 (iv) 4 (v) 2 (vi) 3 (5) (i) 1 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 3

(v) 4 (vi) 2 (6) $xy + yz$ $2x^2 + 3x + 5$

ಅಭ್ಯಾಸ–3

(1) $3a + 2a = 5a$ (2) (i) $13x$ (ii) $10x$ (3) (i) $3x$ (ii) $-6p$ (iii) $11m^2$ (4) (i) -1

(ii) 4 (iii) -2 (5) -9 (6) $2x^2 + 11x - 9, -23$ (7) (i) 3 (ii) 5 (iii) -1

(8) 54 ಸೆಂ.ಮೀ× ಸೆಂ.ಮೀ = 54 ಸೆಂ.ಮೀ^{2} (9) ₹. 90

(10) $s = \frac{d}{t} = \frac{135 \text{ ಮೀ}}{10 \text{ ಸೆ.}} = \frac{27}{2}$ ಮೀ/ಸೆ.ಅಥವಾ $13\frac{1}{2}$ ಮೀ/ಸೆ.ಅಥವಾ 13.5 ಮೀ/ಸೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ–4

(1) (i) $-5x^2 + xy + 8y^2$ (ii) $10a^2 + 7b^2 + 4ab$ (iii) $7x + 8y - 7z$ (iv) $-4x^2 - 5x$

(2) $7x + 9$ (3) $18x - 2y$ (4) $5a - 2b$ (5) (i) $3a$ (ii) $y - 2z$ (iii) $6a^2 + 12ab + 4b^2$

(iv) $4pq - 15p^2 - 2q^2$ (v) $-5x^2 + 3x + 10$ (vi) $2x^2 - 2xy - 5y^2$ (vii) $3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

(6) $7x^2 + xy - 6y^2$ (7) $-4x^2 - 3x - 2$ (8) $4x^2 - 3y^2 - xy$ (9) $2a^2 + 6a + 5$

(10) (i) $22x^2 + 12y^2 + 8xy$ (ii) $-14x^2 - 10y^2 - 20xy$ or $-(14x^2 + 10y^2 + 20xy)$

11–ಘಾತಾಂಕಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ–1

1. (i) ಆಧಾರ =3, ಘಾತಾಂಕ=4 (ii) ಆಧಾರ =7x, ಘಾತಾಂಕ=2
(iii) ಆಧಾರ=$5a$, ಘಾತಾಂಕ=3 (iv) ಆಧಾರ = $4y$, ಘಾತಾಂಕ=5 2. (i) 7^5 (ii) $3^3 \times 5^4$
(iii) $2^3 \times 3^4 \times 5^3$

3. (i) $2^5 \times 3^2$ (ii) 2×5^4 (iii) $2 \times 3^2 \times 5^3$ (iv) $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ (v) $2^5 \times 3 \times 5^2$

4. (i) 3^2 (ii) 3^5 (iii) 2^8 5. (1) 17 (ii) 31 (iii) 25 (iv) 1

ಅಭ್ಯಾಸ–2

(1) (i) 2^{14} (ii) 3^{10} (iii) 5^5 (iv) 9^{30} (v) $\left(\frac{3}{5}\right)^{15}$ (vi) 3^{20}

(vii) 3^4 (viii) 6^4 (ix) 2^{9a} (x) 10^6 (xi) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{10} = \frac{(-5)^{10}}{6^{10}} = \frac{5^{10}}{6^{10}}$

(xii) 2^{10a+10} (xiii) $\frac{2^5}{3^5}$ (xiv) 15^3 (xv) $(-4)^3$ (xvi) $\frac{1}{9^8}$ (xvii) $\frac{1}{(-6)^4}$

(xviii) $(-7)^{15}$ (xix) $(-6)^{16}$ (xix) a^{x+y+z} (2) 3^{10} (3) 2 (4) 2 (5) 1

(6) (i) ಸತ್ಯ (2+11=13) (ii) ಅಸತ್ಯ (iii)ಸತ್ಯ(iv)ಸತ್ಯ (v) ಅಸತ್ಯ (vi) ಅಸತ್ಯ (vii)ಸತ್ಯ

ಅಭ್ಯಾಸ–3

1. (i) 3.84×10^8m (ii) 1.2×10^{10} (iii) 3×10^{20}m (iv) 1.353×10^9km^3

12– ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ–1

(1) (i) ಬಾಹುಗಳು: $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\overline{RP}$ ಕೋನಗಳು: $\angle QPS$, $\angle PSR$, $\angle SRQ$, $\angle RQP$

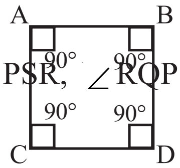
ಶೃಂಗಗಳು: P, Q, R, S ಕರ್ಣಗಳು: $\overline{PR}$, $\overline{QS}$

(ii) ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳ ಜೊತೆಗಳು $\overline{PQ}$,$\overline{QR}$; $\overline{QR}$,$\overline{RS}$; $\overline{RS}$,$\overline{SP}$ ಮತ್ತು $\overline{SP}$,$\overline{PQ}$

ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳು: $\angle QPS$, $\angle PSR$; $\angle PSR$, $\angle SRQ$; $\angle SRQ$, $\angle RQP$ ಮತ್ತು $\angle RQP$, $\angle QPS$

ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಜೊತೆಗಳು : $\overline{PS}$, $\overline{QR}$ ಮತ್ತು $\overline{QP}$, $\overline{RS}$

ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳು: $\angle QPS$, $\angle SRQ$ ಮತ್ತು $\angle PSR$, $\angle RQP$



(2) 100° (3) 48°, 72°, 96°, 144° (4) 90°, 90°, 90°, 90°

(5) 75°, 85°, 95°, 105°

(6) ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನವು 180° ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ–2

(1) (i) ಅಸತ್ಯ (ii) ಸತ್ಯ (iii) ಸತ್ಯ (iv) ಅಸತ್ಯ (v) ಅಸತ್ಯ (vi) ಸತ್ಯ (vii) ಸತ್ಯ (viii) ಸತ್ಯ

(2) (i) 4 ಬಾಹುಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ

(ii) ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರ ಇರುವುದರಿಂದ

(iii) ಚೌಕದ ಕರ್ಣಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಲಂಬಾರ್ಧಕಗಳು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

(iv) ಚೌಕದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

(3) $\angle BAC = 140°$, $\angle DCA = 140°$, $\angle CDA = 40°$ (4) 50°, 130°, 50°, 130°

(5) 4 ಬಾಹುಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು; $\overline{EA}$, $\overline{DR}$ (6) 1

(7) ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಲ್ಲ (8) 15 cm, 9cm, 15cm, 9cm

(9) ಅಲ್ಲ. ವಜ್ರಾಕೃತಿಯು ಎಲ್ಲಾ ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. (10) $\angle C = 150°$, $\angle D = 150°$

(11) (i)ವಜ್ರಾಕೃತಿ (ii) ಚೌಕ (iii) 180° - x° (iv) ಸಮ/ಸರ್ವಸಮ (v) 10 (vi) 90°

(vii) 0 (viii) 10 (ix) 45

13 - ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆ

ಅಭ್ಯಾಸ–1

(1)2(l+b); a^2 (2) 60 ಸೆ.ಮೀ; 22ಸೆ.ಮೀ; 484 ಸೆ.ಮೀ^{2} (3) 280ಸೆ.ಮೀ^{2}; 68ಸೆ.ಮೀ; 18ಸೆ.ಮೀ; 216ಸೆ.ಮೀ^{2}; 10ಸೆ.ಮೀ 50ಸೆ.ಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ–2

(1) (i) 28ಸೆ.ಮೀ^{2} (ii) 15ಸೆ.ಮೀ^{2} (iii) 38.76ಸೆ.ಮೀ^{2} (iv) 24ಸೆ.ಮೀ^{2} (2)(i) 91.2ಸೆ.ಮೀ^{2} (ii) 11.4ಸೆ.ಮೀ
(3) 42ಸೆ.ಮೀ ; 30ಸೆ.ಮೀ (4) 8 ಸೆ.ಮೀ ; 24ಸೆ.ಮೀ (5) 30ಮೀ, 12ಮೀ (6) 80ಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ–3

(1) (i) 20ಸೆ.ಮೀ ^{2} (ii) 12ಸೆ.ಮೀ ^{2} (iii) 20.25ಸೆ.ಮೀ ^{2} (iv) 12ಸೆ.ಮೀ (2) (i) 12ಸೆ.ಮೀ ^{2} (ii) 3ಸೆ.ಮೀ

(3) 30ಸೆ.ಮೀ ^{2}; 4.62 ಸೆ.ಮೀ (4) 27ಸೆ.ಮೀ ^{2}; 7.2 ಸೆ.ಮೀ

(5) 64ಸೆ.ಮೀ ^{2}; ಹೌದು; ΔBEC, ΔBAE ಮತ್ತು ΔCDE ತ್ರಿಭುಜಗಳು BC ಮತ್ತು ADಸಮನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಮಧ್ಯ ಎಳೆದಿದೆ , BC = AE+ED

(6) ರಾಮು ಹೇಳಿದ ΔPQRವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸತ್ಯ, PR ಪಾದ, ಏಕೆಂದರೆ QS⊥PR. (7) 40 ಸೆ.ಮೀ (8) 20 ಸೆ.ಮೀ ; 40ಸೆ.ಮೀ (9) 20 ಸೆ.ಮೀ (10) 800ಸೆ.ಮೀ ^{2} (11) 220ಸೆ.ಮೀ ^{2} (12) 192ಸೆ.ಮೀ ^{2} (13) 18 ಸೆ.ಮೀ ; 12ಸೆ.ಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ–4

(1) (i) 20ಸೆ.ಮೀ^{2} (ii) 24ಸೆ.ಮೀ^{2} (2)96ಸೆ.ಮೀ^{2} ; 150 ಮಿ.ಮೀ : 691.2ಮೀ^{2} (3) 18ಸೆ.ಮೀ (4) 5062.5

ಅಭ್ಯಾಸ–5

(1) (i) 220ಸೆ.ಮೀ (ii) 26.4ಸೆ.ಮೀ(iii) 96.8 ಸೆ.ಮೀ (2) (i) 55ಮೀ (ii) 17.6 ಮೀ (iii) 15.4ಮೀ

(3) (i) (a) 50.24 ಸೆ.ಮೀ (b) 94.2 ಸೆ.ಮೀ (c) 1256 ಸೆ.ಮೀ (ii) 7 ಸೆ.ಮೀ (4) 42 ಸೆ.ಮೀ

(5) 10.5 ಸೆ.ಮೀ (6) 3ರಷ್ಟು (7) 3 : 2 (8) 1.75ಸೆ.ಮೀ (9) 94.20 ಸೆ.ಮೀ (10) 39.25 ಸೆ.ಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ–6

(1) 475ಮೀ^{2} (2) 195.5ಮೀ^{2};29.5ಮೀ^{2} (3) 304 ಮೀ^{2} (4) 68 ಮೀ^{2} (5) 9900 ಮೀ^{2}; 200100ಮೀ^{2}

14 – ಎರಡು ಮತ್ತು ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳ ಆಕೃತಿಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ–1

(1) ಗೋಳ: ಫುಟ್‌ಬಾಲ್, ಕ್ರಿಕೆಟ್‌ಬಾಲ್, ಲಡ್ಡು
ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿ: ಬ್ಯಾಟರಿ ಸೆಲ್, ಬಿಸ್ಕೆಟ್ ಪ್ಯಾಕ್, ಕೊರಡು, ಮೇಣದಬತ್ತಿ
ಗೋಪುರ: ಪಿರಮಿಡ್‌ಗಳು ;ಆಯತಘನ: ಬೆಂಕಿಪೊಟ್ಟಣ, ಬಿಸ್ಕೆಟ್ ಪ್ಯಾಕ್
ಶಂಕು : ಐಸ್‌ಕ್ರೀಂ, ಹೂವಿನಕುಂಡಿ ಬಾಣ ;ಚೌಕಘನ: ದಾಳ,ರಟ್ಟಿನಪೆಟ್ಟಿಗೆ.

(2) (i) ಶಂಕು ಐಸ್‌ಕ್ರೀಂ, ಆಲಿಕೆಯ ಮೇಲ್ಭಾಗ (ii)ಚೌಕಘನ:, ದಾಳ,ರಟ್ಟಿನಪೆಟ್ಟಿಗೆ

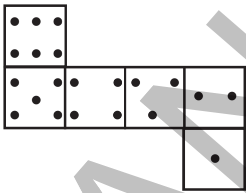
(iii) ಆಯತಘನ: ಇಟ್ಟಿಗೆ, ಡಸ್ಟರ್ (iv) ಗೋಳ: ಚೆಂಡು, ಗೋಲಿ (v)ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿ: ಪೆನ್ಸಿಲ್,ಪೈಪು .

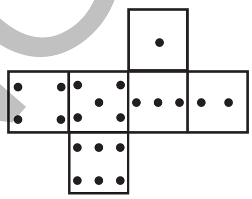
(3)

	ಚೌಕಘನ	ಆಯತಘನ	ಗೋಪುರ
ಮುಖಗಳು	6	6	5
ಅಂಚುಗಳು	12	12	8
ಶೃಂಗಗಳು	8	8	5

ಅಭ್ಯಾಸ–2

(1) ಕೃತ್ಯ ಮಾಡಿ(2) i) C ii) a (3)





ಅಭ್ಯಾಸ–4

(1): ಒಂದು ಚೆಂಡು: ಒಂದು ವೃತ್ತ.

A ಒಂದು ಸ್ತಂಭಾಕಾರ ಕೊಳವೆ : ಆಯತ

ಒಂದು ಪುಸ್ತಕ : ಆಯತ

(2) (i) ವೃತಾಕಾರ ವಸ್ತುಗಳು

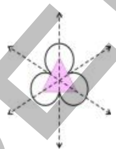
(ii) ಚೌಕ/ಚೌಕ ಘನ ತಗಡು

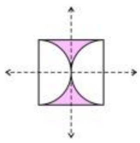
(iii) ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಆಕಾರಗಳು

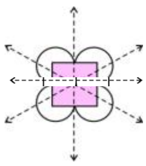
(iv) ಸ್ತಂಭಾಕಾರ/ ಆಯತ ತಗಡುಗಳು.

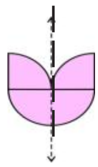
15 - ಸಮಮಿತಿಗಳು

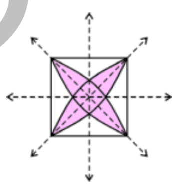
ಅಭ್ಯಾಸ–1

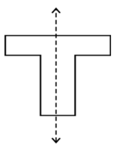
i) 

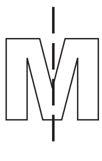
(ii) 

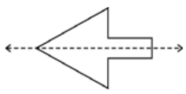
(iii) 

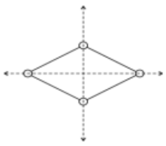
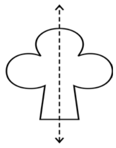
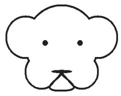
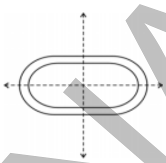
(iv 

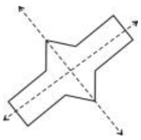
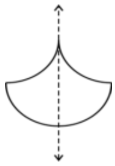
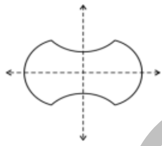
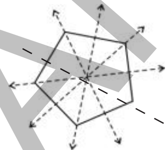
(v) 

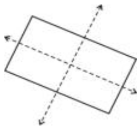
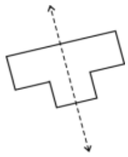
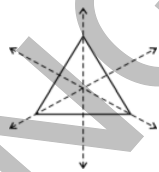
(vi) 

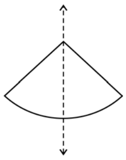
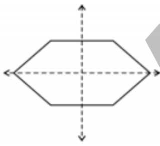
(vii) 

(viii) 

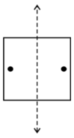
(ix)  (x)  (xii)  (xiii) 

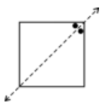
(xiv)  (xv)  (xvi)  (xvii) 

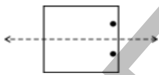
(xviii)  (xix)  (xx) 

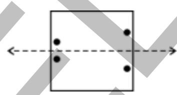
(xxi)  (xxiii) 

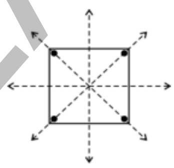
ಅಭ್ಯಾಸ–2

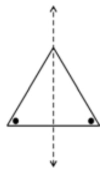

(i)

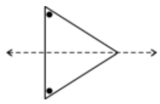

(ii)

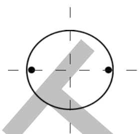

(iii)

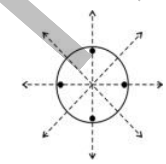

(iv)


(v)

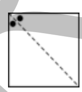

(vi)

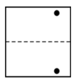

(vii)

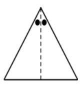

(viii)

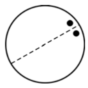

(ix)

(2)

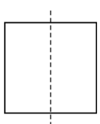

(i)

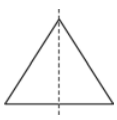

(ii)

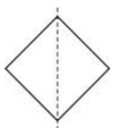

(iii)

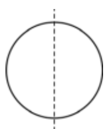

(ix)

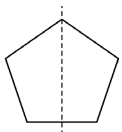
(3)

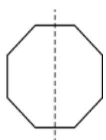

(i)


(ii)


(iii)


(iv)


(v)


(vi)

(4) (i)ಅಸತ್ಯ (ii) ಸತ್ಯ (iii) ಅಸತ್ಯ

(5) ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳ ಮಧ್ಯಕೋನ = 360/2n =360/2x4 = 360/8 = 45^0

ಇದು ಸತ್ಯ,ಎಲ್ಲಾ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ–3

1. ಚಿತ್ರ i, ii, iv ಮತ್ತು v ಗಳಿಗೆ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಇದೆ.

2. (i) 2 (ii) 4 (iii) 3 (iv) 4 (v) 4 (vi) 5 (vii) 6 (viii) 3

3.

ಚೌಕ	ಹೌದು	90^0	4
ಆಯತ	ಹೌದು	180^0	2
ವಜ್ರಾಕೃತಿ	ಹೌದು	180^0	2
ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ	ಹೌದು	120^0	3
ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜ	ಹೌದು	60^0	6
ವೃತ್ತ	ಹೌದು	ಅನಂತ	ಅನಂತ
ಅರ್ಧವೃತ್ತ	ಇಲ್ಲ	-	-

ಅಭ್ಯಾಸ–4

1.

S	ಇಲ್ಲ	0	ಹೌದು	2
H	ಹೌದು	2	ಹೌದು	2
O	ಹೌದು	2	ಹೌದು	2
N	ಇಲ್ಲ	0	ಹೌದು	2
C	ಹೌದು	1	ಇಲ್ಲ	1

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆಗಳು

ಆತ್ಮೀಯ ಶಿಕ್ಷಕರೇ!!

ನೂತನವಾಗಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮಾಡಿದ 7ನೇ ತರಗತಿ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ಹೃದಯ ಪೂರ್ವಕ ಸ್ವಾಗತ ಮತ್ತು ಶುಭಾಶಯಗಳು.

- ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶ ರಾಜ್ಯ ವಿದ್ಯಾಪ್ರಣಾಳಿಕೆ ಪತ್ರ –2011(APSCF–2011) ಮತ್ತು RTE–2009 ಸೂಚನೆಗಳ ಮೇರೆಗೆ ಗಣಿತ ವಿಧಾನ ಪತ್ರ ನಿರ್ದೇಶಿಸಿದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಮಾಣಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಪ್ರಾಥಮಿಕೋನ್ನತ ಸ್ಥಾಯಿಗೆ ತಯಾರಿಸಲಾಗಿದೆ
- ಈ ಹೊಸ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಮೂಲ ವಿಭಾಗಗಳಾದ ಅಂಕಗಣಿತ, ಬೀಜಗಣಿತ, ರೇಖಾಗಣಿತ, ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ 15 ಅಧ್ಯಾಯಗಳನ್ನಾಗಿ ತಯಾರಿಸಲಾಗಿದೆ.
- ನಿರ್ದೇಶಿಸಿದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಮಾಣಗಳಾದ ಸಮಸ್ಯಾಸಾಧನೆ, ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು, ಸಂವಹನ, ಸಂಬಂಧ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ ಈ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿನ ಭಾವನೆಗಳನ್ನು ಒತ್ತಿ ಹೇಳುತ್ತವೆ, ಮೇಲಿನ ಭಾವನೆಗಳ ಉದ್ದೇಶವೇನೆಂದರೆ ನಮೂನೆ ವಿಕ್ಷಣಾಕೌಶಲ್ಯ, ಅನುಗಮನ, ನಿಗಮನ, ತಾರ್ಕಿಕ ಆಲೋಚನೆಗಳಿಂದ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ ಮಾಡುವುದು, ವಿವಿಧ ಪದ್ಧತಿಗಳಿಂದ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವ ವಿಧಾನ, ಪ್ರಶ್ನಿಸುವುದು, ಸಂವಹನ ಮೊದಲಾದ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ಬಳಕೆ ಮಾಡುವುದು.
- ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಧರ್ಭಗಳು, ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೃತ್ಯಗಳು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಸಮರ್ಥತೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ತರಗತಿಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಚುರುಕಾಗಿ ಭಾಗವಹಿಸುವರು ಮತ್ತು ಆನಂದದಿಂದ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಕಲಿಯುವರು.
- ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಉದ್ದೇಶವೇನೆಂದರೆ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದ ಕೃತ್ಯಗಳ ಮೇಲೆ ಚರ್ಚಾ ಪದ್ದತಿಯಲ್ಲಿ ಒಳಪಡಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅವರಿಗೆ ಅರ್ಥವಂತವಾಗಿ ಭಾವನೆಗಳನ್ನು ಅವಗಾಹನೆ ಮಾಡಿಸುವುದು.
- ಶಿಕ್ಷಕರು ಕೇವಲ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಮುಗಿಸುವುದರಿಂದ ಅರ್ಥವಿಲ್ಲ, ಈ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ನಿರ್ದೇಶಿಸಿದ ಕೌಶಲ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಪ್ರದರ್ಶನೆ ಮತ್ತು ಸಾಧನೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಮಾತ್ರ ಅಧ್ಯಾಯ ಮುಗಿದಂತೆ.
- ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ತಾರ್ಕಿಕ, ಅನುಗಮನ, ನಿಗಮನ ಪದ್ಧತಿಗಳಿಂದ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತವೆ.
- ಭಾವನೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವುದು ಅಗತ್ಯ. ಮಕ್ಕಳು ಮೊದಲು ಅದರ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ನಂತರ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ಮುಂದೆಸಾಗುವರು. ಇದನ್ನು ಅನುಕರಿಸುತ್ತಾ ಒಂದೇರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಾವೇಸಾಧಿಸಿ ನಂತರ ಕೃತ್ಯಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ ಮಾಡುವರು. ಆ ಭಾವನೆಗಳ ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವ ಕೌಶಲ್ಯವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳುವರು.

• ಸ್ಪಷ್ಟ ದೃಷ್ಟಾಂತಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಸೂಕ್ತ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಸಂಬಂಧವಿದ್ದಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇದರಿಂದ ತಪ್ಪು ಸಂಪರ್ಕಗಳನ್ನು ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಸರಿಮಾಡಬಹುದು.

• ಭಾವನೆಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ "ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ" ಮತ್ತು "ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ" ವಿಸ್ತಾರವಾಗಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ನಾವು ಕಲಿತುಕೊಂಡ ಭಾವನೆಗಳಮೇಲೆ "ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ" ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡು ಭಾವನೆಗಳು ಕಲಿತನಂತರ ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. "ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಿ" ಅಭ್ಯಾಸದ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಕೃತ್ಯಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವ ಕೌಶಲ್ಯವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು, ಹೇಳಿಕೆಗಳ ಸತ್ಯತೆಯನ್ನು ನಿಶ್ಚಯ ಗೊಳಿಸಲು, ಪ್ರಶ್ನಿಸುವುದು ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತವೆ. "ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ" ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಇತರೆ ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಯೋಚಿಸಿ ಸಾಧಿಸಲು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಭಾವನೆಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟರಮಟ್ಟಿಗೆ ಕಲಿಯುತ್ತಿದ್ದಾರೋ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ. "ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ" ವಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುವಾಗ ಶಿಕ್ಷಕರ ಸಹಾಯ ಪಡೆಯಬಹುದು.

• ಮಕ್ಕಳು ಪುನಃಶ್ಚರಣೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಭಾವನೆಗಳನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡಿಸಬೇಕು. ಶಿಕ್ಷಕರು ಮುಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಶುರುಮಾಡುವ ಮೊದಲು ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಣೆಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳ ಪ್ರದರ್ಶನೆ, ನಿರ್ದೇಶಿಸಿದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಮಾಣಗಳಿಗನುಗುಣವಾಗಿ ತೃಪ್ತಿಕರವಾದಾಗ ಮಾತ್ರ ಶುರುಮಾಡಬೇಕು.

• ಶಿಕ್ಷಕರು ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾವನೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನಲ್ಲದೆ ಸ್ವಂತವಾಗಿ ಕೆಲವು ಹೊಸ ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ತಯಾರುಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಮಕ್ಕಳು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವಂತೆ ಅಥವಾ ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಮಾಡುವಂತೆ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು.

• ಶಿಕ್ಷಕರು ಮೊದಲು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಸಮಗ್ರವಾಗಿ, ವಿಮರ್ಶನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಓದಬೇಕು. ಶಿಕ್ಷಕನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುವ ಮೊದಲೇ ಎಲ್ಲಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಾನೇ ಮಾಡಿನೋಡಬೇಕು ಅನಂತರವೆ ಬೋಧನಾಭ್ಯಾಸದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಿಸಬೇಕು?

"ಸಂತುಷ್ಟಕರವಾದ ಭೋಧನೆ"

ಪಠ್ಯಕ್ರಮ

ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ದತಿ (50ಗಂಟೆಗಳು) 1.ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು 2.ಬಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ದಶಮಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ದಸಂಖ್ಯೆಗಳು	(i) **ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು** • ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ. • ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು(ಅನನ್ಯತಾಂಶಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ ಸೇರಿದೆ) (ಆವೃತ, ಸಹವರ್ತನೀಯ, ಪರಿವರ್ತನೀಯ, ವಿಲೋಮ,ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ) (ಎಲ್ಲಾಸಂಧರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಉದಾಹರಣೆಗಳು)(ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಉತ್ತಮ ಉದಾಹರಣೆಗಳು). ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು,ಪ್ರತಿಕೂಲದ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ರಚನೆ (ಉದಾ:ವ್ಯವಕಲನದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ ಹೊಂದಿಲ್ಲ) • ಶಾಬ್ದಿಕ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಒಳಗೊಂಡ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು(ಎಲ್ಲಾ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ)
	ii) **ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು,ದಶಮಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.** • ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ • "ರಷ್ಟು" ವಸ್ತುವಿನ ಭಾಗವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ • ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗ • ಬಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ • ಮಿಶ್ರಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೆ ಒಳಗೊಂಡ ಶಾಬ್ದಿಕ ಲೆಕ್ಕಗಳು • ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪರಿಚಯ(ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು) • ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು • ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶಗಳಾಗಿ ನಿರೂಪಿಸುವುದು • ಭಾಗಲಬ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲೆ ಶಾಬ್ದಿಕ ಲೆಕ್ಕಗಳು(ಎಲ್ಲಾ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ) • ದಶಮಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ • ಮೂಲಗಳ ಪರಿವರ್ತನೆ(ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಪರಿಮಾಣ) • ಶಾಬ್ದಿಕ ಲೆಕ್ಕಗಳು(ಎಲ್ಲಾ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ)
ಬೀಜಗಣಿತ (20 ಗಂಟೆಗಳು) 11 ಘಾತಾಂಕಗಳು 10.ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು 3.ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು	**ಘಾತಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿಯ ಪರಿಚಯ** • a^x ನಲ್ಲಿ x ನ ಅರ್ಥ, ($a \in Z$ ಆದಾಗ) • ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳು(ಉತ್ತಮ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು $m, n \in N$ಆದಾಗ (i) $a^m a^n = a^{m?+n}$(ii)?$(a^m)^{?n} = a^{mn}$(iii) $a^m/a^n = a^{m-n}$, $(m-n) \in N$ಆದಾಗ (iv) $a^m.b^m = (ab)^m$ (v). ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಘಾತಸೂಚಿ 0 ಆದಾಗ (vi).6.ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ಪದ್ದತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು (vii).ಅತಿದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಕೇತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು
	ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು : • ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಪರಿಚಯ. • ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡು ಬೀಜಾಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಬರೆಯುವುದು • ಸ್ಥಿರಪದ,ಸಹಗುಣಕಗಳು,ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದು. ಸಜಾತಿ ಮತ್ತು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು, • ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಪರಿಮಾಣ ಉದಾ:–ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ (ಸಹಗುಣಕಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರಲಿ)
	ಸಾಮನ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು : • ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರ ಹೊಂದಿರುವ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮಿಕರಣಗಳನ್ನು ಎರಡು ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು.(ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಸಹಗುಣಕಗಳಾಗಿರಲಿ)
6.ಶೇಕಡಗಳು ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗಳು (20 ಗಂಟೆಗಳು)	**ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತ (ಪುನರ್ವಿಮರ್ಶೆ)** • ಏಕವಸ್ತು ಮಾರ್ಗ ಮುಂದುವರೆದಭಾಗ, ಒಗ್ಗೂಡಿಸುವುದು, ಸಾಮಾನ್ಯ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು • ಮಿಶ್ರಮಾನುಪಾತಗಳು: ಸರಳ ಶಾಬ್ದಿಕ ಲೆಕ್ಕಗಳು • ಶೇಕಡಗಳು– ಪರಿಚಯ • ಶೇಕಡ ಎಂದರೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದದಲ್ಲಿ 100 ಇದ್ದಾಗ ಎಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು • ಶೇಕಡಗಳನ್ನು ಬಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ, ದಶಮಾಂಶಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು ಹಾಗೆಯೇ ್ರತಿಕ್ರಮದಲ್ಲಿ. • ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟ ಅನ್ವಯಿಕೆ • ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯ ಅನ್ವಯಿಕೆ (ಕಾಲ ಒಟ್ಟು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ)

ಆಕಾರಗಳು/ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಚಿತ್ರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು

4.ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು

5.ತ್ರಿಭುಜಗಳು– ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು

8.ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

9.ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ

12.ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

15. ಸಮಮಿತಿ

14. ತ್ರಿಮಿತಿ ಮತ್ತು ದ್ವಿಮಿತಿ ಆಕಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅವಗಾಹನೆ

(i)*ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು* :–

- ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳು(ಸರಳಯುಗ್ಮ, ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು,ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು) (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಸರಳ ಸಾಧನೆ ಮತ್ತು ತಾಳೆನೋಡುವುದು)
- ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕ ರೇಖೆ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು (ಪರ್ಯಾಯ, ಅನುರೂಪ, ಒಳಕೋನ ಮತ್ತು ಹೊರಕೋನಗಳು)

***ii)* ತ್ರಿಭುಜಗಳು :**

- ತ್ರಿಭುಜದ ವ್ಯಾಖ್ಯೆ
- ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಧಗಳು(ಕೋನದ ಅಳತೆ,ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳಿಗನುಗುಣವಾಗಿ)
- ತ್ರಿಭುಜದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು
- ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ)
- ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ (ತಾರ್ಕಿಕ ಸಾಧನೆ ಮತ್ತು ತಾಳೆ ಕಾಗದಗಳ ಮಡಚಿ ನೋಡುವುದರಿಂದ, ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಾಧನೆ, ಸಾಧನೆ ಮತ್ತು ತಾಳೆಗೆ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸ)
- ತ್ರಿಭುಜದ ಹೊರಕೋನಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು.

iii)ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ :

- ಒಂದು ಮತ್ತೊಂದರಲ್ಲಿ ಐಕ್ಯವಾಗುವ ಮುಖಾಂತರ ಸರ್ವಸಮತೆ ತಿಳಿಯುವುದು.
  ಉದಾ: ಬ್ಲೇಡು, ಸ್ಟಾಂಪು ಇತ್ಯಾದಿ.
- ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತೃತಗೊಳಿಸುವುದು.
  ಉದಾ: ತ್ರಿಭುಜ, ವೃತ್ತಗಳು.
- ತ್ರಿಭುಜದ ಸರ್ವಸಮತೆ ಸ್ವೀಕೃತ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳು ಬಾ.ಕೊ.ಬಾ, ಬಾಬಾಬಾ, ಕೋಬಾಕೋ ಲಂಕೋ.ಕ.ಬಾ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಚಿತ್ರಗಳೊಂದಿಗೆ ವಿವರಿಸುವುದು.

iv)ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ :

- ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ (ಬಾಬಾಬಾ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ)
- ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ)
- ಒಂದು ಬಾಹು ಮತ್ತು ಅದರ ಕರ್ಣಕೊಟ್ಟಾಗ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ (ಲಂಕೋ, ಕ.ಬಾ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ)

v) ಚತುರ್ಭುಜಗಳು : ಚತುರ್ಭುಜದ ನಿರ್ವಚನೆ

- ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು, ಕೋನಗಳು, ಕರ್ಣಗಳು.
- ಚತರ್ಭುಜದ ಒಳಪ್ರಾಂತ, ಹೊರ ಪ್ರಾಂತ.
- ಅಂತವಕ್ರ ಮತ್ತು ಬಹೀರವಕ್ರ ಚತುರ್ಭಜಗಳ ಭೇದಗಳು ಚಿತ್ರಗಳ ಸಮೇತ
- ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ಆಯತ, ಚೌಕ ಮತ್ತು ಗಾಳಪಟಾಕೃತಿ ಕೃತಿಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು.

vi)ಸಮಮಿತಿ

- ಪ್ರತಿಫಲನ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಪುನಶ್ಚರಣೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು.
- ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯ ಕಲ್ಪನೆ, ದ್ವಿಮಿತಿಯ ಆಕಾರಗಳ ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸುವುದು(90^0,120^0,80^0)
- ಸರಳ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು 90^0 ಮತ್ತು 180^0 ಗಳಿಗೆ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡುವುದು.
- ರೇಖೆಯ ಸಮಮಿತಿ ಮತ್ತು ಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಗಳನ್ನು ಹೋಂದಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಕೊಡುವುದು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಕ್ರಮದಲ್ಲಿ.

	(vii) ಎರಡು ಮತ್ತು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕೃತಿಗಳು • 3ಡಿ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು 2ಡಿ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸದ ಮುಖಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತಾ ರಚಿಸುವುದು. • ಶೃಂಗಗಳು,ಅಂಚುಗಳು, ಮುಖಗಳನ್ನು,ಜಾಲಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಎಣಿಸುವುದು(ಚೌಕಘನ,ಆಯತಘನ,ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಶಂಕು). • ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಆಕೃತಿಗಳ ಜೊತೆಪಡಿಸುವುದು(ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದು)
ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ (15 ಗಂಟೆಗಳು) 13. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆ	**ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆ** • ಚೌಕ,ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆಗಳನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು • ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯ ಕಲ್ಪನೆ. • ತ್ರಿಭುಜ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಆಯತಾಕಾರದ ದಾರಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು.
7 ದತ್ತಾಂಶಗಳ ನಿರ್ವಹಣೆ (15ಗಂಟೆಗಳು)	**ದತ್ತಾಂಶಗಳ ನಿರ್ವಹಣೆ :** • ದತ್ತಾಶಗಳ ಸಂಗ್ರಹಣೆ ಮತ್ತು ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ • ಅವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಗತ ಮತ್ತು ಬಹುಳಕ ತಿಳಿಯುವಿಕೆ,ಸ್ತಂಭಾಲೇಖಗಳಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುವುದು • ಜೊಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು • ಯುಕ್ತ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಂದ ವೃತ್ತನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಮಾಣಗಳು

ಅಧ್ಯಾಯ	ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಮಾಣಗಳು
ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ದತಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು	**ಸಮಸ್ಯೆಪರಿಷ್ಕಾರ:** • ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೇಲೆ ವಿವಿಧ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದು. • ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೇಲೆ ವಾಕ್ಯರೂಪದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು.
	ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು : • ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಲ್ಲ ಏಕೆ ವಿವರಿಸುವುದು. • ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಹೋಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಅಂತರವನ್ನು ತಿಳಿಸುವುದು. • ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಆವೃತ,ಪರಿವರ್ತನೀಯ,ಸಹವರ್ತನೀಯ ಇತ್ಯಾದಿ ಗುಣಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಕೂಲದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡುವುದು.
	ಸಂವಹನ : • ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಯಪಡಿಸುವುದು. • ವಿವಿಧ ಸಂಧರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.
	ಸಂಭಂಧ : • ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ನಿತ್ಯಜೀವನದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • N,W ಮತ್ತು Z ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : • ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಮೇಲೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು.
ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ದಶಮಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	**ಸಮಸ್ಯೆಪರಿಷ್ಕಾರ :** • ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಮೇಲೆ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದು. • ವಾಕ್ಯರೂಪದ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು. • ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಎಲ್ಲಾ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು. • ಸಣ್ಣಪ್ರಮಾಣಗಳಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಪ್ರಮಾಣಗಳಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು ಅದೇರೀತಿ ಪ್ರತಿಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಸಹ
	ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು : • ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಇರುವ ಅಂತರಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು
	ಸಂಬಂಧ : • ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು,ದಶಮಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ/ಬಳಕೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.
	ಸಂವಹನ : • ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ವ್ಯಕ್ತ ಪಡಿಸುವುದು. • ಭಾಗಲಬ್ಧಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು.
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : • ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಮೇಲೆ ತೋರಿಸುವುದು. • ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಬಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು.
ಘಾತಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತಗಳು	**ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಷ್ಕಾರ :** • ಅತಿದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಧಾನ ಅಪವರ್ತನ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಘಾತಾಂಕರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು.
	ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು : • ಘಾತಾಂಕ ನಿಯಮಗಳ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಅವಲೋಕಿಸಿ ಸಾಮಾನ್ಯರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು
	ಸಂವಹನ : • a^xನಲ್ಲಿ xನ ಅರ್ಥವನ್ನು a€z ಆದಾಗ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು. • ಅತಿದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇದ್ದಾಗ ಘಾತಾಂಕರೂಪಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು

	ಸಂಬಂಧ : • ಪ್ರಧಾನ ಅಪವರ್ತನ ಪದ್ದತಿಯಿಂದ ಅತಿದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : ಅತಿದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತ ಪಡಿಸುವುದು.
ಬೀಜಗಣಿತ 10ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು	**ಸಮಸ್ಯೆಪರಿಷ್ಕಾರ :** • ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಘಾತಾಂಕರೂಪ ಅಥವಾ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ,ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡುವುದು (ಸಹಗುಣಕಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿರಲಿ) • ವಾಕ್ಯರೂಪಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಎರಡು ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಸಾಧಿಸುವುದು.
	ಸಂಬಂಧ : • ಅವೃತ, ಸಹವರ್ತನಿಯ ಇತ್ಯಾದಿ ಗುಣಗಳನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು. •ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆಸಾಧನೆಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.
	ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು : • ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾದ ಉದಾಹರಣೆ ಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು.
	ಸಂವಹನೆ : • ಒಂದನೇ,ಎರಡನೇ, ಮೂರನೇ ಪರಿಮಾಣಗಳಿರುವ ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು. • ನಿತ್ಯಜೀವನದ ಸಮಸ್ಯಗಳನ್ನು ಸರಳಸಮೀಕರಣಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು (ಕೇವಲ ಒಂದೇ ಚರಾಕ್ಷರ ಇರಬೇಕು)
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : • ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತ ಪಡಿಸುವುದು.
ಶೇಕಡಗಳು]ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅನ್ವಯಿಕೆ	**ಸಮಸ್ಯೆಪರಿಷ್ಕಾರ :** • ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳ ಮಿಶ್ರಮಾನುಪಾತ, ನೇರಾನುಪಾತ ಮತ್ತು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು. • ವಾಕ್ಯರೂಪದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಏಕವಸ್ತುಮಾರ್ಗವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸುವುದು. • ವಾಕ್ಯರೂಪದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾರೂಪವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸುವುದು. • ವಾಕ್ಯರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.
	ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು : • ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಶೇಕಡಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶಗಳಾಗಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು. • ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನುಪಾತಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಸೂತ್ರರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು.
	ಸಂವಹನೆ : • ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಗಳಲ್ಲಿ, ದಶಮಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಬಳಕೆ.
	ಸಂಬಂಧ : • ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟಗಳ ಭವನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದು. • ಶೇಕಡಗಳ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದ ಸಮಸ್ಯೆಬಿಡಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಅರ್ಥಮಾಡಿ ಕೊಳ್ಳುವುದರಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : • ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಶೇಕಡ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅದೇರೀತಿ ಪ್ರತಿಕ್ರಮದಲ್ಲಿ.

ಎರಡು ಮತ್ತು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕೃತಿಗಳು ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು	**ಸಮಸ್ಯೆಪರಿಷ್ಕಾರ :** • ಒಂದು ಸಮನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಛೇಧಕ ರೇಖೆ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದು.
	ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು : • ಕೊಟ್ಟ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ವಿಂಗಡಿದುವುದು. • ಸಮನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಸಮನಾಂತರವನ್ನು ಸಮನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಿಯಮಗಳಿಂದ ತಾಳೆನೋಡುವುದು. • ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಾಗದ ಮಡಚುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಸಮನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಿಯಮಗಳಿಂದ ಸಾಧಿಸುವುದು ಮತ್ತು ತಾಳೆನೋಡುವುದು.
	ಸಂವಹನೆ : • ಕೋನಗಳ ಜೊತೆಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡುವುದು.
	ಸಂಬಂಧ : • ಸುತ್ತಮುತ್ತ ಪ್ರದೇಶಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಮನಾಂತರಗಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸುವುದು.
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : • ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಂಕಣ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು.
ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು	**ಸಮಸ್ಯೆಪರಿಷ್ಕಾರ :** • ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಅಥವಾ ಆಕಾರಗಳು ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವುದೋ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೋ ನಿರ್ಣಯಿಸುವುದು. • ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಬಾಹ್ಯಕೋನಕೊಟ್ಟಾಗ ಕೊಡದ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.
	ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು : • ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅಭಿಮುಖ ಒಳಕೋನಗಳಿಗೆಮಧ್ಯ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ. • ಕೋನಗಳುಮತ್ತು ಬಾಹುಗಳ ಆಧಾರವಾಗಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ. • ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಧಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜುಮಾಡುವುದು.
	ಸಂವಹನೆ : • ತ್ರಿಭುಗಳ ವಿಧಗಳನ್ನು ಕೋನಗಳ ಮತ್ತು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಯಿಂದ ವಿವರಿಸುವುದು. ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನದ ನಿಯಮವನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.
	ಸಂಬಂಧ : • ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕಲ್ಪನೆ/ಭಾವನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು.
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : • ______________________________
ಚತುರ್ಭುಜಗಳು	**ಸಮಸ್ಯೆಪರಿಷ್ಕಾರ :** • ______________________________
	ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು : • ಅಂತವಕ್ರ ಮತ್ತು ಬಹಿರವಕ್ರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಅಂತರವನ್ನು ತೋರಿಸುವುದು. • ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ ರುಜುವಾತುಮಾಡುವುದು ಮತ್ತು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು.
	ಸಂವಹನೆ : • ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು. • ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಧಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಿಂದ ವಿವರಿಸುವುಸುದು.

	ಸಂಬಂಧ : • ಚತುರ್ಭುಜದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ • ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣೆ ಅವುಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಮತ್ತು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧ ಗುರ್ತಿಸುವುದು.
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : • ____________________
ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆ	**ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಷ್ಕಾರ :** • ಚೌಕ, ಆಯತ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ,ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಮುಂತಾದ ಆಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು.
	ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು : • ಚೌಕ, ಆಯತ, ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ತ್ರಿಭುಜದ ಜೊತೆಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದು ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಸಾಧಿಸುವುದು. • ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸಹಾಯದಿಂದ ವಜ್ರಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಾಧಿಸುವುದು.
	ಸಂವಾಹನೆ : • ಮೂಲ ಪ್ರಮಾಣ ಪ್ರಮಾಣ ಅಳತೆಯ ಭಾವನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.
	ಸಂಬಂಧ : • ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆ ಕಲ್ಪನೆಗಳು ನಿತ್ಯಜೀವನದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವುದು (ಚೌಕ, ಆಯತ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ,ತ್ರಿಭುಜ,ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ವೃತ್ತ) • ಚೌಕಾಕಾರದಾರಿಗಳು, ವೃತ್ತಾಕಾರ ದಾರಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : • ವ್ಯಾಕ್ಯರೂಪದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರರೂಪದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುವುದು.
ದತ್ತಾಂಶದ ಜೋಡಣೆ	**ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಷ್ಕಾರ :** • ಕೊಟ್ಟಿರುವದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ ಜೋಡಿಸುವುದು. • ಅವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಗತ ಮತ್ತು ಬಹುಳಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.
	ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಮತ್ತು ರುಜು : • ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ,ಮಧ್ಯಗತ ಮತ್ತು ಬಹುಳಕ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ (ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು)
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : • ಸರಾಸರಿ,ಮಧ್ಯಗತ ಮತ್ತು ಬಹುಳಕಗಳ ಅವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು
	ಸಂಬಂಧ : • ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಗತ ಮತ್ತು ಬಹುಳಕಗಳನ್ನು ನಿತ್ಯಜೀವನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವುದು. • ಸ್ತಂಭನಕ್ಷೆ, ವೃತ್ತನಕ್ಷೆ ಮತ್ತು ಜೋಡಿಸ್ತಂಭ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ನಿತ್ಯ ಜೀವನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು.
	ಪ್ರತಿನಿಧಿತ್ವ : • ಅವರ್ಗಿಕೃತ ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಳಕ, ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಗತಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು. • ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸ್ತಂಭಾನಕ್ಷೆ, ಸ್ತಂಭಾನಕ್ಷೆ ಮತ್ತು ವೃತ್ತನಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು